

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

Θέμα Α

A1) Πότε μία συνάρτηση f λέγεται συνεχής σε κάποιο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

A2) Να αποδείξετε ότι $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$, όπου f_i , $i = 1, 2, \dots, k$ η σχετική συχνότητα μιας μεταβλητής X με τιμές x_1, x_2, \dots, x_k .

Μονάδες 4

A3) Να αποφασίσετε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι σωστές ή λάθος

α) Αν $f(x) = x^2 + x + 2$ και $g(x) = x + 1$, τότε το ηλίκο των συναρτήσεων είναι η συνάρτηση

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}, \quad x \in \mathbf{R}$$

β) Η εφαπτομένη στη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 6x + 1$ στο $x_0 = 3$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$

γ) Η παράγωγος μιας συνάρτησης f στο 1 είναι $f'(1) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+1) - f(1)}{x}$

δ) Η σχετική συχνότητα f_i είναι θετική και δεν μπορεί να πάρει τιμές μεγαλύτερες από 1

ε) Αν $f(x) = (x^3 + 1)^5$ η παράγωγος είναι $f'(x) = 5(x^3 + 1)^4$

Μονάδες 5x2

A4) Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραγώγους

i) $(\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x)' =$

ii) $\left(\frac{x^2 + 1}{2x + 3}\right)' =$

iii) $\left(\sqrt{x^2 + 2x + 5}\right)' =$

iv) $\left[(x^2 + 1)^3\right]' =$

Μονάδες 4x2

Θέμα Β

1) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$

i) Να δείξετε ότι οι αριθμοί $f(3)$ και $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ είναι αντίστροφοι (Μονάδες 3)

ii) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 9$ (Μονάδες 5)

2) Ρωτήσαμε τους μαθητές ενός σχολείου πόσα βιβλία διαβάσαν στη διάρκεια της τελευταίας καραντίνας και κατασκευάσαμε τον παρακάτω πίνακα.

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$
0				$f(-2)$		
1					0,2	
2	$f(11)$					44
3				$200F_2$		
4						
5		0,04				
ΣΥΝ	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x+20} - 5}$					

i) Να δείξετε ότι το σύνολο των μαθητών είναι 50 (Μονάδες 4)

ii) Να συμπληρώσετε τον πίνακα (Μονάδες 7)

iii) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που διάβασε λιγότερα από 3 βιβλία (Μονάδες 3)

iv) Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που διάβασε 5 βιβλία (Μονάδες 3)

Θέμα Γ

Έστω $f(x) = x^2 - 6x + 1$ και η συνάρτηση g που προκύπτει από τη μετακίνηση της C_f κατά δύο μονάδες δεξιά και 4 μονάδες κάτω.

α) Να δείξετε ότι $g(x) = x^2 - 10x + 13$ (Μονάδες 4)

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f, g (Μονάδες 3)

γ) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+7}{\sqrt{g(x)+10x-16}-1}$ (Μονάδες 5)

δ) Να βρείτε για ποια $x \in \mathbf{R}$ ο ρυθμός μεταβολής της f είναι μεγαλύτερος από 4 (Μονάδες 3)

- ε) Να βρείτε την εφαπτομένη στη γραφική παράσταση της f στο σημείο $A(1, f(1))$ (Μονάδες 5)
- στ) Να μελετήσετε τη συνάρτηση $h(x) = f(x) + g(x)$ ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα (Μονάδες 5)

Θέμα Δ

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + 1}{x^2 + \beta}$ και $g(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x + x}{x^2 + 1}$

Αν η εφαπτομένη στη γραφική της παράσταση της f στο σημείο $A(0,1)$ είναι κάθετη στην ευθεία $y = x + 7$

- i) Να δείξετε ότι $\alpha = -1$ και $\beta = 1$ (Μονάδες 6)
- ii) Να μελετήσετε την συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα (Μονάδες 7)
- iii) Να βρείτε για ποια $x \in \mathbf{R}$ η εφαπτομένη στη γραφική παράσταση της f είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ (Μονάδες 4)
- iv) Να ορίσετε τη συνάρτηση $(f + g)(x)$ (Μονάδες 4)
- v) Αν $(f + g)(x) = \frac{x^2 + \sigma\upsilon\nu x + 1}{x^2 + 1}$, να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f + g$ είναι συμμετρική ως προς τον $y'y$ (Μονάδες 4)

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμία άλλη σημείωση.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Βανούσης Χρίστος
Διακρότημα Νέο Ηράκλειο