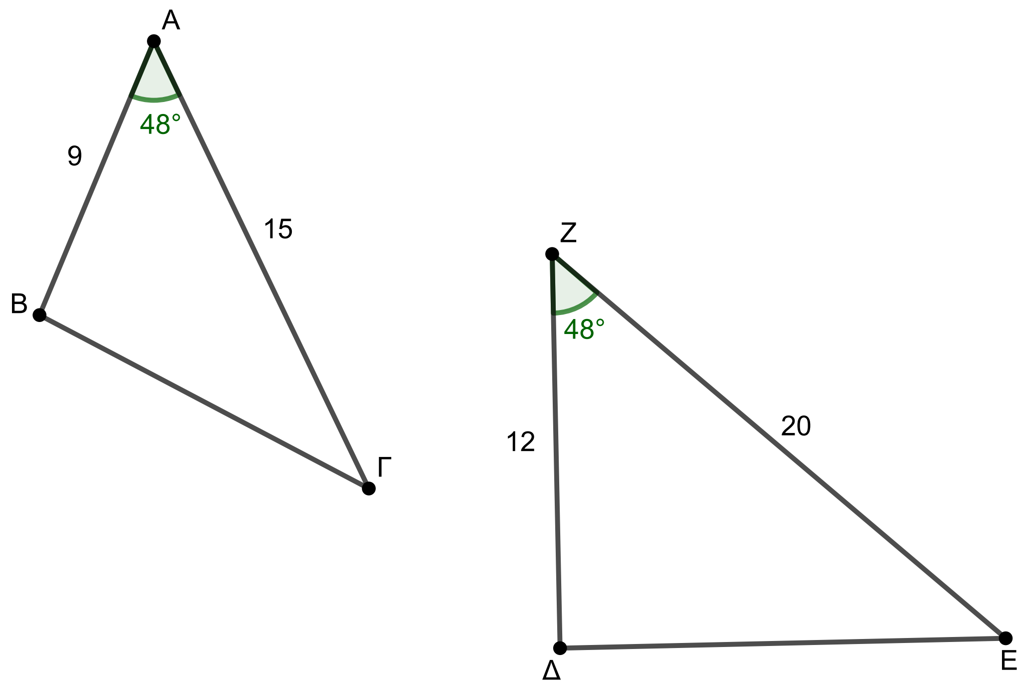
ΛΥΣΗ

Σχεδιάζουμε δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΔΕ ώστε $\widehat{\mathrm{A}} = \widehat{\mathrm{Z}}$ = 48^o, ΑΒ=9, ΑΓ=15, ΖΔ=12 και ΖΕ=20.



α) Στα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΔΕ οι γωνίες $\widehat{\mathrm{A}}$ και $\widehat{\mathrm{Z}}$ που καθεμιά είναι ίση με 48^o , περιέχονται στις πλευρές ΑΒ, ΑΓ και ΖΔ, ΖΕ αντίστοιχα. Επιπλέον ισχύει $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{Z\Delta}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ και $\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{ZE}} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$, οπότε $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{Z\Delta}} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{ZE}}$. Δηλαδή τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΔΕ έχουν δυο πλευρές τους ανάλογες μία προς μία και τις περιεχόμενες γωνίες σε αυτές τις πλευρές ίσες, οπότε τα τρίγωνα είναι όμοια.

β)

i. Δύο λόγοι πλευρών των δυο τριγώνων είναι οι $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{Z\Delta}}$ και $\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{ZE}}$ που αποδείξαμε πριν ότι είναι μεταξύ τους ίσοι αφού καθένας από τους λόγους αυτούς είναι ίσος με $\frac{3}{4}$. Οι τρίτες πλευρές των δύο τριγώνων είναι οι ΒΓ και ΔΕ που είναι ομόλογες αφού βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\widehat{\mathrm{A}}$ και $\widehat{\mathrm{Z}}$. Οι τρεις λόγοι των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων είναι $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{Z\Delta}}$, $\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{ZE}}$ και $\frac{\mathrm{B\Gamma}}{\mathrm{\Delta E}}$.

ii. Ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων είναι ο λόγος των ομόλογων πλευρών τους που όπως αποδείχθηκε στο ερώτημα α) ισούται με $\frac{3}{4}$.