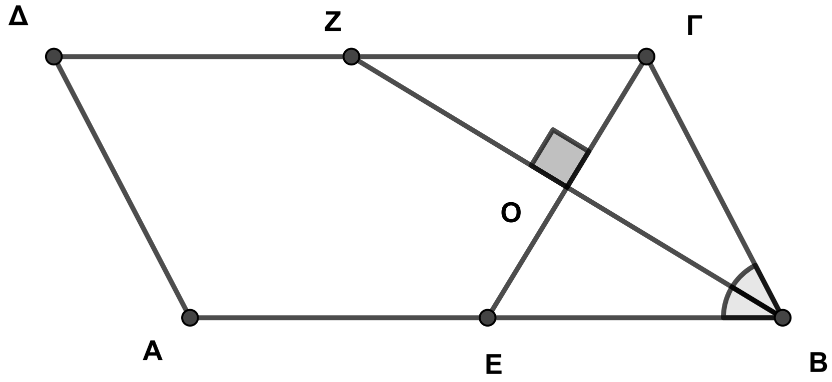
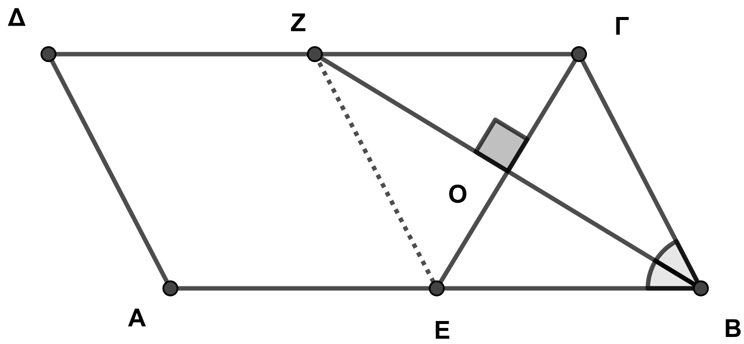


α) Έχουμε BZ διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B}$ και BO ⊥ ΓE από υπόθεση. Συνεπώς το τμήμα BO στο τρίγωνο EBΓ είναι ύψος και διχοτόμος άρα το τρίγωνο είναι ισοσκελές με βάση την πλευρά EΓ.

β) Συγκρίνω τα τρίγωνα OZΓ και OBE τα οποία έχουν:

i. $\Gamma\widehat{O}Z=E\widehat{O}B=90^o$
ii. OΓ=OE (O μέσο της ΓE γιατί το BO είναι διχοτόμος άρα και διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου EBΓ)
iii. $Z\widehat{\Gamma}O=B\widehat{E}O$ (ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων BE, ΓZ που τέμνονται από την ΓE)

Τα τρίγωνα OZΓ, OBE είναι ίσα γιατί είναι ορθογώνια, που έχουν μια κάθετη πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία ίσες μία προς μία.



γ) Από τη σύγκριση στο ερώτημα β) έχουμε OZ=OB ως πλευρές των ίσων τριγώνων ZOΓ και BOE απέναντι από τις ίσες γωνίες $Z\widehat{\Gamma}O$ και $B\widehat{E}O$ και OΓ=OE (O μέσο της ΓE γιατί το BO είναι διχοτόμος άρα και διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου EBΓ). Το τετράπλευρο EBΓZ είναι παραλληλόγραμμο αφού οι διαγώνιοι ΓE και BZ διχοτομούνται στο σημείο Ο και επειδή είναι και κάθετες από υπόθεση ($BZ \perp ΓΕ$) είναι ρόμβος.

δ) Για να είναι το τετράπλευρο ΕΒΓΖ τετράγωνο θα πρέπει να είναι εκτός από ρόμβος (ερώτημα γ)) και ορθογώνιο άρα θα πρέπει $\widehat{B}=90^{o}$.