

ΛΥΣΗ

α) Ξεκινώντας από το δεύτερο μέλος της ισότητας έχουμε:

$$(\alpha + 2)^2 + 1 = \alpha^2 + 4\alpha + 2^2 + 1 = \alpha^2 + 4\alpha + 5 = A$$

β)

i. Ισοδύναμα έχουμε ότι:

$$\begin{aligned} A + B &\geq 0 \Leftrightarrow \\ (\alpha + 2)^2 + 1 + (2\beta + 1)^2 - 1 &\geq 0 \Leftrightarrow \\ (\alpha + 2)^2 + (2\beta + 1)^2 &\geq 0, \end{aligned}$$

που ισχύει ως άθροισμα τετραγώνων.

ii. Από το ερώτημα β)i) βλέπουμε ότι η ισότητα ισχύει για

$$(\alpha + 2)^2 + (2\beta + 1)^2 = 0$$

η οποία ισχύει για:

$$\begin{aligned} \{(\alpha + 2)^2 = 0 \text{ και } (2\beta + 1)^2 = 0\} &\Leftrightarrow \\ \left\{ \alpha = -2 \text{ και } \beta = -\frac{1}{2} \right\}. \end{aligned}$$