ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Θέμα Α

A1. Σχολικό σελίδα 40.

A2. Σχολικό σελίδα 65.

A3. Έχουμε:

i. **Σ**

ii. **Σ**

iii. **Λ**

iv. **Λ**

v. **Λ**

Θέμα Β

Β1.

x_i	Διαλογή	ν_i
1	~~IIII~~ IIII	9
2	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11
3	~~IIII~~ III	8
4	~~IIII~~ II	7
5	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
6	~~IIII~~	5
Σύνολο		50

B2.

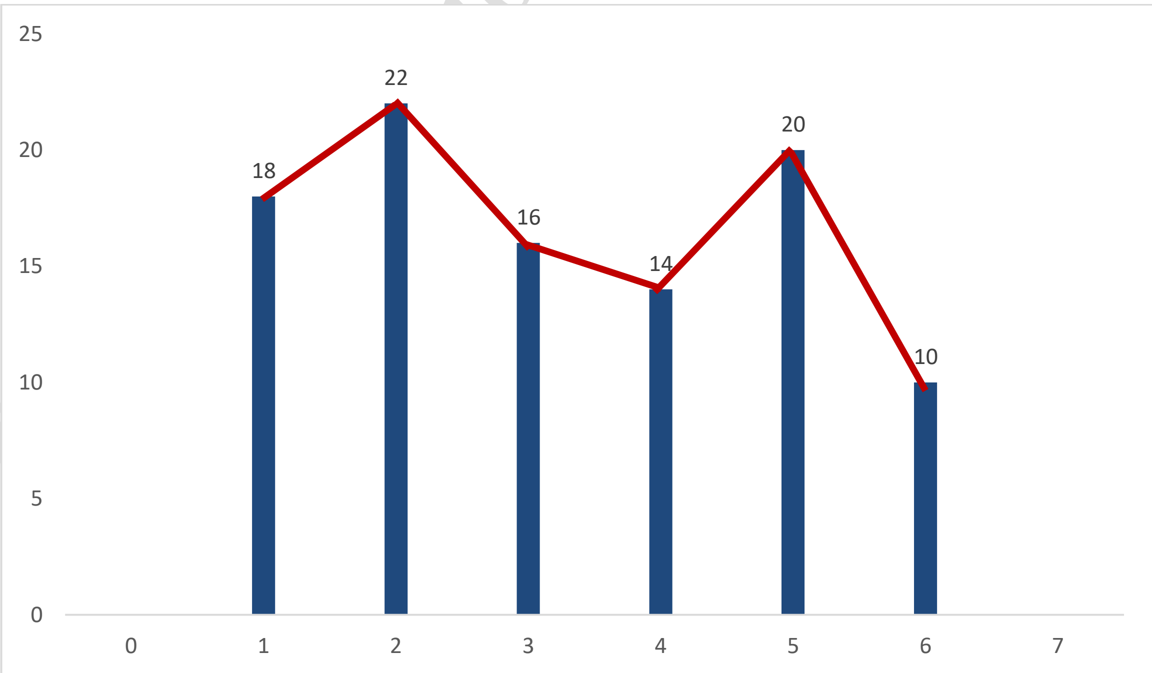
x_i	Διαλογή	v_i	f_i	f_i %	N_i	F_i	F_i %
1	~~IIII~~ IIII	9	0,18	18	9	0,18	18
2	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11	0,22	22	20	0,40	40
3	~~IIII~~ III	8	0,16	16	28	0,56	56
4	~~IIII~~ II	7	0,14	14	35	0,70	70
5	~~IIII~~ ~~IIII~~	10	0,20	20	45	0,90	90
6	~~IIII~~	5	0,10	10	50	1	100
Σύνολο		50	1	100			

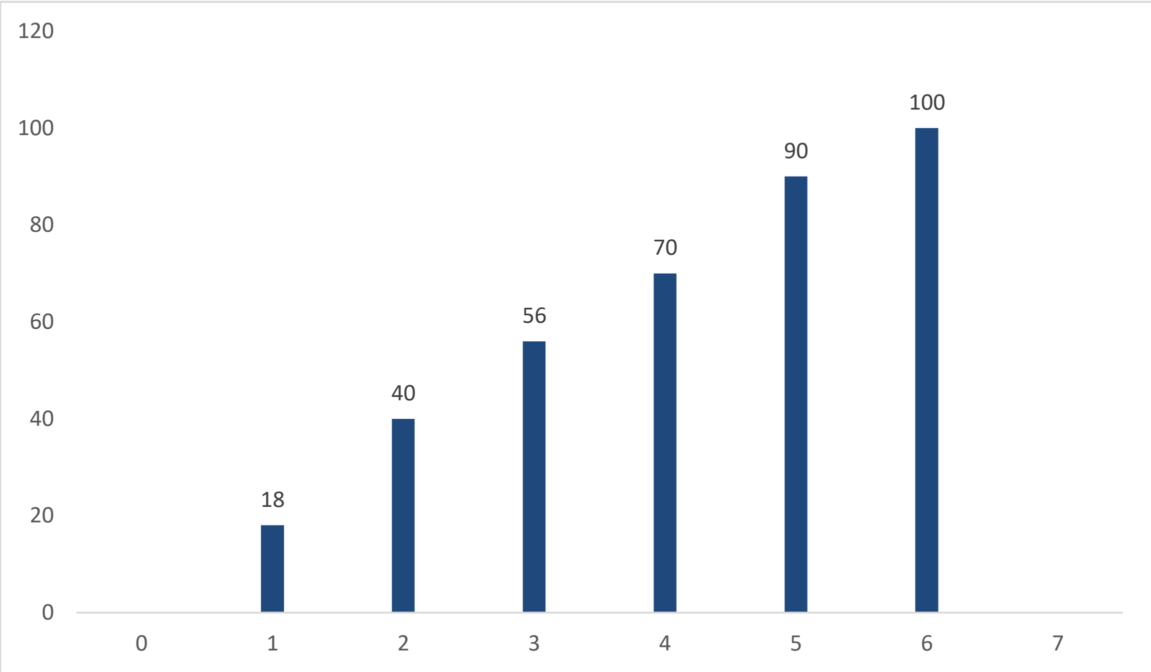
B3. Το ζάρι έφερε 4, 7 φορές,

το ζάρι έφερε 3, με ποσοστό 16%,

το ζάρι έφερε 1 ή 2, με ποσοστό 40%

B4.





Θέμα Γ

Γ1. $A_f = \mathbb{R}$

Γ2. .

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
f΄(x)	+	-	+	
f(x)	↗	↘	↗	
		Τ.Μ	Τ.Ε	

Γ3. Άρα η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο 0 το 3 και τοπικό ελάχιστο στο 2 το -1.

Γ4. Επειδή η f γνησίως φθίνουσα στο [0,2] θα έχουμε ότι $f\left(\frac{1}{2008}\right) > f\left(\frac{2012}{2010}\right)$.

Θέμα Δ

Δ1.

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{2x^2-2x}=\lim_{x\to 1}\frac{3\left(x^4-5x^2+4\right)}{2x(x-1)}$$

Το σχήμα Horner για το πολυώνυμο x^4-5x^2+4 είναι

1	**0**	**–5**	**0**	**4**	**1**
	1	**1**	**–4**	**–4**	
1	**1**	**–4**	**–4**	$\boxed{\mathbf{0}}$	

Επομένως $x^4-5x^2+4=(x-1)\left(x^3+x^2-4x-4\right)$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^4-5x^2+4}{2x(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\left(x^3+x^2-4x-4\right)}{2x(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2-4x-4}{2x}=\frac{-6}{2}=-3$$

Δ2.

Το πεδίο ορισμού της f είναι $A_f=\mathbf{R}$

Το πεδίο ορισμού της g είναι $A_g=\mathbf{R}\text{-}\{3\}$

Η συνάρτηση g μηδενίζεται αν

$$g(x)=0\Leftrightarrow\frac{x^2-3x+2}{x-3}=0\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow x_1=1 \text{ ή } x_2=2$$

Επομένως το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\frac{f}{g}$ είναι $\mathbf{R}-\{1,2,3\}$ και ο τύπος της είναι

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{x^4-5x^2+4}{\frac{x^2-3x+2}{x-3}}=\frac{(x-1)\left(x^3+x^2-4x-4\right)}{\frac{x^2-3x+2}{x-3}}=\frac{(x-3)(x-1)\left(x^3+x^2-4x-4\right)}{x^2-3x+2}$$

Το τριώνυμο x^2-3x+2 έχει ρίζες $x_1=1$ και $x_2=2$, οπότε γράφεται

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

Το σχήμα Horner για το πολυώνυμο x^3+x^2-4x-4 είναι

1	**1**	**–4**	**–4**	**2**
	2	**6**	**4**	
1	**3**	**2**	$\boxed{\mathbf{0}}$	

Επομένως $x^3+x^2-4x-4=(x-2)\left(x^2+3x+2\right)$

Οπότε

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{(x-3)(x-1)\left(x^3+x^2-4x-4\right)}{x^2-3x+2}=\frac{(x-3)(x-1)(x-2)\left(x^2+3x+2\right)}{(x-1)(x-2)}=(x-3)\left(x^2+3x+2\right)$$

Είναι $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=(x-3)\left(x^2+3x+2\right)=x^3+3x^2+2x-3x^2-9x-6=x^3-7x-6$

Δ3.

Η ευθεία $y = 5x + 6$ έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = 5$

Η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ είναι παραγωγίσιμη με παράγωγο $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \left(x^3 - 7x - 6\right)' = 3x^2 - 7$

Για να είναι παράλληλες πρέπει να ισχύει

$$f'(x) = \lambda \Leftrightarrow 3x^2 - 7 = 5 \Leftrightarrow 3x^2 = 7 + 5 \Leftrightarrow 3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \;\; ή \;\; x = -2$$

Δεκτή είναι μονο η τιμή $x = -2$

Δ4.

Η εφαπτομένη έχει τη μορφή $y = \left(\frac{f}{g}\right)'(-2) \cdot x + \beta$, δηλαδή $y = 5x + \beta$

Αντικαθιστούμε $x = -2,\ y = \left(\frac{f}{g}\right)(-2) = -8 + 14 - 6 = 0$ και έχουμε

$$y = 5x + \beta \Rightarrow 0 = 5(-2) + \beta \Rightarrow \beta = 10$$

Άρα η εφαπτομένη είναι η ευθεία $y = 5x + 10$.

Δ5.

Ο ρυθμός μεταβολής είναι η συνάρτηση $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = 3x^2 - 7$

Η παράγωγος είναι $\left(\frac{f}{g}\right)''(x) = 6x$

Ο πίνακας μονοτονίας της συνάρτησης είναι

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f		↘		↗	

ΝΙΚΗΦΟΡΟΣ ΜΑΝΩΛΗΣ
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΣ ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ
ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ ΠΕΙΡΑΙΑ
ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΥ
ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ ΑΓΙΑΣ ΣΟΦΙΑΣ