

#### ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 + 2\lambda x + \gamma$  με  $x \in \mathbb{R}$  και παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ , η οποία τέμνει τον άξονα  $y'y$  στο  $(0, -1)$  για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i.  $\gamma = -1$

(Μονάδες 5)

ii. Η γραφική παράσταση της  $f$  δεν είναι κάτω από την ευθεία  $y = -\lambda^2 - 1$  για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε δύο σημεία  $A$  και  $B$  με συντεταγμένες  $A(-\lambda - \sqrt{\lambda^2 + 1}, 0)$  και  $B(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 1}, 0)$ .

(Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι η απόσταση των  $A$  και  $B$  είναι μεγαλύτερη ή ίση του 2 για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 6)

