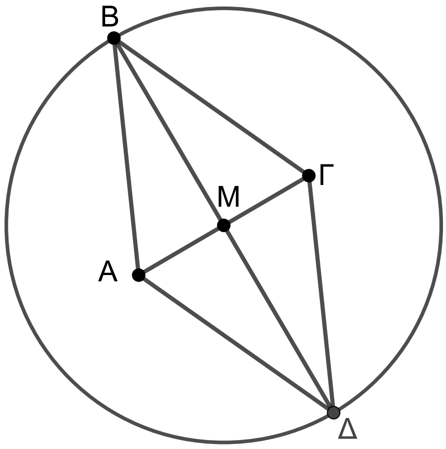


α) Η ΒΔ είναι μεσοκάθετος της ΑΓ από την υπόθεση, άρα ισχύει ΑΜ = ΜΓ.

Επιπλέον ΒΜ = ΜΔ, γιατί από την υπόθεση το Μ είναι κέντρο του κύκλου με διάμετρο ΒΔ. Επομένως, οι διαγώνιοι του ΑΒΓΔ διχοτομούνται. Άρα το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

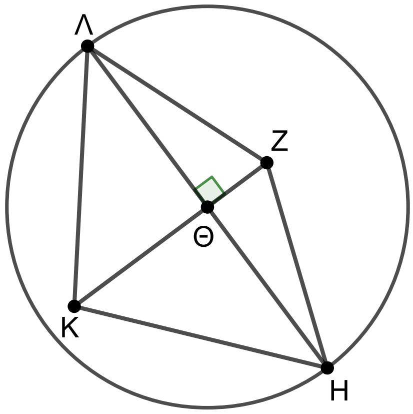
Ακόμα οι ΒΔ και ΑΓ είναι κάθετες, γιατί η ΒΔ είναι μεσοκάθετος της ΑΓ από την υπόθεση.

Εφόσον οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι κάθετες το ΑΒΓΔ είναι ρόμβος.

β) Η Πρόταση 1 έχει αποδειχθεί στο ερώτημα α), άρα είναι αληθής.

Η Πρόταση 2 είναι ψευδής.

Στο παρακάτω σχήμα η διαγώνιος ΛΗ του τετραπλεύρου ΚΛΖΗ είναι κάθετη στη διαγώνιό του ΖΚ και διάμετρος του κύκλου με κέντρο το Θ, σημείο τομής των διαγωνίων. Δηλαδή το ΚΛΖΗ πληροί την υπόθεση της Πρότασης 2.



Ωστόσο το τετράπλευρο ΚΛΖΗ δεν είναι ρόμβος. Πράγματι ισχύει ΚΘ>ΘΖ, άρα οι διαγώνιοι του ΚΛΖΗ δεν έχουν κοινό μέσο (το Θ είναι μέσο της ΛΗ, αλλά όχι της ΖΚ).

Άρα το ΚΛΖΗ δεν είναι παραλληλόγραμμο, γιατί αν ήταν θα έπρεπε ΚΘ = ΘΖ (καθώς οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου διχοτομούνται). Επομένως δεν είναι και ρόμβος.

γ) Σχεδιάζουμε το τετράπλευρο ΠΡΣΤ.

Η διαγώνιος του ΡΤ είναι μεσοκάθετος της ΠΣ, εφόσον είναι κάθετες και ΠΝ = ΝΣ, από την υπόθεση.

Επίσης η ΡΤ είναι διάμετρος του κύκλου που έχει ως κέντρο το Ν, σημείο τομής των διαγωνίων του τετραπλεύρου.

Άρα από την Πρόταση 1 (του ερωτήματος β)) που αποδείχθηκε στο α) το ΠΡΣΤ είναι ρόμβος. Συνεπώς έχει όλες τις πλευρές του ίσες. Δηλαδή ΠΡ = ΡΣ = ΣΤ = ΤΠ.