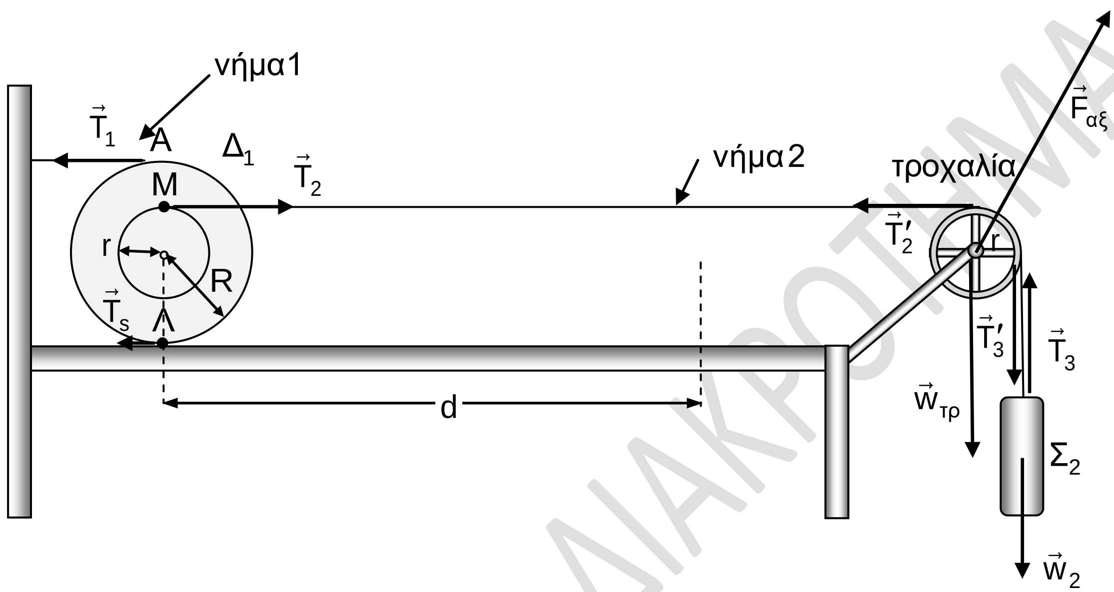
ΛΥΣΗ
ΘΕΜΑ Γ



Γ1. Από την ισορροπία του συστήματος είναι:
Για το σώμα Σ₂: $\Sigma F_2 = 0$ ή $w_2 - T_3 = 0$ ή $T_3 = m_2 \cdot g$ ή $T_3 = 40\text{N}$
Για την τροχαλία $\Sigma\tau = 0$ ή $T_3 \cdot r - T_2 \cdot r = 0$ ή $T_2 = T_3$ ή $T_2 = 40\text{N}$
Για τον κύλινδρο**:** $\Sigma\tau_{(\Lambda)} = 0$ ή $T_2 \cdot (r + R) - T_1 \cdot 2R = 0$ ή $T_1 = T_2 \cdot \dfrac{r+R}{2R}$ ή $T_1 = 30\text{N}$
Η δύναμη που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία είναι:
$F_{\alpha\xi} = \sqrt{T_2^2 + (T_3 + w_{\tau\rho})^2}$ ή $F_{\alpha\xi} = 40\sqrt{10}$ ή $F_{\alpha\xi} = 128\text{N}$

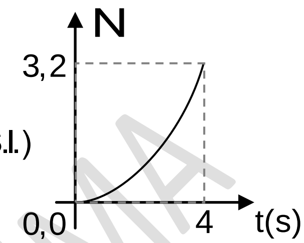
Γ2. Η απόσταση που διανύει ο δίσκος μέχρι την στιγμή t_1 είναι ίση με d
Είναι:
$d = \dfrac{1}{2}\alpha \cdot t_1^2$ ή $t_1 = \sqrt{\dfrac{2d}{\alpha}}$ ή $t_1 = 4\,\text{s}$
Και η γωνιακή του ταχύτητα του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 είναι:
$\omega = \alpha_\gamma \cdot t_1$ ή $\omega = \dfrac{\alpha}{R} \cdot t_1$ ή $\omega = 10\,\text{rad/s}$

Γ3. Η γωνιακή επιτάχυνση είναι: $\alpha_\gamma = \dfrac{\alpha}{R}$ ή $\alpha_\gamma = 2,5\ \text{rad/s}^2$

Η σχέση που δίνει τον αριθμό των στροφών του δίσκου είναι:

$$N = \frac{\theta}{2\pi} \text{ ή } N = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{1}{2}\alpha_\gamma \cdot t^2\right) \text{ ή } N = \frac{\alpha_\gamma}{4\pi}t^2 \text{ ή } N = \frac{0,625}{\pi}t^2 \text{ ή } N = 0,2t^2 \text{ (S.I.)}$$

Η γραφική παράσταση παρουσιάζεται στο διπλανό διάγραμμα



Γ4. Η ταχύτητα του σώματος Σ_2 κάθε στιγμή είναι ίση με τη ταχύτητα του σημείου Μ του δίσκου.

$$\upsilon_2 = \upsilon_M = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho} \text{ ή } \frac{d\upsilon_2}{dt} = \frac{d\upsilon_M}{dt} = \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} + \frac{d\upsilon_{\gamma\rho}}{dt} \text{ ή}$$

$$\alpha_2 = \alpha + \alpha_{\varepsilon\pi} \text{ ή } \alpha_2 = \alpha + \alpha_\gamma \cdot r = \alpha + \frac{\alpha}{R}\cdot r = \alpha(1 + \frac{r}{R}) = 3\,\text{m/s}^2$$

Η μετατόπιση του σώματος Σ_2 είναι: $y = \dfrac{1}{2}\alpha_2 \cdot t_1^2$ ή $y = 24\,\text{m}$

Και η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος είναι:

$$\Delta U = m_2 \cdot g \cdot \Delta h \text{ ή } \Delta U = m_2 \cdot g \cdot (0 - y) \text{ ή } \Delta U = -960\,\text{J}$$

ΛΥΣΗ

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Από το σχήμα παρατηρούμε ότι το σωληνοειδές και ο κυκλικός αγωγός είναι σε παράλληλη σύνδεση. Ο λόγος της ισχύος του αγωγού προς την ισχύ του σωληνοειδούς είναι:

$$\frac{P_\kappa}{P_\sigma}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_\pi^2/R_\kappa}{V_\pi^2/R_\sigma}=\frac{R_\sigma}{R_\kappa}=\frac{1}{2} \Rightarrow R_\sigma=\frac{1}{2}R_\kappa \Rightarrow R_\sigma=9\Omega$$

Για την αντίσταση της διάταξης είναι:

$$R_{o\lambda}=\frac{R_\kappa \cdot R_\sigma}{R_\kappa+R_\sigma}+R \Rightarrow R_{o\lambda}=10\Omega$$

Δ2. Μετά τη χρονική στιγμή t_1 ο αγωγός αποκτά οριακή ταχύτητα. Τότε η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή είναι:

$$E_{\varepsilon\pi}=B\cdot \upsilon\cdot \ell \Rightarrow E_{\varepsilon\pi}=30V$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή είναι: $I=\dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I=3A$

και η δύναμη Laplace που αναπτύσσεται στον αγωγό είναι αντίθετη του βάρους.

$$\Sigma F=0 \Rightarrow F_L-w=0 \Rightarrow B\cdot I\cdot \ell=m\cdot g \Rightarrow m=\frac{B\cdot I\cdot \ell}{g} \Rightarrow m=0{,}9Kg$$

Δ3.Καθώς κατέρχεται ο αγωγός στο σημείο Κ έχουμε υψηλό δυναμικό και στο Λ το χαμηλό. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αγωγού είναι:

$$V_{K\Lambda}=V_K-V_\Lambda=E-I\cdot R \Rightarrow V_{K\Lambda}=18V$$

Δ4. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον κυκλικό αγωγό είναι: $I_\kappa=\dfrac{V_{K\Lambda}}{R_\kappa} \Rightarrow I_\kappa=1A$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του κυκλικού αγωγού είναι:

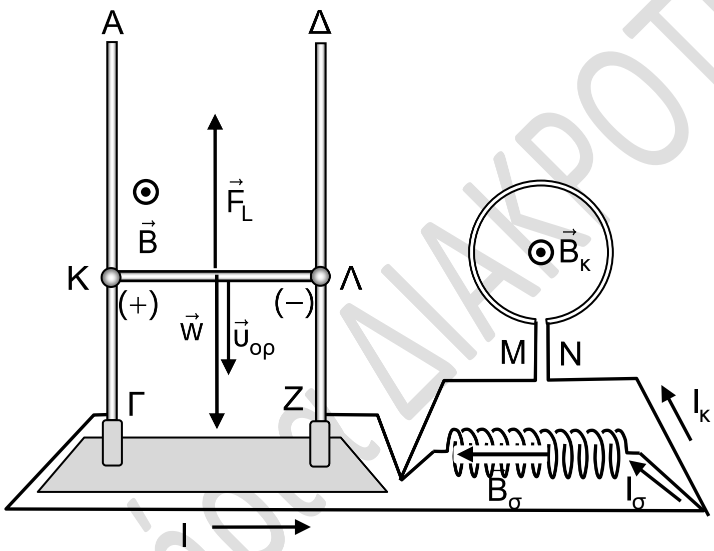
$$B_\kappa=K_\mu\frac{2\pi\cdot I_\kappa}{r} \Rightarrow B_\kappa=4\pi\cdot 10^{-7}T$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το σωληνοειδές είναι: $I_\sigma = \dfrac{V_{K\Lambda}}{R_\kappa} \Rightarrow I_\sigma = 2A$

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο του σωληνοειδούς είναι:

$$B_\kappa = K_\mu 4\pi \cdot I_\kappa \cdot n \Rightarrow B_\kappa = 8\pi \cdot 10^{-5}T$$

Τα διανύσματα των εντάσεων για τα δύο μαγνητικά πεδία παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα



Δ5.

Από τον τύπο της θερμότητας που εκλύεται από μια αντίσταση $Q_K = I_\kappa^2 \cdot R_\kappa \cdot \Delta t$ είναι:

$$\Delta t = \frac{Q_K}{I_\kappa^2 \cdot R_\kappa} \Rightarrow \Delta t = 0,4s$$

Στο χρονικό διάστημα αυτό η θερμότητα που εκλύεται στο σωληνοειδές είναι:

$$Q_\sigma = I_\sigma^2 \cdot R_\sigma \cdot \Delta t \Rightarrow Q_\sigma = 14,4J$$

και στην αντίσταση του αγωγού:

$$Q_R = I^2 \cdot R \cdot \Delta t \Rightarrow Q_R = 14,4J$$

Η θερμότητα που εκλύεται από όλες τις αντιστάσεις του κυκλώματος είναι:

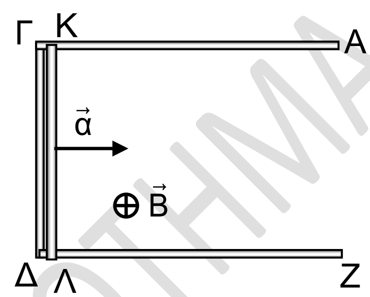
$Q_{ολ} = Q_κ + Q_σ + Q_R \Rightarrow Q_{ολ} = 36\,J$

Η διατήρηση της ενέργειας στο σύστημα δίνει:

$W_w = Q_{ολ} \Rightarrow -\Delta U = Q_{ολ} \Rightarrow \Delta U = -36J$

ΛΥΣΗ

ΘΕΜΑ Β



Β1.Με ένα κομμάτι σύρμα κατασκευάζουμε αγωγό ΑΓΔΖ με τρεις πλευρές και ορθές γωνίες. Ακίνητος αρχικά αγωγός ΚΛ μήκους d επιταχύνεται με κατάλληλη δύναμη έχοντας σταθερή επιτάχυνση μέτρου α κινούμενος κάθετα στα τμήματα ΑΓ και ΔΖ έχοντας τα άκρα του Κ και Λ πάνω στους αγωγούς. Η διάταξη βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο με μέτρο έντασης Β, όπως παρουσιάζεται στο διπλανό σχήμα .Αν τη στιγμή που η ταχύτητα του αγωγού ΚΛ είναι $υ_1$ η μαγνητική ροή μέσα από το πλαίσιο είναι $Φ_1$, τη στιγμή που η ταχύτητα του είναι $υ_2=2υ_1$ η αντίστοιχη μαγνητική ροή είναι

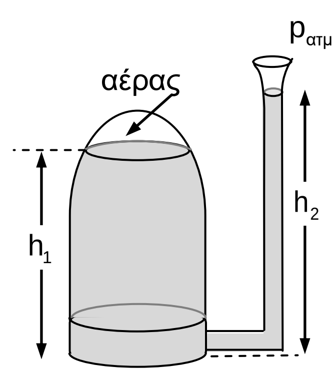
α. $Φ_2 = 2Φ_1$ β. $Φ_2 = 4Φ_1$ γ. $Φ_2 = 8Φ_1$

Σωστή επιλογή είναι η β.

Από την σχέση των ταχυτήτων είναι: $υ_2 = 2υ_1 \Rightarrow α \cdot t_2 = 2α \cdot t_1 \Rightarrow t_2 = 2t_1$

Ο λόγος των μαγνητικών ροών είναι:

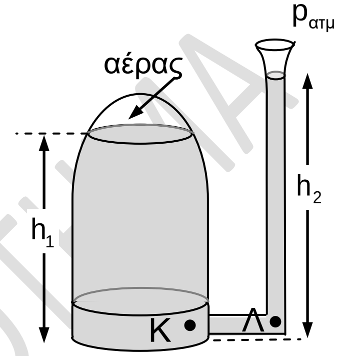
$$\frac{Φ_2}{Φ_1} = \frac{B \cdot A_2 \cdot συν0^o}{B \cdot A_1 \cdot συν0^o} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{d \cdot (α \cdot t_2^2)/2}{d \cdot (α \cdot t_2^2)/2} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = 4 \text{ ή } Φ_2 = 4Φ_1$$



Β2.Το δοχείο του διπλανού σχήματος είναι κλειστό στο επάνω μέρος και από τη βάση του εξέρχεται οριζόντιος σωλήνας ο οποίος γίνεται κατακόρυφος και ανοικτός στο άλλο άκρο του. Το δοχείο περιέχει υγρό πυκνότητας ρ που ισορροπεί ακίνητο. Μέσα στο δοχείο το υγρό έχει ύψος h_1 και στο επάνω μέρος του είναι εγκλωβισμένος αέρας. Στον ανοικτό σωλήνα το υγρό έχει ύψος $h_2=5h_1/4$ Αν g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας, η πίεση του εγκλωβισμένου αέρα είναι:

α. $p_{\alpha\varepsilon\rho} = p_{\alpha\tau\mu} - \dfrac{\rho g h_1}{4}$ β. $p_{\alpha\varepsilon\rho} = p_{\alpha\tau\mu} + \dfrac{\rho g h_1}{4}$ γ. $p_{\alpha\varepsilon\rho} = p_{\alpha\tau\mu} + \dfrac{4\rho g h_1}{5}$

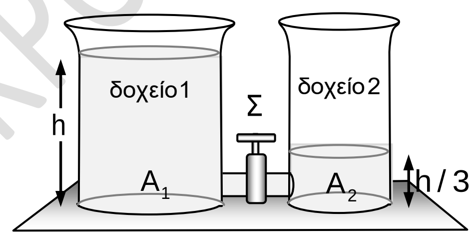
Σωστή επιλογή είναι η β



Τα σημεία Κ και Λ βρίσκονται στο ίδιο ύψος σε ένα υγρό που ισορροπεί επομένως θα έχουν ίσες πιέσεις. Είναι:

$$p_K = p_\Lambda \Rightarrow p_{\alpha\varepsilon\rho} + \rho \cdot g \cdot h_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow p_{\alpha\varepsilon\rho} = p_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h_2 - \rho \cdot g \cdot h_1 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow p_{\alpha\varepsilon\rho} = p_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot \left(\frac{5}{4}h_1 - h_1\right) \Rightarrow p_{\alpha\varepsilon\rho} = p_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot \frac{1}{4}h_1$$

B3. Τα κυλινδρικά ανοικτά από πάνω δοχεία του διπλανού σχήματος συγκοινωνούν μέσω λεπτού σωλήνα ο οποίος διαθέτει στρόφιγγα Σ. Τα εμβαδά των βάσεων των δύο δοχείων είναι αντίστοιχα A_1 και $A_2 = A_1/3$. Αρχικά η στρόφιγγα είναι κλειστή έτσι ώστε να μη διέρχεται υγρό από το ένα δοχείο στο άλλο. Το ύψος του υγρού στο δοχείο 1 είναι ίσο με h ενώ στο δοχείο 2 είναι ίσο με h/3. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι g. Αν ανοίξουμε τη στρόφιγγα η μεταβολή της πίεσης στον πυθμένα του δοχείου (1) είναι:



α. $\Delta p_1 = -\dfrac{1}{3}\rho \cdot g \cdot h$ β. $\Delta p_1 = -\dfrac{2}{5}\rho \cdot g \cdot h$ γ. $\Delta p_1 = -\dfrac{1}{6}\rho \cdot g \cdot h$

Σωστή επιλογή είναι η γ.

Η αρχική πίεση στον πυθμένα του δοχείου 1 είναι: $p_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \rho \cdot g \cdot h$ (1)

Αν ανοίξουμε την στρόφιγγα υγρό θα περάσει από το δοχείο (1) προς το δοχείο 2 έτσι ώστε η στάθμη του υγρού και στα δύο δοχεία να φτάσει στο ίδιο ύψος. Ο αρχικό όγκος του υγρού είναι: $V = V_1 + V_2 = A_1 \cdot h + A_2 \cdot \dfrac{h}{3} = A_1 \cdot h + \dfrac{A_1}{3} \cdot \dfrac{h}{3} = A_1 \cdot h + \dfrac{A_1 \cdot h}{9} = \dfrac{10A_1 \cdot h}{9}$ (2)

Μετά το άνοιγμα της στρόφιγγας ο όγκος του νερού στα δύο δοχεία είναι:

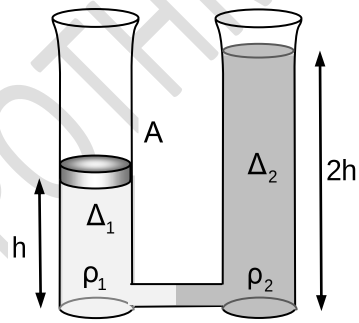
$$V' = V_1' + V_2' = A_1 \cdot h' + A_2 \cdot h' = A_1 \cdot h' + \frac{A_1}{3} \cdot h' = \frac{4A_1 \cdot h'}{3} \quad (3)$$

Είναι όμως $V = V' \Rightarrow \dfrac{10A_1 \cdot h}{9} = \dfrac{4A_1 \cdot h'}{3} \Rightarrow h' = \dfrac{10 \cdot h}{12} = \dfrac{5 \cdot h}{6}$

Η μεταβολή της πίεσης στον πυθμένα του δοχείου (1) είναι:

$$\Delta p_1 = p_1' = p_1 = p_{ατμ} + \rho \cdot g \cdot h' - (p_{ατμ} + \rho \cdot g \cdot h) = \rho \cdot g \cdot \frac{5h}{6} - \rho \cdot g \cdot h = -\frac{1}{6}\rho \cdot g \cdot h$$

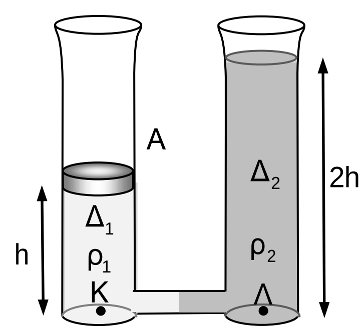
B4. Τα κυλινδρικά ανοικτά από πάνω δοχεία του διπλανού σχήματος συγκοινωνούν μέσω λεπτού σωλήνα και περιέχουν υγρά που δεν αναμιγνύονται και ισορροπούν. Το εμβαδόν της βάσης του κάθε δοχείου είναι Α. Το δοχείο Δ_1 έχει κλειστεί με έμβολο βάρους w περιέχει υγρό πυκνότητας ρ_1 του οποίου το ύψος είναι h ενώ το δοχείο Δ_2 δεν έχει έμβολο και το υγρό που περιέχει έχει πυκνότητα $\rho_2 = 3\rho_1 / 4$ και ύψος 2h από τη βάση του δοχείου. Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι g. Το βάρος του εμβόλου είναι:



α. $w = \dfrac{1}{2}\rho_1 \cdot g \cdot h \cdot A$ β. $w = \dfrac{1}{3}\rho_1 \cdot g \cdot h \cdot A$ γ. $w = \dfrac{2}{3}\rho_1 \cdot g \cdot h \cdot A$

Σωστή επιλογή είναι η α

Επειδή τα δύο υγρά ισορροπούν οι πιέσεις στα σημεία Κ και Λ είναι ίσες.



$$p_K = p_\Lambda \Rightarrow p_{ατμ} + \frac{w}{A} + \rho_1 \cdot g \cdot h = p_{ατμ} + \rho_2 \cdot g \cdot 2h \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{w}{A} + \rho_1 \cdot g \cdot h = \frac{3}{4}\rho_1 \cdot g \cdot 2h \Rightarrow \frac{w}{A} = \frac{3}{4}\rho_1 \cdot g \cdot 2h - \rho_1 \cdot g \cdot h \Rightarrow$$
$$\Rightarrow w = \frac{1}{2}\rho_1 \cdot g \cdot h \cdot A$$

Παναγιώτης Πίσχινας

Διακρότημα Μοσχάτο