

ΘΕΜΑ 4

Έστω  $\alpha, \beta$  θετικοί πραγματικοί αριθμοί με  $\alpha - \beta = 1$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $\frac{1}{\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ .

(Μονάδες 6)

β) Αν  $A = \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}\right)^2$  να αποδείξετε ότι:

i.  $A = 2\alpha + 2\beta$

(Μονάδες 8)

ii.  $A > 4\sqrt{\alpha\beta}$ .

(Μονάδες 5)

γ) Αν επιπλέον  $\alpha\beta = 6$  να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$ .

(Μονάδες 6)