ΠΙΣΤΟΠΟΙΗΜΕΝΑ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΟΡΟΣΗΜΟ
ΙΑΤΡΙΚΟ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ - ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ
Αγίου Κωνσταντίνου 11 – Πειραιάς – 18532 – Τηλ. 210-4224752 4223687

<u>Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ</u>

<u>ΛΥΣΕΙΣ 1ΟΥ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ</u>

<u>ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ</u>

<u>ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ</u>

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου

Α2. Θεωρία σχολικού βιβλίου

Α3. Θεωρία σχολικού βιβλίου

Α4. α) Λάθος β) Σωστό γ) Λάθος δ) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Πρέπει $x-1\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$ επομένως $A=\Re-\{1\}$

Β2. $f'(x)=\left(\dfrac{x-3}{x-1}\right)'=\dfrac{2}{(x-1)^2}>0$

Β3. Η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,1)$ και στο $(1,+\infty)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	‖	+
$f(x)$	$\nearrow$	‖	$\nearrow$

Αγίου Κωνσταντίνου 11 – Πειραιάς – 18532 – Τηλ. 210-4224752 4223687

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έχουμε ότι $f'(x)=4x^3+4$. Επομένως $\alpha=f'(0)=4$ και

$$\beta=\lim_{x\to1}\frac{f'(x)-8}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to1}\frac{4x^3+4-8}{\sqrt{x}-1}==\lim_{x\to1}\frac{4x^3-4}{\sqrt{x}-1}=$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{4(x-1)(x^2+x+1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}==\lim_{x\to1}\frac{4(x-1)(x^2+x+1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)}=$$

$$=\lim_{x\to1}\left[4(x^2+x+1)(\sqrt{x}+1)\right]=24.$$

Γ2.

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
1	12	24	12	24
2	24	48	36	72
3	10	20	46	92
4	4	8	50	100
Σύνολο	50	100	-	-

Γ3. Το ποσοστό των οικογενειών που έχουν τουλάχιστον δύο παιδιά είναι $100\% - f_1\% = 100\% - 12\% = 88\%$.

Το πλήθος των οικογενειών που έχουν το πολύ 3 παιδιά είναι $v_1 + v_2 + v_3 = 12 + 24 + 10 = 46$.

Γ4. Για τα σημεία τομής με τον $\mathrm{x'x}$ έχω $f(\mathrm{x}) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{x}^4 + \mathrm{x} = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \mathrm{x}(\mathrm{x}^3 + 1) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{x} = 0 \text{ ή } \mathrm{x}^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow \mathrm{x} = 0 \text{ ή } \mathrm{x}^3 = -1 \Leftrightarrow \mathrm{x} = 0 \text{ ή } \mathrm{x} = -1$$

Επομένως τα σημεία τομής με τον άξονα $\mathrm{x'x}$ είναι τα $\mathrm{O}(0,0)$ και $\mathrm{A}(-1,0)$.

Για τα σημεία τομής με τον $y'y$ έχω $f(0) = 0$. Επομένως το σημείο τομής με τον $y'y$ είναι η αρχή των αξόνων $\mathrm{O}(0,0)$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε $f'(x)=2x^2-8x+6$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x^2-8x+6=0 \Leftrightarrow 2\left(x^2-4x+3\right)=0 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ή } x=3$$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	
			Τ.Μ.		Τ.Ε.		

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty,1]$ και στο $[3,+\infty)$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1,3]$.

Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x=1$ το $f(1)=\frac{2}{3}-4+6+1=\frac{11}{3}$ και τοπικό ελάχιστο για $x=3$ το $f(3)=\frac{2}{3}\cdot 3^3-4\cdot 3^2+6\cdot 3+1=1$.

Δ2. Πρέπει $x\neq 0$, τότε έχουμε:

$$\frac{1}{4}f''(x)+\frac{f'(x)-6}{x}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(4x-8)+\frac{2x^2-8x+6-6}{x}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}\cdot 4\cdot(x-2)+\frac{2x^2-8x}{x}=0$$

$$\Leftrightarrow x-2+\frac{2x(x-4)}{x}=0 \Leftrightarrow x-2+2x-8=0 \Leftrightarrow x=\frac{10}{3}.$$

Αγίου Κωνσταντίνου 11 – Πειραιάς – 18532 – Τηλ. 210-4224752 4223687

Δ3. Ο ρυθμός μεταβολής της $f'(x)$ είναι $f''(x)=4x-8$, άρα $f''(1)=4-8=-4$

Δ4. Πρέπει $f''(x)=0 \Leftrightarrow 4x-8=0 \Leftrightarrow x=2$ και $f'(2)=-2$, επομένως η εξίσωση εφαπτομένης είναι $y-f'(2)=f''(2)\cdot(x-2) \Leftrightarrow y+2=0 \Leftrightarrow y=-2$.

Επιμέλεια: Κατσίμπρας Ευθύμης