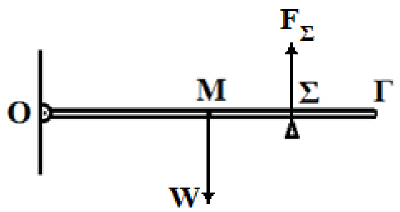
ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα 1^{o}

Α1. β **Α2.** γ **Α3.** α **Α4.** γ **Α5.** Λ Σ Σ Λ Λ

Θέμα 2^{o}

Β1. Σωστό το β.

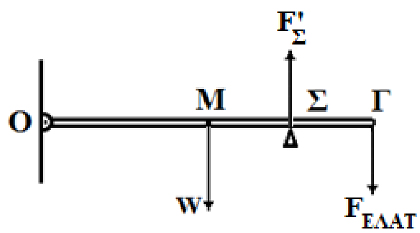


Η ανώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος μάζας m συμπίπτει με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου επομένως τότε $F_{ΕΛΑΤ}= 0$ και αφού η ράβδος ισορροπεί θα είναι

$\Sigma\tau^{(o)}=0 \Rightarrow W\dfrac{d}{2}=F_{\Sigma}\dfrac{3d}{4} \Rightarrow F_{\Sigma}=\dfrac{2W}{3}$ όπου W το (άγνωστο) βάρος της ράβδου. Το πλάτος των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα είναι η απόσταση της ανώτερης ακραίας θέσης (δηλ. του φυσικού μήκους του ελατηρίου) από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης, επομένως $A=\dfrac{mg}{k}$.

Όταν το σώμα μάζας m βρίσκεται στο κάτω άκρο της ταλάντωσής, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι $2A=\dfrac{2mg}{k}$ επομένως στη ράβδο ασκείται και $F_{ΕΛΑΤ}=k\cdot 2A=2mg$

Από την ισορροπία της ράβδου έχουμε



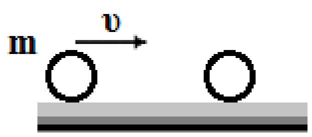
$$\Sigma\tau^{(o)}=0 \Rightarrow W\frac{d}{2}+F_{ΕΛΑΤ}d=F'_{\Sigma}\frac{3d}{4} \Rightarrow$$

$$W\frac{d}{2}+2mgd=F'_{\Sigma}\frac{3d}{4} \Rightarrow F'_{\Sigma}=\frac{2W}{3}+\frac{8mg}{3}$$

Η διαφορά των μέτρων της μέγιστης και της ελάχιστης δύναμης που δέχεται η ράβδος από το υποστήριγμα, θα είναι :

$$F'_{\Sigma}-F_{\Sigma}=\frac{8mg}{3}=\frac{8}{3}kA$$

Β2. Σωστό το α



1^{η} αιτιολόγηση : Η κρούση είναι ανελαστική, επομένως εργαζόμαστε μόνο με Αρχή Διατήρησης της Ορμής (ΑΔΟ).

Αν μετά την κρούση, η πρώτη σφαίρα κινηθεί σε κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική με ταχύτητα $υ_1$, από ΑΔΟ βρίσκουμε $mυ = -mυ_1 + mυ_2$ επομένως $υ_2 = υ + υ_1 >$

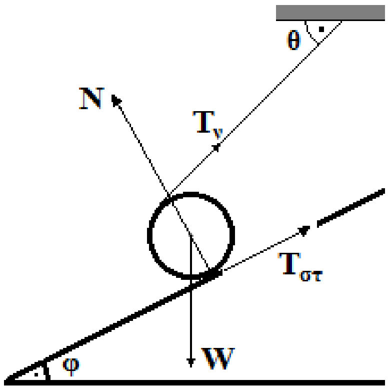
υ και η μηχανική ενέργεια του συστήματος έχει αυξηθεί. Επίσης η σφαίρα δεν μπορεί να ακινητοποιηθεί γιατί τότε από ΑΔΟ $υ_2$= υ δηλ. οι σφαίρες θα αντάλλασσαν ταχύτητες, πράγμα που θα σήμαινε ότι η κρούση είναι ελαστική.

$2^η$ αιτιολόγηση : από Αρχή Διατήρησης της Ορμής έχουμε

$m\vec{υ} = m\vec{υ}_1 + m\vec{υ}_2 \Rightarrow \vec{υ} = \vec{υ}_1 + \vec{υ}_2$ Ισχύει ότι $K_{ΟΛ}^{ΑΡΧ} > K_{ΟΛ}^{ΤΕΛ} \Rightarrow \frac{1}{2}m\vec{υ}^2 > \frac{1}{2}m\vec{υ}_1{}^2 + \frac{1}{2}m\vec{υ}_2{}^2$

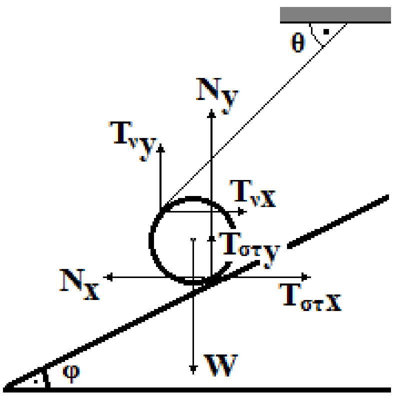
$\Rightarrow (\vec{υ}_1 + \vec{υ}_2)^2 > \vec{υ}_1{}^2 + \vec{υ}_2{}^2 \Rightarrow 2\vec{υ}_1\vec{υ}_2 > 0$ επομένως $\vec{υ}_1$ και $\vec{υ}_2$ ομόρροπες.

Β3. Σωστό το α.



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο : Το βάρος του W, η κάθετη αντίδραση Ν από το πλάγιο επίπεδο, η στατική (οριακή) τριβή $T_{στ}$ και η τάση του νήματος $T_ν$.
Οι μόνες που εμφανίζουν ροπή ως προς το κέντρο του κυλίνδρου είναι οι $T_ν$ και $T_{στ}$, επομένως Στ=0 $\Rightarrow$ $T_νR= T_{στ}R \Rightarrow T_ν= T_{στ}$ (1).

Αναλύουμε όλες τις δυνάμεις εκτός από το βάρος σε άξονες :



N_x= Νημφ N_y= Νσυνφ
$T_{νx}= T_ν$συνθ $T_{νy}= T_ν$ημθ
$T_{στx}= T_{στ}$συνφ $T_{στy}= T_{στ}$ημφ

Συνθήκες ισορροπίας :
$ΣF_x= 0 \Rightarrow T_{στx}+ T_{νx} =N_x \Rightarrow T_{στ}$συνφ+ $T_ν$συνθ= Νημφ

Οπότε λόγω της (1) : $T_{στ}\frac{\sqrt{3}}{2} + T_{στ}\frac{\sqrt{2}}{2} = N\frac{1}{2} \Rightarrow$

$T_{στ} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}N \Rightarrow T_{στ} = (\sqrt{3}-\sqrt{2})N$.

Για τον συντελεστή οριακής τριβής είναι $T_{στ} =μ_{ορ}N$ επομένως $μ_{ορ} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$.

Θέμα 3°

Γ1. Το βάρος του λαδιού που περιέχεται στο δοχείο είναι W= mg = $ρ_λ$Vg = $ρ_λ$AHg όπου V ο όγκος του λαδιού. Μετατρέπουμε όλες τις μονάδες μετρήσεως στο SI :

A= $10dm^2 = 10\cdot(0.1m)^2 = 10^{-1}m^2$
ρ_λ=0.85 g/cm^3 = $0.85\cdot10^{-3}$kg/(10^{-2}m)^3 =850 kg/m^3
H= 40cm = 0.4m   και βρίσκουμε W= 850 · 10^{-1} · 0.4 · 10 N= 340 N

Γ2. α. Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα του δοχείου είναι $P_{υδρ}= \rho_\lambda g H = 850\frac{kg}{m^3}10\frac{m}{s^2}0.4m$ = 3400Pa επομένως η δύναμη την οποία δέχεται ο πυθμένας λόγω υδροστατικής πίεσης είναι $F_{υδρ}= P_{υδρ}A$ = 340N, δηλαδή ίση με το βάρος του λαδιού.

β. Η συνολική πίεση στον πυθμένα του δοχείου είναι $P_{ΟΛ}= P_{υδρ}+ P_{atm}$= 103400 Pa επομένως η δύναμη την οποία δέχεται ο πυθμένας από το λάδι είναι $F_{ΟΛ}= P_{ΟΛ}A$ = 10340 N.

Γ3. Εφαρμόζουμε Bernoulli από ελεύθερη επιφάνεια (σημείο Κ) μέχρι την έξοδο του σωλήνα στο έδαφος (σημείο Γ), θεωρώντας ασήμαντη την ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη του λαδιού μέσα στο δοχείο :

$$P_{atm}+\rho_\lambda g(H+h)=P_{atm}+\frac{1}{2}\rho_\lambda \upsilon_Γ^2 \Rightarrow \upsilon_Γ=\sqrt{2g(H+h)}=8m/s$$

Ο σωλήνας έχει σταθερή διατομή, επομένως από εξίσωση συνέχειας προκύπτει υ_B= $\upsilon_Γ$= 8m/s.
Για τον υπολογισμό της πίεσης P_B εφαρμόζουμε Bernoulli από το Β μέχρι την έξοδο του σωλήνα στο έδαφος (σημείο Γ) : $P_B+\frac{1}{2}\rho_\lambda\upsilon_B^2+\rho_\lambda g h=P_{atm}+\frac{1}{2}\rho_\lambda\upsilon_Γ^2$ και επειδή υ_B= $\upsilon_Γ$, βρίσκουμε $P_B=P_{atm}-\rho_\lambda g h$ = 76200 Pa.

Γ4. Γιά να εξέρχεται το λάδι από το άκρο Γ του σωλήνα με ταχύτητα $\upsilon_Γ$= 10m/s θα έπρεπε, με εφαρμογή Bernoulli από ελεύθερη επιφάνεια (σημείο Κ) μέχρι την έξοδο του σωλήνα στο έδαφος (σημείο Γ), $P_{atm}+\rho_\lambda g(H+h')=P_{atm}+\frac{1}{2}\rho_\lambda\upsilon_Γ^2$ επομένως

$$H+h'=\frac{\upsilon_Γ^2}{2g}\Rightarrow h'=\frac{\upsilon_Γ^2}{2g}-H=4.6m$$

Θέμα Δ

Δ1. $B_{ΟΛ}^Γ=B_{ΟΛ}^Δ\Rightarrow B_2^Γ-B_1^Γ=B_1^Δ-B_2^Δ$ γιατί οι εντάσεις του συνολικού μαγνητικού πεδίου έχουν φορά προς τον αναγνώστη.

Επομένως $k_\mu\frac{2I_2}{\frac{d}{2}}-k_\mu\frac{2I_1}{\frac{3d}{2}}=k_\mu\frac{2I_1}{\frac{d}{3}}-k_\mu\frac{2I_2}{\frac{4d}{3}}\Rightarrow 4I_2-\frac{4}{3}I_1=6I_1-\frac{3}{2}I_2$

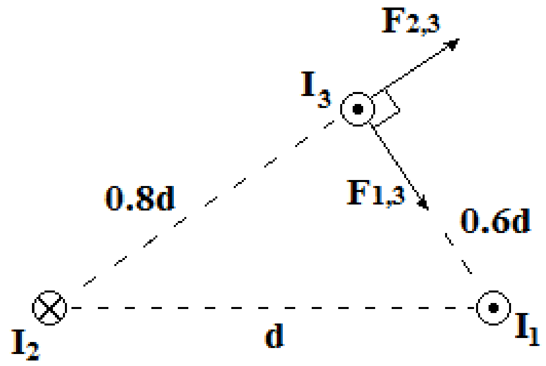
$$\Rightarrow\frac{11}{2}I_2=\frac{22}{3}I_1\Rightarrow I_2=\frac{4}{3}I_1=0.4A$$

Δ2. Για το σημείο Ζ έχουμε $B^{Z}_{ΟΛ} = B^{Z}_{1} - B^{Z}_{2} = k_\mu \frac{2I_1}{3d} - k_\mu \frac{2I_2}{4d} \Rightarrow \ B^{Z}_{ΟΛ} = \frac{2k_\mu}{d}(\frac{I_1}{3} - \frac{I_2}{4}) = 0$

Δ3. $B^{Γ}_{ΟΛ} = B_{ΚΥΚ} \Rightarrow B^{Γ}_{2} - B^{Γ}_{1} = B_{ΚΥΚ} \Rightarrow k_\mu \frac{2I_2}{\frac{d}{2}} - k_\mu \frac{2I_1}{\frac{3d}{2}} = k_\mu \frac{2\pi I_{ΚΥΚ}}{d} \Rightarrow 4I_2 - \frac{4}{3}I_1 = 2\pi I_{ΚΥΚ}$

επομένως $\pi I_{ΚΥΚ}$= 0.6A άρα $I_{ΚΥΚ} = \frac{0.6}{\pi}A$

Δ4. Με τις αποστάσεις που δίνονται, ο τρίτος αγωγός δεν μπορεί να βρίσκεται στο επίπεδο των άλλων δύο. Στο σχήμα έχουμε τους αγωγούς σχεδιασμένους κάθετα στο επίπεδο της σελίδας, σχηματίζοντας ορθογώνιο τρίγωνο αφού $d^2 = (0.8d)^2 + (0.6d)^2$.



Ένα τμήμα του τρίτου αγωγού μήκους r= 0.5m θα δέχεται από τον I_2 απωστική δύναμη (αφού οι εντάσεις I_2 και I_3 είναι αντίρροπες) μέτρου

$F_{2,3} = B_2 I_3 r = k_\mu \frac{2I_2}{0.8d} I_3 r = 10^{-7} \frac{0.8}{0.8 \cdot 0.4} 0.8 \cdot 0.5\ N = 10^{-7} N$ και από τον αγωγό I_1 ελκτική δύναμη μέτρου $F_{1,3} = B_1 I_3 r = k_\mu \frac{2I_1}{0.6d} I_3 r = 10^{-7} \frac{0.6}{0.6 \cdot 0.4} 0.8 \cdot 0.5\ N = 10^{-7} N$.

Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ένα τμήμα του τρίτου αγωγού μήκους r= 0.5m από τους δύο πρώτους αγωγούς θα υπολογιστεί με Πυθαγόρειο :

$\Sigma F = \sqrt{F_{1,3}{}^2 + F_{2,3}{}^2} = 10^{-7}\sqrt{2}N$

ΑΠΟ ΤΗΝ ΟΜΑΔΑ ΚΑΘΗΓΗΤΩΝ ΟΡΟΣΗΜΟ ΡΑΦΗΝΑΣ.