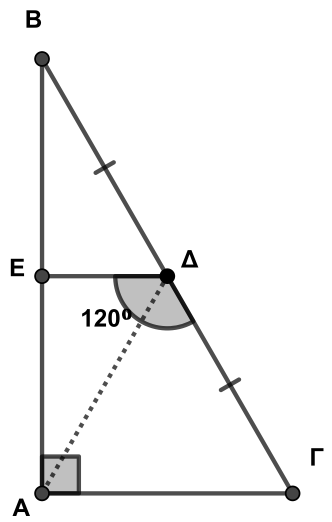
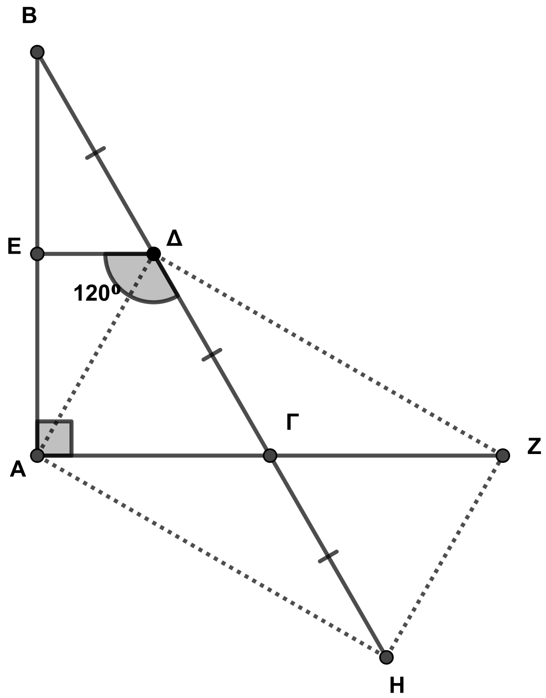


α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ το σημείο Δ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ και ΔΕ// ΑΓ άρα το σημείο Ε είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ. Οι γωνίες $\mathrm{E}\widehat{\Delta}\Gamma$ και $\Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A}$ είναι εντός και επί τα αυτά των παραλλήλων ΕΔ και ΑΓ που τέμνονται από την ΓΔ, συνεπώς είναι παραπληρωματικές άρα $\mathrm{E}\widehat{\Delta}\Gamma + \Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A} = 180^{o}$ ή $120^{o} + \Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A} = 180^{o}$ ή $\Delta\widehat{\Gamma}\mathrm{A} = 60^{o}$.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η ΑΔ είναι διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, άρα $\mathrm{A}\Delta=\frac{\mathrm{B}\Gamma}{2}$ ή ΑΔ=ΔΓ. Στο ίδιο τρίγωνο οι γωνίες $\widehat{\mathrm{B}}$ και $\widehat{\Gamma}$ είναι συμπληρωματικές, από το α) ερώτημα έχουμε $\widehat{\Gamma}=60^{o}$ άρα $\widehat{\mathrm{B}}=30^{o}$. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε $\widehat{\mathrm{B}}=30^{o}$ άρα η απέναντι κάθετη πλευρά ΑΓ ισούται με το μισό της υποτείνουσας ΒΓ, δηλαδή $\mathrm{A}\Gamma=\frac{\mathrm{B}\Gamma}{2}$ ή ΑΓ=ΔΓ. Συνεπώς το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο αφού έχει και τις τρεις πλευρές του ίσες ΑΔ=ΑΓ=ΔΓ.



γ) Στο τετράπλευρο ΑΗΖΔ οι διαγώνιοι ΔΗ και ΑΖ διχοτομούνται στο Γ αφού $ΔΓ=\frac{ΒΓ}{2}=ΓΗ$ (από υπόθεση και τη λύση του ερωτήματος β)) και ΑΓ=ΓΖ (από υπόθεση). Άρα ΑΗΖΔ είναι παραλληλόγραμμο.

Στο β) ερώτημα δείξαμε ότι το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισόπλευρο άρα ΑΓ=ΓΔ ή 2ΑΓ=2ΓΔ ή ΑΖ=ΔΗ, άρα το παραλληλόγραμμο ΑΗΖΔ είναι ορθογώνιο αφού έχει ίσες διαγωνίους, συνεπώς $Α\widehat{Η}Ζ=90^{\circ}$.