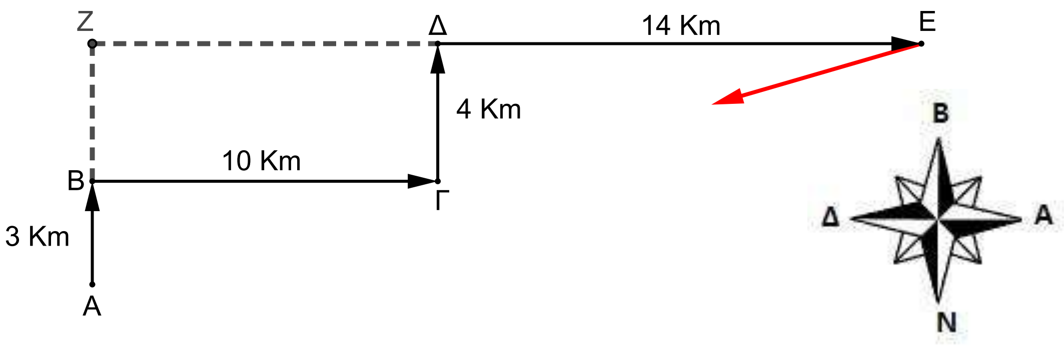
ΛΥΣΗ



α)

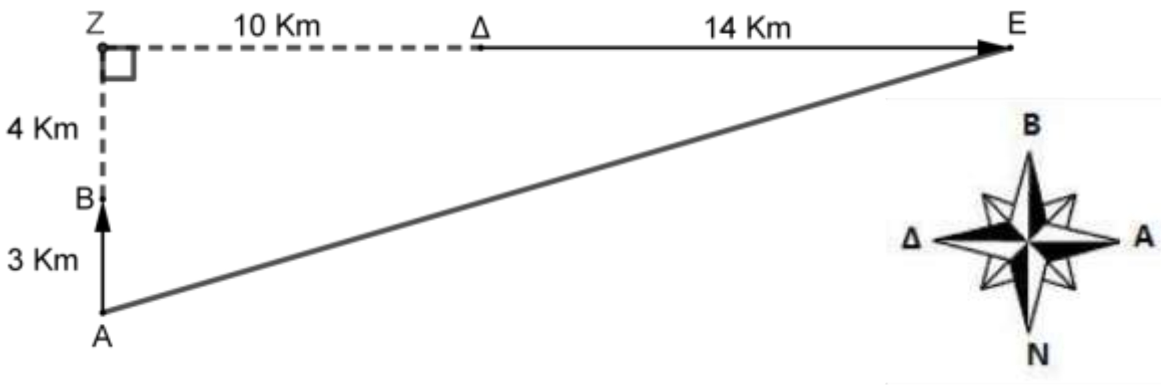
i. Το πρώτο κινητό που έκανε τη διαδρομή ΑΒΓΔΕ διάνυσε συνολικά (3+10+4+14) km = 31 km.

Για το δεύτερο κινητό που έκανε τη διαδρομή ΑΖΕ έχουμε:

ΑΖ//ΓΔ γιατί η κίνηση από το σημείο Α στο σημείο Ζ είναι βόρεια όπως και η κίνηση από το σημείο Γ στο σημείο Δ. Επίσης, η κίνηση από το σημείο Ζ στο σημείο Ε είναι ανατολικά όπως και η κίνηση από το σημείο Β στο σημείο Γ, άρα ΖΕ//ΒΓ. Στο τετράπλευρο ΒΓΔΖ οι απέναντι πλευρές τους είναι παράλληλες, οπότε αυτό είναι παραλληλόγραμμο και επειδή οι γωνίες του είναι ορθές είναι ορθογώνιο.

Άρα ΒΖ=ΓΔ=4 και ΖΔ=ΒΓ=10. Η συνολική διαδρομή του δεύτερου κινητού είναι (7+10+14) km =31km

ii.



Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΖΕ με $\widehat{Z}$ =90^o εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε:

$ΕΑ^2 = ΑΖ^2 + ΖΕ^2$ ή $ΕΑ^2 = 7^2 + 24^2$, δηλαδή $ΕΑ^2 = 49 + 576$, οπότε $ΕΑ^2 = 625$ ή ΕΑ = 25 km.

β) Αν, τα κινητά κατά την επιστροφή τους από το σημείο Ε στο Α, περάσουν από το σημείο Γ θα ισχύει ότι ΕΑ = ΕΓ + ΓΑ (1). Υπολογίζουμε τα τμήματα ΕΓ και ΓΑ εφαρμόζοντας Πυθαγόρειο Θεώρημα στα ορθογώνια τρίγωνα ΔΓΕ και ΒΑΓ.

$ΕΓ^2 = ΕΔ^2 + ΔΓ^2$ ή $ΕΓ^2 = 14^2 + 4^2$, $ΕΓ^2 = 196 + 16$, $ΕΓ^2 = 212$, δηλαδή ΕΓ = $\sqrt{212}$ ή ΕΓ = $2\sqrt{53}$.

$ΑΓ^2 = ΒΓ^2 + ΑΒ^2$ ή $ΑΓ^2 = 10^2 + 3^2$, $ΑΓ^2 = 100 + 9$, $ΕΓ^2 = 109$, δηλαδή ΕΓ = $\sqrt{109}$.

Από το α)ii. ερώτημα βρήκαμε ότι ΕΑ = 25, οπότε από τη σχέση (1) έχουμε ότι:

$25 = 2\sqrt{53} + \sqrt{109}$. Δηλαδή ένας θετικός ρητός αριθμός ισούται με άθροισμα θετικών αρρήτων, πράγμα που είναι άτοπο. Άρα δεν θα περάσουν από το σημείο Γ.