ΛΥΣΗ

α) Το τρίγωνο ΑΚΒ είναι ισοσκελές με ΚΒ = ΚΑ, ως ακτίνες του κύκλου (Κ,R).

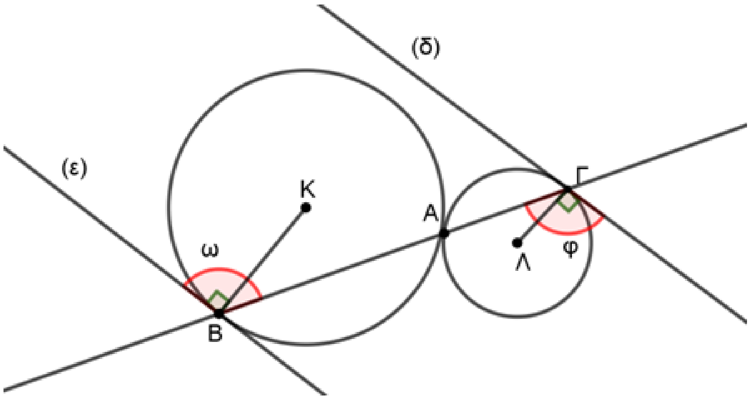
Άρα $K\hat{B}A = K\hat{A}B$ (1).

Το τρίγωνο ΑΛΓ είναι ισοσκελές με ΛΑ = ΛΓ, ως ακτίνες του κύκλου (Λ,ρ).

Άρα $\Lambda\hat{A}\Gamma = \Lambda\hat{\Gamma}A$ (2).

Οι γωνίες ΚΑΒ και ΛΑΓ είναι κατακορυφήν, οπότε είναι ίσες. Άρα από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει $K\hat{B}A = \Lambda\hat{\Gamma}A$.

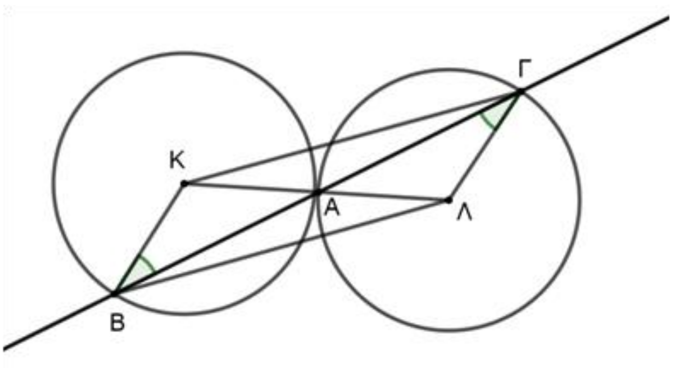
β)



Έστω ω και φ οι γωνίες όπως φαίνονται στο σχήμα. Για τις γωνίες ω, φ έχουμε $\widehat{\omega} = 90° + K\hat{B}A$ και $\widehat{\phi} = 90° + \Lambda\hat{\Gamma}A$. Από το ερώτημα (α) οι γωνίες ΚΒΑ και ΛΓΑ είναι ίσες, έτσι και οι γωνίες ω, φ είναι ίσες.

Οι ίσες γωνίες ω και φ είναι εντός εναλλάξ των ευθειών (ε) και (δ) που τέμνονται από τη ΒΓ, συνεπώς (ε) // (δ).

γ)



Για να είναι το τετράπλευρο ΚΓΛΒ παραλληλόγραμμο, θα πρέπει οι απέναντι πλευρές του ΚΒ και ΓΛ να είναι ίσες και παράλληλες.

Από το ερώτημα (α) έχουμε ότι οι εντός εναλλάξ γωνίες ΚΒΑ και ΛΓΑ των ΚΒ και ΓΛ που τέμνονται από τη ΒΓ είναι ίσες. Άρα προκύπτει ότι ΚΒ // ΓΛ.

Τα ευθύγραμμα τμήματα ΚΒ και ΓΛ είναι ακτίνες των δύο κύκλων, οπότε για να είναι ίσα θα πρέπει οι κύκλοι να είναι ίσοι μεταξύ τους.

Άρα για να είναι το τετράπλευρο ΚΓΛΒ παραλληλόγραμμο θα πρέπει R = ρ.