ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Λύσεις

Θέμα Α

Α1. Σχολικό σελίδα 60,62.

Α2. Σχολικό σελίδα 30.

Α3. Έχουμε

i. $R = t_{max} - t_{min}$, όπου t_{max} η μεγαλύτερη παρατήρηση και t_{min} η μικρότερη

ii. $CV = \frac{s}{\bar{x}}$, όπου s η τυπική απόκλιση και $\bar{x}$ η μέση τιμή

Α4. Έχουμε

i. Λ

ii. Σ

iii. Λ

iv. Σ

v. Σ

Θέμα Β

Β1.

Χρόνος αναμονής (ώρες)	x_i	ν_i	$x_i\nu_i$
[0,2)	1	15	15
[2,4)	3	20	60
[4,6)	5	30	150
[6,8)	7	20	140
[8,10)	9	15	135
Σύνολο		100	500

Β2. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i \nu_i}{\nu} = \frac{500}{100} = 5$ ώρες

Β3. Έστω κ το πλήθος. Τότε: $\kappa = \frac{\nu_3 + \nu_4}{2} = \frac{50}{2} = 25$

Β4. Τα 10 άτομα μεταπηδούν στη δεύτερη κλάση με αποτέλεσμα να έχουμε τις εξής αλλαγές:

Χρόνος αναμονής(ώρες)	x_i	v_i	$x_i v_i$
[0,2)	1	5	5
[2,4)	3	30	90
[4,6)	5	30	150
[6,8)	7	20	140
[8,10)	9	15	135
Σύνολο		100	520

Επομένως, ο νέος μέσος χρόνος αναμονής είναι: $\bar{x}' = \dfrac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{v} = \dfrac{520}{100} = 5.2$ ώρες.

Θέμα Γ

Γ1. $A_f = \mathbb{R}$ ως πολυωνυμική.

$f'(x) = \left(2x^3 - 3x^2 - 12x + 23\right)' = 6x^2 - 6x - 12$

$f''(x) = \left(6x^2 - 6x - 12\right)' = 12x - 6$.

$f(1) = 2\cdot 1^3 - 3\cdot 1^2 - 12\cdot 1 + 23 = 2 - 3 - 12 + 23 = 10$,

$f(-2) = 2\cdot(-2)^3 - 3\cdot(-2)^2 - 12(-2) + 23 = -16 - 12 + 24 + 23 = 19$,

$f'(-2) = 6(-2)^2 - 6(-2) - 12 = 24 + 12 - 12 = 24$,

$f''\left(-\dfrac{1}{4}\right) = 12\left(-\dfrac{1}{4}\right) - 6 = -3 - 6 = -9$,

$f''(4) = 12\cdot 4 - 6 = 48 - 6 = 42$

Γ2. Πρέπει $-f''\left(-\dfrac{1}{4}\right) - \alpha + f(1) + f(-2) - \alpha + f'(-2) - \alpha = f''(4) + 2\alpha \Leftrightarrow$

$-f''\left(-\dfrac{1}{4}\right) - \alpha + f(1) + f(-2) - \alpha + f'(-2) - \alpha = f''(4) + 2\alpha \Leftrightarrow$

$9 - \alpha + 10 + 19 - \alpha + 24 - \alpha = 42 + 2\alpha \Leftrightarrow 5\alpha = 20 \Leftrightarrow \alpha = 4$

Γ3.

x_i	v_i	N_i	f_i %	F_i %	$v_i \cdot x_i$
1	5	5	10	10	5
2	10	15	20	30	20
3	15	30	30	60	45
4	20	50	40	100	80
Σύνολο	25		100		150

Γ4. $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} = \frac{150}{50} = 3$, και $\delta = \frac{x_{25}+x_{26}}{2} = \frac{3+3}{2} = 3$.

Γ5. Η ευθεία παίρνει τη μορφή

$$y=-4\overline{x}\cdot x+10\delta-7 \Rightarrow y=-4\cdot 3\cdot x+10\cdot 3-7 \Rightarrow y=-12x+23$$

Έστω x_o το σημείο επαφής της εφαπτομένης.

Θα πρέπει $f'(x_0)=12 \Rightarrow 6x^2+6x-12=-12 \Rightarrow 6x^2+6x=0 \Rightarrow 6x(x+1)=0 \Rightarrow x=0$ ή $x=-1$

Είναι $f(0)=23$ και $f(-1)=2\cdot(-1)^3-3\cdot(-1)^2-12\cdot(-1)+23=30$

Με αντικατάσταση στον τύπο της ευθείας προκύπτει

Για $x=0,\ y=f(0)=23$ είναι $y=-12x+23 \Rightarrow 23=0+23$ που ισχύει

Για $x=-1,\ y=f(-1)=30$ είναι $y=-12x+23 \Rightarrow 30=-12\cdot(-1)+23 \Rightarrow 30=12+23$ που δεν ισχύει. Άρα το ζητούμενο σημείο είναι το $M(0,23)$

ότι δεκτή είναι η λύση $x=-1,\ y=f(-1)=30$

Θέμα Δ

Δ1.

Η f είναι γν. φθίνουσα στα διαστήματα $(-\infty,-1],[0,1]$
Η f είναι γν. αύξουσα στα διαστήματα $[-1,0],[1,+\infty)$
Παρουσιάζει ελάχιστο την τιμή 1 στις θέσεις -1 και 1
Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το 2 στη θέση 0.

Δ2. $\delta = \bar{x} = 12,\ s = 3$
$\bar{x} - s = 9$, άρα κάτω από 9 είναι 0,15+2,35+13,5=16

Δ3. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$
$f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x-1)(x+1)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
f		↘		↗		↘		↗	

Δ4. $\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{4x(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(4x(x+1)) = 8$

ΝΙΚΗΦΟΡΟΣ ΜΑΝΩΛΗΣ