

ΘΕΜΑΤΑ Β

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1

**Θέμα 7991 (B1)**

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει ότι «τα ηχητικά κύματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση», δηλαδή θεωρεί ότι το κύμα είναι υλικό σημείο που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά! Το σωστό είναι : «τα ηχητικά κύματα διαδίδονται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα».

Ενδεικτική αιτιολόγηση

Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m / s. Θεωρώντας ότι τα ηχητικά κύματα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:

$$S = v_{\eta\chi} \cdot \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{S}{v_{\eta\chi}} = 3,5 \text{ s}$$

**Θέμα 13269 (2.1)**

**Σχόλιο :** Όταν ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα, για να αλλάξει η φορά της ταχύτητας πρέπει να αποκτήσει επιβράδυνση. Η επιβράδυνση όμως θα μεταβάλλει και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος. Αφού το μέτρο της ταχύτητας είναι σταθερό, άρα δεν υπάρχει επιβράδυνση, επομένως και η φορά της ταχύτητας είναι σταθερή.

Η απάντηση του συγγραφέα είναι λανθασμένη. Δεν είναι δυνατό να αλλάξει η φορά της ταχύτητας, χωρίς να μεταβληθεί το μέτρο της.

**Β.** Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, το σημειακό κινητό σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα  $\Delta t$  μετατοπίζεται εξίσου κατά  $\Delta x$  (η φορά της κίνησης του κινητού δεν μεταβάλλεται). Τα ίσα διαστήματα  $S$  μπορούν να διανύονται με αντίθετες φορές κίνησης και σ' αυτήν την περίπτωση η κίνηση ΔΕΝ είναι ευθύγραμμη ομαλή.

**Θέμα 7975 (B1)**

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας συμβολίζει την επιτάχυνση με  $g$ , δηλαδή αντιμετωπίζει την κίνηση του μοτοσυκλετιστή σαν ελεύθερη πτώση!

**Η απόσταση από το Α είναι ίση με τη μετατόπιση  $\Delta x$  εφ' όσον κινείται προς τη θετική φορά.**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση-

Η απόσταση του μοτοσυκλετιστή από το σημείο Α ισούται με την μετατόπιση του μοτοσυκλετιστή  $\Delta x$ .

Επειδή  $a$  σταθερή ισχύει:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1)$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot (2t)^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = \frac{1}{2} g \cdot 4t^2 \quad \text{ή} \quad \Delta x_2 = 4\Delta x_1 \quad \text{ή}$$

$$\Delta x_2 = 40m \quad (2)$$

### Θέμα 7982 (B2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει αν το σώμα κινείται προς τη θετική φορά και αν τα σύμβολα  $v_0$ ,  $v$ ,  $a$  είναι τα μέτρα ή οι αλγεβρικές τιμές των αντίστοιχων μεγεθών.

Η σχέση  $v^2 = v_0^2 + 2as$  ισχύει με την προϋπόθεση ότι το σώμα κινείται προς τη θετική φορά ή εφ' όσον το σύμβολο  $a$  είναι το **μέτρο** της επιτάχυνσης.

Η γενικότερη σχέση είναι :  $v^2 = v_0^2 + 2|a|s$ .

### Θέμα 8024 (B2)

### Θέμα 13549 (2.2)

Σχόλιο για τα θέματα 8024, 13549 :

Το εμβαδό στο διάγραμμα  $a - t$  είναι ίσο (αριθμητικά) με τη μεταβολή της ταχύτητας στην ίδια χρονική διάρκεια :  $E_{\text{ορθ}} = \Delta v$ .

Επειδή  $v_0 = 0$ , άρα  $\Delta v = v$ , προκύπτει ότι το εμβαδό στο διάγραμμα  $a - t$  για τη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$  είναι ίσο με την τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t = 6 \text{ s}$  :  $E_{\text{ορθ}} = v$ .

Δεν είναι σαφές από την εκφώνηση αν ζητείται να εξετάσουν οι μαθητές ότι το εμβαδό είναι ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας στη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \rightarrow 6 \text{ s}$  ή ότι είναι ίσο με την ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $6 \text{ s}$ .

### Θέμα 13543 (2.1)

Σχόλιο : Η σχέση  $S = \frac{v^2}{2a}$  ισχύει μόνο όταν το σώμα κινείται προς τη θετική φορά ή εφ' όσον το σύμβολο  $a$  είναι το μέτρο της επιτάχυνσης. Η γενικότερη σχέση είναι :  $S = \frac{v^2}{2|a|}$ .

### Θέμα 13546 (2.1)

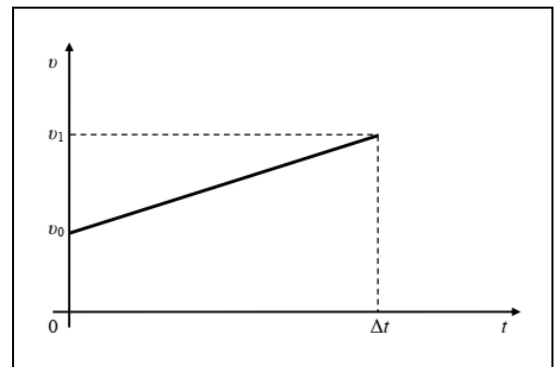
Σχόλια :

1) Η σχέση :  $s = \frac{v_1 + v_0}{2} \cdot \Delta t$  ισχύει μόνο όταν το σώμα κινείται προς τη θετική φορά ή εφ' όσον τα σύμβολα  $v_0$ ,  $v_1$  είναι τα μέτρα των ταχυτήτων.

Η γενικότερη σχέση είναι :  $s = \frac{|v_1 + v_0|}{2} \cdot \Delta t$ .

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας έχει σημειώσει στον άξονα του χρόνου το σύμβολο  $\Delta t$  σε μία χρονική στιγμή. Αυτό είναι λάθος!

Με  $\Delta t$  συμβολίζεται η χρονική διάρκεια από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t$ .

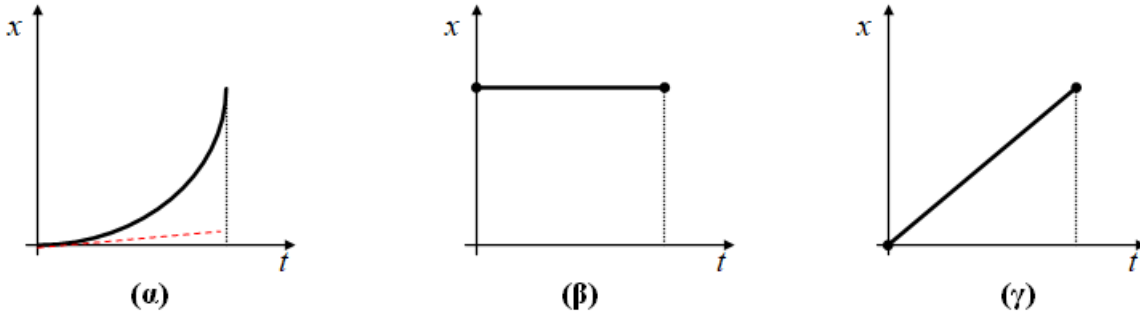


**Θέμα 7979 (B1)**

Στα παρακάτω διαγράμματα παριστάνεται η θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με τον χρόνο.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Από τα διαγράμματα αυτά εκείνο που αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s το κινητό βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$  m, είναι το διάγραμμα:



B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4  
Μονάδες 8

**Απάντηση**

Το διάγραμμα (β) αντιστοιχεί σε ακινησία ( $x = \text{σταθ.}$ ), ενώ το διάγραμμα (γ) αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, αφού είναι πλάγια ημιευθεία και επομένως έχει σταθερή κλίση (άρα η ταχύτητα έχει σταθερή τιμή).

Στο διάγραμμα (α) αυξάνεται η κλίση με την πάροδο του χρόνου, άρα αυξάνεται και το μέτρο της ταχύτητας. Δηλαδή, το διάγραμμα (α) περιγράφει (ευθύγραμμη) επιταχυνόμενη κίνηση.

Δεν γνωρίζουμε όμως αν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι  $x_0 = 0$  (δεν έχει σημειωθεί το μηδέν στην αρχή των αξόνων).

Δεν μπορούμε να πούμε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη, γιατί δεν γνωρίζουμε αν η καμπύλη είναι παραβολή.

Επίσης, στην αρχή των αξόνων ( $t = 0$ ;) ο άξονας του χρόνου δεν εφάπτεται στην καμπύλη, άρα το κινητό έχει αρχική ταχύτητα ( $v_0 \neq 0$ ).

Επομένως, το διάγραμμα (α) δεν αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα αλλά σε ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα.

Δηλαδή καμία από τις απαντήσεις δεν είναι σωστή.

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας χαρακτηρίζει την κίνηση ευθύγραμμη ομαλή, ενώ γράφει την εξίσωση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης!  
Επίσης, στα δεδομένα δεν δίνεται ότι  $x_0 = 0$  και  $v_0 = 0$ , ούτε αναφέρεται ότι η καμπύλη στο διάγραμμα (α) είναι παραβολή!

**B1.** Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η εξίσωση θέσης ενός κινητού που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι της μορφής:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Από τα δεδομένα έχουμε  $x_0 = 0$  και  $v_0 = 0$ .

Επομένως η εξίσωση θέσης του κινητού είναι:

$$x = \frac{1}{2} a t^2, \text{ δηλαδή παραβολή.}$$

### Θέμα 8048 (B2)

Στη διπλανή εικόνα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου δυο αυτοκινήτων που κινούνται ευθύγραμμα.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

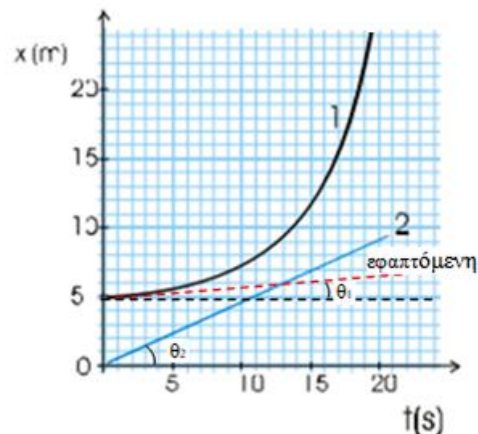
Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s μηδενική ταχύτητα έχει το αυτοκίνητο

- α) 1      β) 2      γ) 1 και 2

Μονάδες 4

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



### Απάντηση

Φέρνουμε την εφαπτόμενη του διαγράμματος (1) στο σημείο που τέμνει τον άξονα x. Παρατηρούμε ότι η εφαπτόμενη (κόκκινη γραμμή) σχηματίζει με τον άξονα t γωνία  $\theta_1 \neq 0$ , άρα η κλίση του διαγράμματος (1) τη χρονική στιγμή  $t = 0$  είναι μη μηδενική, άρα η αρχική ταχύτητα  $v_{0,1}$  δεν είναι μηδενική ( $v_{0,1} \neq 0$ ). Το διάγραμμα (2) είναι ευθεία που σχηματίζει γωνία  $\theta_2$  με τον άξονα t, άρα η ταχύτητα  $v_2$  είναι σταθερή και μη μηδενική ( $v_{0,2} \neq 0$ ).

**Καμία από τις απαντήσεις που δίνονται δεν είναι σωστή.**

### Σχόλιο

Το διάγραμμα (1) δεν έχει σχεδιαστεί σωστά, ώστε τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο άξονας t να εφάπτεται στην καμπύλη.

### Θέμα 13782 (2.2)

Έστω σώμα μικρών διαστάσεων που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Η γραφική παράσταση του σχήματος αναπαριστά τη μεταβολή της τιμής της μετατόπισής του σε συνάρτηση του τετραγώνου του χρόνου στον οποίο συμβαίνει.

A. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος είναι:

- α)  $+2 \text{ m/s}^2$ ,      β)  $+1 \text{ m/s}^2$ ,      γ)  $+4 \text{ m/s}^2$ .

Μονάδες 4

B. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

### Σχόλιο :

Το διάγραμμα θα έπρεπε να αναπαριστά τη μεταβολή της θέσης x ως προς το  $t^2$  και όχι της μετατόπισης  $\Delta x$ .

Η μετατόπιση είναι η μεταβολή της θέσης. Η διατύπωση «μεταβολή της μετατόπισης» δεν έχει νόημα.



### Θέμα 13273 (B1)

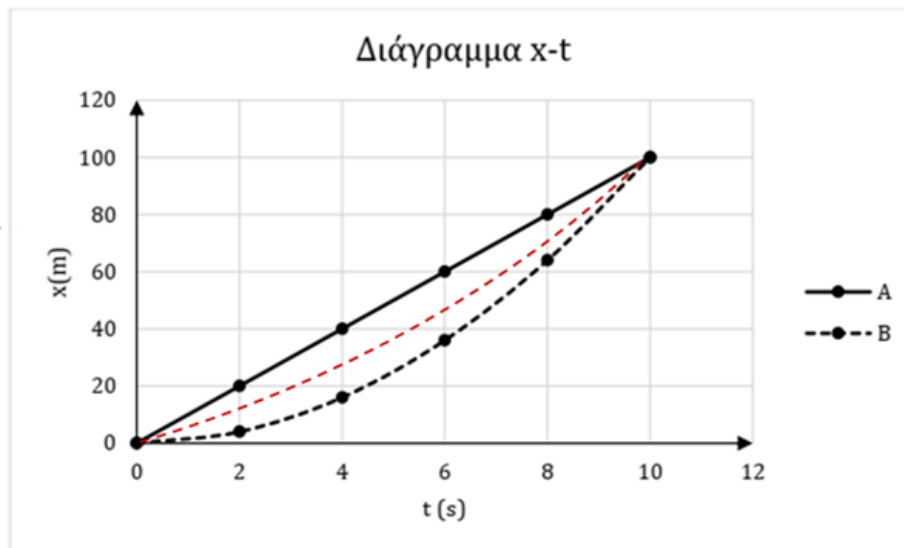
Τα σημειακά κινητά A και B, κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  διέρχονται από το σημείο  $x_0 = 0$ . Το κινητό B εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Η θέση των δύο κινητών μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο ακόλουθο διάγραμμα.

Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού A είναι διπλάσια εκείνης του κινητού B.

A. Η επιτάχυνση του κινητού B έχει αλγεβρική τιμή:

α)  $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,                      β)  $0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ,                      γ)  $0,01 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Το διάγραμμα x-t για το B πρέπει να είναι (περίπου) όπως δείχνει η κόκκινη διακεκομμένη καμπύλη.



**Σχόλια :**  
1) Το διάγραμμα του B έχει σχεδιαστεί λάθος! Αφού το B έχει αρχική ταχύτητα, τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ο άξονας του χρόνου δεν πρέπει να εφάπτεται στην καμπύλη.  
2) Ο συγγραφέας ξέχασε να γράψει τις μονάδες του ερωτήματος A) και το ερώτημα B) με τις μονάδες του.

### Απάντηση

Η ταχύτητα του A έχει σταθερή τιμή :  $v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{100\text{m}}{10\text{s}} \Rightarrow v_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Η ταχύτητα του B τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  είναι :  $v_{0,B} = \frac{1}{2} v_A = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Τη χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ s}$  το B βρίσκεται στη θέση  $x_B = 100 \text{ m}$  (συνάντηση των δύο κινητών),

άρα ισχύει :  $x_B = v_{0,B}t + \frac{1}{2}\alpha_B t^2 \Rightarrow 100 = 5 \cdot 10 + \frac{1}{2}\alpha_B \cdot 100 \Leftrightarrow 50\alpha_B = 50 \Leftrightarrow \alpha_B = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

Από τις τιμές των  $v_0$ , α υπολογίζω τις θέσεις του B τις χρονικές στιγμές 2 s, 4 s, 6 s, 8 s.

$t = 2 \text{ s} : x_B = 5 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 = 10 + 2 = 12 \text{ m}.$

$t = 4 \text{ s} : x_B = 5 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4^2 = 20 + 8 = 28 \text{ m}.$

$t = 6 \text{ s} : x_B = 5 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6^2 = 30 + 18 = 48 \text{ m}.$

$t = 8 \text{ s} : x_B = 5 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8^2 = 40 + 32 = 72 \text{ m}.$

Οι τιμές του  $x_B$  που υπολογίστηκαν **δεν αντιστοιχούν** στα σημεία του διαγράμματος που δίνει η εκφώνηση.

Το σωστό διάγραμμα είναι (περίπου) όπως δείχνει η διακεκομμένη κόκκινη καμπύλη.

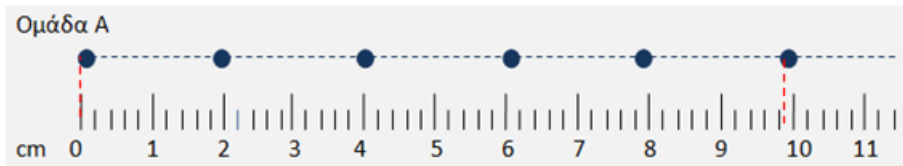
### Θέμα 13098 (B1)

Δύο ομάδες μαθητών εκτελούν στο εργαστήριο πειράματα μελέτης ευθύγραμμων κινήσεων.

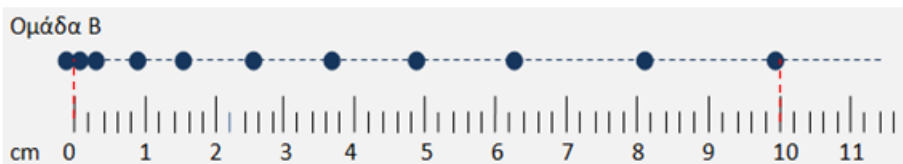
Η ομάδα A χρησιμοποιεί ένα ηλεκτρικό αυτοκινητάκι, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η ομάδα B χρησιμοποιεί ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο. Τα οχήματα και των δύο ομάδων κινήθηκαν ευθύγραμμα πάνω στον πάγκο και σέρνουν πίσω τους από μια χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.

Οι μαθητές και των δύο ομάδων, πήραν την αντίστοιχη χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν τις τροχιές των κινητών, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.

Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα A πέντε κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή  $t_0 = 0$ .



Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα B δέκα κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή  $t_0 = 0$ .



Αφού μελετήσετε προσεκτικά τις εργασίες των δύο ομάδων:

**A)** Να επιλέξετε τη σχέση που ισχύει για το μέτρο της ταχύτητας του κινητού της ομάδας A ( $v_A$ ) και το μέτρο της μέσης ταχύτητας του κινητού της ομάδας B ( $\bar{v}_B$ ), όπως αυτή προκύπτει για τη χρονική διάρκεια στην οποία έγιναν οι πρώτες δέκα κουκίδες μετά τη στιγμή  $t_0 = 0$ :

- i.  $v_A = \bar{v}_B$                       ii.  $v_A = 2 \cdot \bar{v}_B$                       iii.  $\bar{v}_B = 2 \cdot v_A$

**Μονάδες 4**

**B)** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**Σχόλιο :** Η βαθμονόμηση δεν είναι ακριβής. Η 1η κουκίδα δεν είναι στη θέση  $x = 0$  ούτε για το A ούτε για το B. Επομένως οι μετρήσεις και οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν μόνο προσεγγιστικά και η ζητούμενη σχέση θα βρεθεί προσεγγιστικά.

### Θέμα 13348 (B1)

Μαθητές μελετούν στο εργαστήριο ευθύγραμμες κινήσεις. Χρησιμοποιούν ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη και το αμαξίδιο σέρνει πίσω του χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.

Οι μαθητές πήραν την χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν την τροχιά του κινητού, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.

Ο καθηγητής τους υπέδειξε ότι η μέση ταχύτητα του κινητού για μετατόπιση μεταξύ τριών διαδοχικών κουκίδων, μπορεί να θεωρηθεί ως η στιγμιαία ταχύτητά του τη στιγμή που βρίσκεται στην μεσαία κουκίδα.

Με βάση την παραπάνω υπόδειξη, αν  $v_1$  το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα  $x_1 = 3 \text{ cm}$  και  $v_2$  το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα  $x_2 = 8 \text{ cm}$  του υποδεκάμετρου, ποια από τις παρακάτω σχέσεις, αποδίδει τον λόγο των μέτρων των δύο αυτών ταχυτήτων;

A) Να επιλέξετε τη σωστή σχέση

α)  $\frac{v_1}{v_2} = 1$

β)  $\frac{v_1}{v_2} = 0,44$

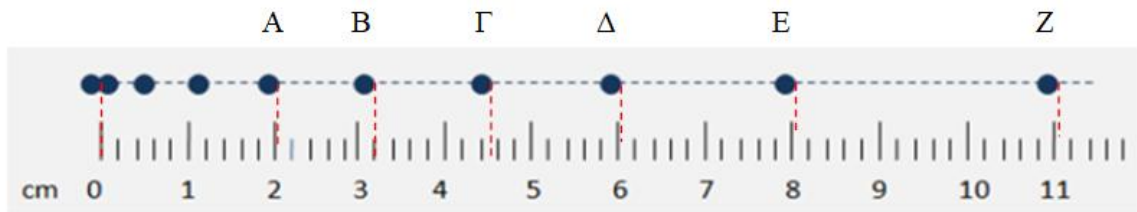
γ)  $\frac{v_1}{v_2} = 0,2$

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Απάντηση



Η στιγμιαία ταχύτητα  $v_1$  του κινητού στη θέση  $x_1 = 3,2 \text{ cm}$  (και όχι  $3 \text{ cm}$  σύμφωνα με την εκφώνηση) είναι η μέση ταχύτητα μεταξύ των θέσεων A, Γ :

$$v_1 = \frac{s_{A\Gamma}}{\Delta t_{A\Gamma}} \approx \frac{2,5 \text{ cm}}{0,4 \text{ s}} \Rightarrow v_1 \approx 6,25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Η στιγμιαία ταχύτητα  $v_2$  του κινητού στη θέση  $x_2 = 8 \text{ cm}$  είναι η μέση ταχύτητα μεταξύ των θέσεων Δ, Z :

$$v_2 = \frac{s_{\Delta Z}}{\Delta t_{\Delta Z}} \approx \frac{5 \text{ cm}}{0,4 \text{ s}} \Rightarrow v_2 \approx 12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Το πηλίκο των ταχυτήτων είναι :

$$\frac{v_1}{v_2} \approx \frac{6,25 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{12,5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \approx 0,5$$

**Καμία από τις απαντήσεις που δίνονται δεν είναι σωστή.**

**Σχόλια :** 1) Η βαθμονόμηση δεν είναι ακριβής. Η 6η κουκίδα βρίσκεται στη θέση  $x = 3,2 \text{ cm}$  (όχι  $3 \text{ cm}$ ) και τα διαστήματα δεν είναι ίσα μεταξύ τους.

2) Η θέση του σημείου Γ (έβδομη κουκίδα) είναι  $x_\Gamma \cong 4,5 \text{ cm}$  και όχι  $4,2 \text{ cm}$  όπως υποστηρίζει ο συγγραφέας στην απάντησή του.

Η κουκίδα στη θέση  $x_1 = 3 \text{ cm}$ , είναι η έκτη κουκίδα. Θα βρούμε τη στιγμιαία ταχύτητα του σώματος στη θέση αυτή, ως μέση ταχύτητα αυτού κατά την μετατόπισή του από την πέμπτη, μέχρι την έβδομη κουκίδα. Κατά προσέγγιση παρατηρώντας την χαρτοταινία, αυτή η μετατόπιση φαίνεται να είναι από  $2 \text{ cm}$ , μέχρι **4,2 cm**.

Ο χρόνος για την μετατόπιση αυτή είναι ο χρόνος για να καταγραφούν δύο κουκίδες από τον μηχανισμό, δηλαδή  $0,4 \text{ s}$ .

Οπότε  $v_1 = \bar{v} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{(4,2-2) \text{ cm}}{0,4 \text{ s}} = \frac{2,2 \text{ cm}}{0,4 \text{ s}}$  (1)

### Θέμα 8028 (B2)

Σχόλια : 1) Στην απάντησή του ο συγγραφέας για το χρονικό διάστημα  $20\text{ s} \rightarrow 30\text{ s}$ , υπολογίζει το εμβαδό  $E_2 = 150\text{ m}$ , ενώ η μετατόπιση είναι  $\Delta x_2 = -150\text{ m}$ . Επομένως :  $\Delta x_2 \neq E_2$  ! Αυτό είναι λάθος ! Για την αλγεβρική τιμή της μετατόπισης ισχύει :  $\Delta x_2 = E_2$ .

Η απόλυτη τιμή του εμβαδού είναι ίση με το διάστημα (και όχι με τη μετατόπιση) :  $s_2 = |E_2| = 150\text{ m}$ .

2) Το 2ο σχήμα του διαγράμματος το ονομάζει τραπέζιο!

**B2.** Σωστή η απάντηση (α)

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Η μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραμμή της γραφικής παράστασης της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και τον άξονα του χρόνου. Συγκεκριμένα ισχύει:

$$\Delta x = E_1 - E_2$$

Από το τραπέζιο του σχήματος προκύπτει:

$$E_1 = \frac{10 + 20}{2} \cdot 30\text{ m} \quad \boxed{\Delta x_1 = +450\text{ m}} \quad (1)$$

Από το **τραπέζιο** του σχήματος προκύπτει:

$$E_2 = \frac{10 \cdot 30}{2} \text{ m} \quad \boxed{\Delta x_2 = -150\text{ m}} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) προκύπτει:  $\Delta x = +300\text{ m}$

Συνεπώς σωστό το (α)

### Θέμα 12016 (B2)

Σχόλιο :

Η εκφώνηση αναφέρει ότι «η μέγιστη τιμή του μέτρου της επιβράδυνσης που μπορεί να αναπτύξει το αυτοκίνητο είναι  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ».

**Αυτό όμως δεν εξασφαλίζει ότι η επιβράδυνση έχει σταθερό μέτρο  $a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , ώστε να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.**

### Θέμα 14847 (2.2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση **δεν αναφέρει ότι το μέτρο της επιβράδυνσης είναι σταθερό**, ώστε να μπορέσουμε να χρησιμοποιήσουμε τις σχέσεις της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

**Θέμα 13465 (B1)**

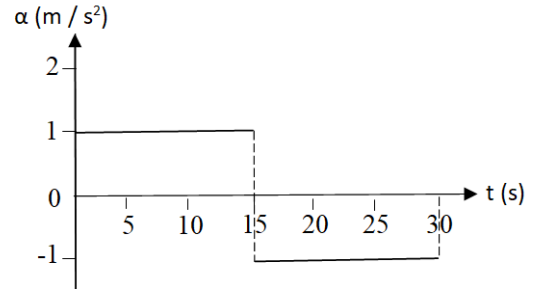
**Σχόλιο :** Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη.

Δεν μπορεί να υπολογιστεί η ταχύτητα στην περίπτωση που η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη.

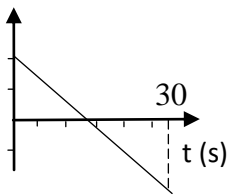
**Θέμα 13570 (2.1)**

Στο διπλανό διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος ως προς το χρόνο κίνησης.

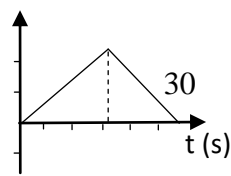
**A.** Επιλέξτε ποιο από τα διαγράμματα παριστάνει την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο:



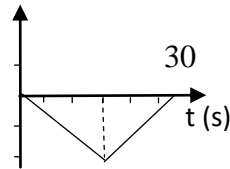
α)  
υ (m/s)



β)  
υ (m/s)



γ)  
υ (m/s)



**Μονάδες 4**

**B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

**Σχόλια :**

Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν η κίνηση είναι ευθύγραμμη. Δεν μπορεί να υπολογιστεί η ταχύτητα στην περίπτωση που η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη.

Τα διαγράμματα υ – t δεν έχουν σχεδιαστεί με ακρίβεια.

π.χ. στα διαγράμματα α, β το 1ο και το 2ο χρονικό διάστημα δεν είναι ίσα με 15 s.

Επίσης, τα διαγράμματα υ – t δεν έχουν τιμές, οπότε δεν μπορούμε να διαπιστώσουμε αν η μεταβολή της ταχύτητας στο 1ο διάστημα είναι ίση με  $15 \frac{m}{s}$ .

Άρα δεν μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ότι το διάγραμμα β είναι το σωστό.

**Θέμα 13469 (B1)**

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας υπολογίζει σωστά τη μετατόπιση στο χρονικό διάστημα 4 s → 8 s από το εμβαδό του τραapeζίου (αλγεβρικά) και δίπλα γράφει «Εμβαδό τραapeζίου κατ' απόλυτη τιμή».

Η απόλυτη τιμή του εμβαδού είναι ίση με το διάστημα που διανύθηκε και όχι με τη μετατόπιση.

Για τη μετατόπιση που διανύει επιστρέφοντας και για το χρονικό διάστημα 4 s – 8 s είναι:

$$\Delta x' = \frac{(4s+2s) \cdot (-10m/s)}{2} = -30 m \text{ (Εμβαδόν τραapeζίου κατ' απόλυτη τιμή) (Μονάδες 2)}$$

**Θέμα 7998 (B1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **οι σφαίρες βρίσκονται στον ίδιο τόπο**.

**Θέμα 8004 (B2)**

**Θέμα 8025 (B2)**

**Θέμα 8026 (B2)**

Σχόλια για τα θέματα 8004, 8025, 8026 :

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη έχει σταθερή διεύθυνση.

Μία καλύτερη διατύπωση θα ήταν : «Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη που έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x$  . . . ».

2) Σύμφωνα με το διάγραμμα, τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 1$  s,  $t_2 = 2$  s,  $t_3 = 3$  s η δύναμη έχει άπειρες τιμές!

Τα τμήματα του διαγράμματος που αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές  $t_1 = 1$  s,  $t_2 = 2$  s,  $t_3 = 3$  s και είναι κάθετα στον άξονα του χρόνου έπρεπε να είχαν σχεδιαστεί με διακεκομμένες γραμμές.

**Θέμα 8026 (B1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  **αντίρροπη της ταχύτητας** με αποτέλεσμα το σώμα να επιβραδύνεται ομαλά».

**Θέμα 8033 (B1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση **στον άξονα  $x$** ».

**Θέμα 8040 (B1)**

Σχόλια :

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **η δύναμη έχει σταθερή διεύθυνση** ή ότι η δύναμη έχει τη διεύθυνση του άξονα  $x$ .

2) Η γραμμή που είναι κάθετη στον άξονα του χρόνου τη χρονική στιγμή  $t_1$  έπρεπε να είχε σχεδιαστεί διακεκομμένη.

**Θέμα 8051 (B1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **η δύναμη έχει σταθερή διεύθυνση**.

**Θέμα 8052 (B1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει ότι η δύναμη είναι σταθερή.

**Θέμα 13270 (B2)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν το μέτρο της επιβραδύνουσας δύναμης παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια της κίνησης.

Οι εκφράσεις «ελάχιστο χρονικό διάστημα», «μέγιστη τιμή του μέτρου της επιβραδύνουσας δύναμης» είναι παραπλανητικές.

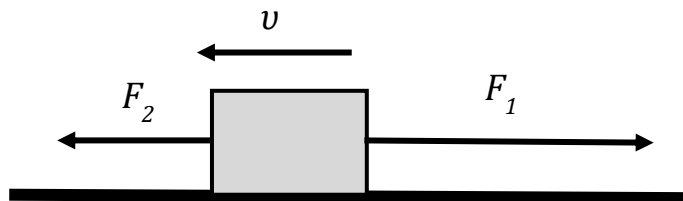
**Θέμα 13272 (B2)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει αν η συνισταμένη δύναμη έχει την ίδια διεύθυνση με την αρχική ταχύτητα.

Στην περίπτωση που η συνισταμένη έχει διαφορετική διεύθυνση από την αρχική ταχύτητα, τότε η κίνηση δεν είναι ευθύγραμμη και δεν ισχύουν οι αλγεβρικές σχέσεις.

**Θέμα 13512 (2.1)**

Το σώμα του παρακάτω σχήματος κινείται προς τα αριστερά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  ασκούνται στο σώμα ταυτόχρονα δύο οριζόντιες δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  ( $F_1 > F_2$ ).



Κάποια χρονική στιγμή ( $t > t_0$ ) και ενώ το σώμα εξακολουθεί να κινείται προς τα αριστερά καταργούμε τη δύναμη  $F_2$ .

**A.** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

- α.** Το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.
- β.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα.
- γ.** Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται.

**Μονάδες 4**

**B.** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

**Μονάδες 8**

Σχόλιο

Το σώμα επιβραδύνεται και κάποια στιγμή θα σταματήσει. Στη συνέχεια θα κινηθεί προς τα δεξιά και το μέτρο της ταχύτητας θα αυξάνεται.

**Για να θεωρηθεί σωστή μόνο η απάντηση (β), έπρεπε να λέει η εκφώνηση :**

**«Αμέσως μετά την κατάργηση της δύναμης  $\vec{F}_2$**

- α.** το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.
- β.** το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα.
- γ.** το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται».



## Θέμα 13546 (2.2)

### Σχόλια :

1) Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «**Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  η οποία έχει την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα** και το σώμα αρχίζει να επιταχύνεται», ώστε να εξασφαλιστεί ότι το σώμα συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει ότι «το μέτρο της επιτάχυνσης είναι της μορφής :  $a = -K \cdot t$ , όπου  $K$  μία θετική σταθερά». Σύμφωνα με τη σχέση αυτή το μέτρο της επιτάχυνσης είναι αρνητικό (!) και (η απόλυτη τιμή της) αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο! Αν το σύμβολο  $a$  είναι η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης, τότε αφού  $v > 0$  και  $a < 0$ , το σώμα εκτελεί επιβραδυνόμενη και όχι επιταχυνόμενη κίνηση!

Αφού το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται γραμμικά με το χρόνο, η σχέση που περιγράφει σωστά το μέτρο της επιτάχυνσης είναι :  $a = a_0 - K \cdot t$ , όπου  $a_0$  το μέτρο της επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή  $t = 0$  (δηλ. τη στιγμή που αρχίζει να ενεργεί η δύναμη) και  $K$  θετική σταθερά.

Η αντίστοιχη σχέση για το μέτρο της δύναμης είναι :  $F = m a_0 - m K t$  ή  $F = F_0 - m K t$ .

### 2.2 Σωστή η απάντηση (γ)

#### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με **το μέτρο της επιτάχυνσής του να είναι της μορφής:**

$$a = -K \cdot t \quad (1), \text{ όπου } K \text{ μία θετική σταθερά.}$$

Από τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για το μέτρο της δύναμης  $F$  έχουμε

$$F = m \cdot a \stackrel{(1)}{\Rightarrow} F = -m \cdot K \cdot t \text{ δηλ. η δύναμη } \text{μειώνεται} \text{ γραμμικά σε σχέση με το χρόνο.}$$

## Θέμα 13548 (2.1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Κιβώτιο βρίσκεται **ακίνητο** πάνω σε **λείο** οριζόντιο επίπεδο. **Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$** ».

## Θέμα 13550 (2.1)

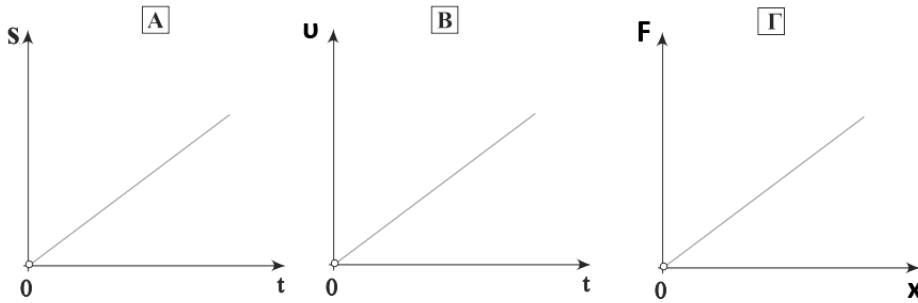
Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «**Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  η οποία έχει την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα** και το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά».

## Θέμα 13553 (2.2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «**Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  η οποία έχει την ίδια διεύθυνση με την ταχύτητα**, οπότε αρχίζει να επιβραδύνεται».

**Θέμα 13568 (2.1)**

Τα πιο κάτω διαγράμματα έχουν κοινή μορφή, αλλά αναπαριστούν διαφορετικό φυσικό μέγεθος στον κατακόρυφο άξονα. Στο (Α) παρουσιάζεται το διάστημα που διανύει ένα κινούμενο σώμα σε σχέση με το χρόνο. Στο (Β) περιγράφεται η ταχύτητα με την οποία κινείται ένα δεύτερο σώμα σε σχέση με το χρόνο και στο (Γ) απεικονίζεται η γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται ένα τρίτο σώμα σε σχέση με τη μετατόπισή του.



**A.** Το κάθε διάγραμμα είναι κατάλληλο για έναν από τους τέσσερις τρόπους υπολογισμού που περιγράφονται στις πιο κάτω φράσεις:

- 1) Μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητα από την κλίση της ευθείας.
- 2) Μπορώ να υπολογίσω την μετατόπιση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
- 3) Μπορώ να υπολογίσω την επιτάχυνση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
- 4) Αν είναι δύναμη που επιμηκύνει ελατήριο μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά του από την κλίση της ευθείας.

Στο τετράδιό σας να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα:

Γραφική παράσταση	Αριθμός πρότασης
A	
B	
Γ	

*Μονάδες 6*

**B.** Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

*Μονάδες 6*

Σχόλια

Η εκφώνηση έχει πολλές ασάφειες.

1. Δεν αναφέρει ότι τα διαγράμματα A και B αντιστοιχούν σε ευθύγραμμες κινήσεις.
2. Από την κλίση στο διάγραμμα  $s - t$  υπολογίζουμε **το μέτρο** της ταχύτητας και όχι «την ταχύτητα» (η οποία είναι διανυσματικό μέγεθος).
3. Από εμβαδό στο διάγραμμα  $u - t$  υπολογίζουμε **την αλγεβρική τιμή** της μετατόπισης και όχι «τη μετατόπιση» (η οποία είναι διανυσματικό μέγεθος).
4. Στην 4η φράση έπρεπε να αναφέρει: «Αν F είναι **το μέτρο** της δύναμης που επιμηκύνει ένα **ατσάλινο** ελατήριο και x είναι **η επιμήκυνση** του ελατηρίου, τότε μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά του από την κλίση της ευθείας.

Επιπλέον, ο νόμος του Hooke δεν περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη.

**Θέμα 13617 (2.1)**

Σχόλιο : Η εκφώνηση αναφέρει αρχικά ότι το σώμα κινείται ευθύγραμμα, ενώ στη συνέχεια δίνει ότι τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  είναι ακίνητο!

Επίσης, δεν αναφέρει ότι **η συνισταμένη δύναμη έχει σταθερή διεύθυνση** και το διάγραμμα δείχνει πως μεταβάλλεται **η αλγεβρική τιμή** της συνισταμένης δύναμης με το χρόνο.

Μία καλύτερη διατύπωση θα ήταν : «Σε σώμα μάζας  $m = 1 \text{ Kg}$  που είναι ακίνητο αρχικά πάνω σε οριζόντια επιφάνεια, ασκείται οριζόντια συνισταμένη δύναμη που έχει σταθερή διεύθυνση.

Η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με το επόμενο διάγραμμα».

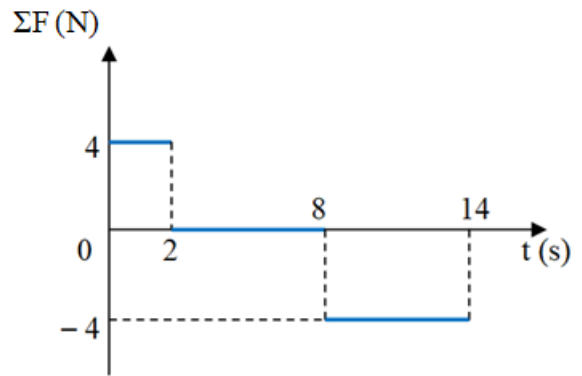
**Θέμα 13618 (2.1)**

Σχόλιο :

Στη χρονική διάρκεια  $[0 \text{ s}, 2 \text{ s})$  η συνισταμένη δύναμη έχει τιμή  $4 \text{ N}$ , ενώ στη χρονική διάρκεια  $(2 \text{ s}, 8 \text{ s})$  έχει τιμή  $0 \text{ N}$ .

**Τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$  η συνισταμένη δύναμη δεν έχει συγκεκριμένη τιμή**, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Επομένως **δεν υπάρχει απάντηση** στο ερώτημα : «Πόση είναι η τιμή της δύναμης τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ ».



**Θέμα 13622 (2.2)**

Σχόλιο : Στην ενδεικτική λύση ο συγγραφέας δίνει λάθος απάντηση !

Από τον συνδυασμό των σχέσεων που γράφει, προκύπτει η σχέση :

$$\Delta \vec{v}_B = 4 \Delta \vec{v}_A \text{ (και όχι } \Delta \vec{v}_A = 4 \Delta \vec{v}_B \text{)}, \text{ άρα σωστή απάντηση είναι η } \gamma \text{ (και όχι η } \beta \text{)}.$$

**2.2.**

**A. β)**

**Μονάδες 4**

$$\text{B. Ισχύει: } \left\{ \begin{array}{l} \Delta \vec{v}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta \vec{v}_B = \vec{a}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{2 \cdot \Sigma \vec{F}}{m} \cdot 2 \cdot \Delta t = 4 \cdot \frac{\Sigma \vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\}, \Delta \vec{v}_A = 4 \cdot \Delta \vec{v}_B.$$

**Μονάδες 9**

### Θέμα 14204 (2.2)

Στην ενδεικτική λύση ο συγγραφέας δίνει λάθος απάντηση !

Από τον συνδυασμό των σχέσεων που γράφει, προκύπτει η σχέση :  $\Delta\vec{u}_B = 4\Delta\vec{u}_A$  (και όχι  $\Delta\vec{u}_A = 4\Delta\vec{u}_B$ ), άρα σωστή απάντηση είναι η γ (και όχι η β).

**2.2.**

**A. β)**

**Μονάδες 4**

**B.**

Ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\vec{u}_A = \vec{a}_A \cdot \Delta t = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} \cdot \Delta t \\ \Delta\vec{u}_B = \vec{a}_B \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{\Sigma\vec{F}}{\frac{m}{2}} \cdot 2 \cdot \Delta t = 4 \cdot \frac{\Sigma\vec{F}}{m} \cdot \Delta t \end{array} \right\}, \Delta\vec{u}_A = 4 \cdot \Delta\vec{u}_B.$$

**Μονάδες 9**

### Θέμα 13101 (B1)

Σχόλιο : Η ερώτηση είναι **εκτός ύλης**, αφού ο νόμος του Hooke δεν περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη.

Επιπλέον, η ερώτηση είναι ιδιαίτερα δύσκολη για το επίπεδο της Α΄ Λυκείου.

### Θέμα 13103 (B1)

### Θέμα 13614 (2.1)

Σχόλιο : Στα θέματα 13103, 13614, η ερώτηση 1 είναι **εκτός ύλης**, αφού ο νόμος του Hooke δεν περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη.

### Θέμα 14839 (2.1)

Σχόλιο : Το δεδομένο της εκφώνησης «το βάρος των αντικειμένων στην επιφάνειά της (Σελήνης) είναι περίπου το  $\frac{1}{4}$  του βάρους τους στη Γη» είναι περιττό και **λάθος**.

Το βάρος ενός σώματος στη Σελήνη είναι (περίπου) το  $\frac{1}{6}$  του βάρους του στη Γη :

$$g_\Sigma \approx \frac{1}{6} g_\Gamma \Leftrightarrow m g_\Sigma \approx \frac{1}{6} m g_\Gamma \Leftrightarrow B_\Sigma \approx \frac{1}{6} B_\Gamma.$$

### Θέμα 12016 (B1)

Σχόλιο : Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην Ελλάδα και σε υψόμετρο μηδέν είναι περίπου  $g_0 = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  και όχι  $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  που δίνει η εκφώνηση.

**Δεν υπάρχει σημείο της επιφάνειας της Γης στο οποίο η επιτάχυνση της βαρύτητας να έχει μέτρο μεγαλύτερο από  $9,83 \text{ m/s}^2$ .**

### Θέμα 13100 (B1)

Σχόλιο : Στη διάρκεια της πτώσης η ταχύτητα της σφαίρας αυξάνεται. Άρα, **οι ζητούμενες ταχύτητες είναι στην πραγματικότητα οι μέσες ταχύτητες της σφαίρας  $\bar{v}_1, \bar{v}_2$  κατά τη διάρκεια της διόδου από τις φωτοπύλες.**

### Θέμα 13770 (2.1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση αναφέρει στην αρχή : «Ο αστροναύτης . . . ρίχνει ένα σφυρί (δηλαδή το εκτοξεύει), ενώ στη συνέχεια αναφέρεται στο νόμο της ελεύθερης πτώσης !

**Η σχέση  $\vec{g}_T = 6\vec{g}_\Sigma$  είναι λάθος γιατί υποδηλώνει ότι τα διανύσματα της επιτάχυνσης  $\vec{g}_T$  στην επιφάνεια της Γης και της επιτάχυνσης  $\vec{g}_\Sigma$  στην επιφάνεια της Σελήνης έχουν την ίδια κατεύθυνση, πράγμα το οποίο δεν ισχύει γενικά.**

Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει τη σχέση των μέτρων των επιταχύνσεων  $g_T = 6 g_\Sigma$ .

**Θέμα 12004 (B1)**

Το βάρος του σώματος, με τη βοήθεια του δυναμόμετρου A, βρέθηκε ίσο με 50 N (Σχήμα 1). Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο δυναμόμετρα (το A και ένα ίδιο δυναμόμετρο B) κρεμάμε το σώμα όπως στο σχήμα 2.

A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Οι τιμές των δυναμόμετρων A και B είναι:

(α) Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 100 N

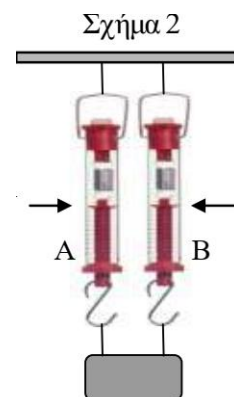
(β) Δυναμόμετρο A: 50 N, Δυναμόμετρο B: 50 N

(γ) Δυναμόμετρο A: 25 N, Δυναμόμετρο B: 25 N

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

Μονάδες 8



Να θεωρήσετε ότι τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα.

Σχόλια :

1) Για να απαντήσουμε στην ερώτηση **πρέπει να υποθέσουμε ότι οι τάσεις των νημάτων  $\vec{T}_A$ ,  $\vec{T}_B$  στο σχήμα 2 είναι ίσες.**

Για να ισχύει αυτό, πρέπει να συντρέχουν οι εξής προϋποθέσεις :

α) το σώμα να είναι ομογενές και κανονικό γεωμετρικό στερεό (π.χ. ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο).

β) τα νήματα να έχουν ίσα μήκη και τα σημεία πρόσδεσης των νημάτων να ισαπέχουν από τις πλαϊνές έδρες του σώματος.

**Αν δεν ισχύει κάποια από τις προϋποθέσεις, τότε οι ενδείξεις των δυναμομέτρων δεν είναι ίσες και τα δεδομένα δεν αρκούν για να απαντήσουμε στην ερώτηση.**

**Η ερώτηση απαιτεί γνώσεις που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α' Λυκείου.**

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που σκούνται στα σώματα! Για να δικαιολογήσει ότι οι τάσεις των νημάτων στο σχήμα 2 είναι ίσες, χρησιμοποιεί το επιχειρήμα ότι τα δυναμόμετρα είναι ίδια!

**B1. Σωστή η απάντηση (γ)**

Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στο Σχήμα 2 είναι το βάρος του προς τα κάτω και οι δύο τάσεις των νημάτων προς τα πάνω. **Οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια.** Επομένως:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow 2T - B = 0 \Rightarrow T = 25 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

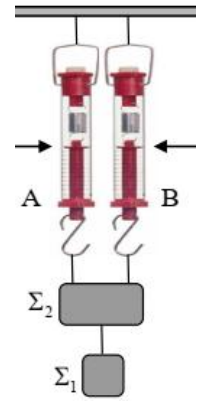
Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 25 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 25 N.

### Θέμα 13545 (2.1)

Τα βάρη των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με 50 N και 90 N αντίστοιχα.

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



A) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: 50 N, Δυναμόμετρο Β: 90 N

(β) Δυναμόμετρο Α: 70 N, Δυναμόμετρο Β: 70 N

(γ) Δυναμόμετρο Α: 90 N, Δυναμόμετρο Β: 50 N

Μονάδες 4

B) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Σχόλια :

1) Για να απαντήσουμε στην ερώτηση **πρέπει να υποθέσουμε ότι οι τάσεις των πάνω νημάτων**

$\vec{T}_A, \vec{T}_B$  **είναι ίσες.**

Για να ισχύει αυτό, πρέπει να συντρέχουν οι εξής προϋποθέσεις :

α) το σώμα  $\Sigma_2$  να είναι ομογενές κανονικό γεωμετρικό στερεό (π.χ. ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο),

β) η προέκταση του κάτω νήματος να διέρχεται από το κέντρο μάζας του  $\Sigma_2$ ,

γ) τα πάνω νήματα να έχουν ίσα μήκη και τα σημεία πρόσδεσης των πάνω νημάτων να ισαπέχουν από τις πλαϊνές έδρες του  $\Sigma_2$ .

**Αν δεν ισχύει κάποια από τις προϋποθέσεις, τότε οι ενδείξεις των δυναμομέτρων δεν είναι ίσες και τα δεδομένα δεν αρκούν για να απαντήσουμε στην ερώτηση.**

**Η ερώτηση απαιτεί γνώσεις που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α΄ Λυκείου.**

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας θεωρεί τα δύο σώματα σαν συσσωμάτωμα και δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που σκούνται στα σώματα!

Για να δικαιολογήσει ότι οι τάσεις των νημάτων στο σχήμα 2 είναι ίσες, χρησιμοποιεί το επιχειρήμα ότι τα δυναμόμετρα είναι ίδια!

#### 2.1 Σωστή η απάντηση (β)

##### Ενδεικτική Αιτιολόγηση

Το συνολικό βάρος που είναι κρεμασμένο στα νήματα, στο τρίτο σχήμα, είναι αυτό και των δύο σωμάτων δηλαδή  $B_{12} = 140 \text{ N}$ .

Θεωρώντας τα δύο σώματα ως ένα (συσσωμάτωμα) και δεδομένου ότι οι δύο τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους αφού τα δυναμόμετρα είναι ίδια έχουμε:

$$\Sigma F_{12} = 0 \Rightarrow 2T - B_{12} = 0 \Rightarrow T = 70 \text{ N}$$

Λόγω δράσης-αντίδρασης (3ος Νόμος του Νεύτωνα) και το σώμα θα ασκεί σε κάθε νήμα αντίθετη δύναμη.

Τα νήματα είναι τεντωμένα και αβαρή, επομένως η δύναμη που δέχεται κάθε νήμα από το δυναμόμετρο είναι 70 N.

Και τελικά, λόγω δράσης-αντίδρασης, κάθε νήμα ασκεί στο αντίστοιχο δυναμόμετρο δύναμη 70 N.



**Θέμα 8027 (2.2)**

**Σχόλιο :** Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το τεντωμένο τμήμα του σκοινιού είναι οριζόντιο. Η μάζα του σκοινιού δεν επηρεάζει την απάντηση αφού το τεντωμένο και οριζόντιο τμήμα του σκοινιού είναι ακίνητο.

Ο όρος «άμαζο» σκοινί είναι αδόκιμος και δεν αναφέρεται σε κανένα σχολικό σύγγραμμα Φυσικής.

**Θέμα 13346 (B2)**

Ένα ιστιοφόρο πλέει με σταθερή ταχύτητα και κατεύθυνση προς τον Βορρά. Η κατεύθυνση πλεύσης καθορίζεται από την πλάγια δύναμη ( $\vec{F}_{αερ.}$ ), που ασκείται από τον δυτικό άνεμο στο «φουσκωμένο» πανί του και τη δύναμη ( $\vec{F}_κ$ ), που ασκείται από το νερό στην καρίνα του σκάφους, κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης του.

Η δύναμη  $\vec{F}_{αερ.}$  είναι σταθερή, έχει μέτρο  $F_{αερ.} = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$  και η κατεύθυνσή της σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την κατεύθυνση πλεύσης.

Για τη γωνία δίνεται  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ .

Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}_κ$ , την οποία δέχεται η καρίνα του σκάφους από το νερό, κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης είναι:

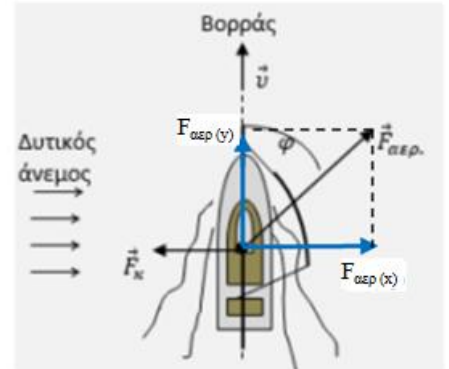
A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

- α)  $F_κ = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$ ,      β)  $F_κ = 1,2 \cdot 10^4 \text{ N}$ ,      γ)  $F_κ = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N}$ .

**Μονάδες 4**

B) Αιτιολογήστε την επιλογή σας.

**Μονάδες 9**



**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο ιστιοφόρο, γράφει λανθασμένη σχέση για τη συνιστώσα της  $\vec{F}_{αερ.}$  που είναι κάθετη στη διεύθυνση κίνησης και υπολογίζει λάθος το μέτρο της  $\vec{F}_κ$  !

Η σωστή απάντηση είναι :  $F_κ = F_{αερ(x)} = F_{αερ} \cdot \eta\mu\varphi = 2 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot 0,6 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ N}$ .

**B2.**

A) Σωστή η απάντηση γ)

B) Αιτιολόγηση

Η καρίνα του σκάφους δέχεται από το νερό δύναμη κάθετη προς την κατεύθυνση πλεύσης και δύναμη αντίθετη προς την κατεύθυνση πλεύσης. Η κατεύθυνση πλεύσης όμως καθορίζεται από τη δύναμη του αέρα στο πανί  $\vec{F}_{αερ}$  και την δύναμη στην καρίνα που είναι κάθετη στην πλεύση του  $\vec{F}_κ$ , όπως φαίνεται και στο σχήμα.

Θεωρούμε ορθογώνιους άξονες,  $y'y$  στην κατεύθυνση πλεύσης και  $x'x$  κάθετα σε αυτήν. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη και κάθετα στην διεύθυνση κίνησης οι δυνάμεις ισορροπούν. Άρα:

$$\Sigma F_x = 0, \quad \text{ή} \quad F_{αερ,x} - F_κ = 0$$

$$\text{Άρα} \quad F_κ = F_{αερ,x} = F_{αερ} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 2 \cdot 10^4 \cdot 0,8 \text{ N} = 1,6 \cdot 10^4 \text{ N}$$

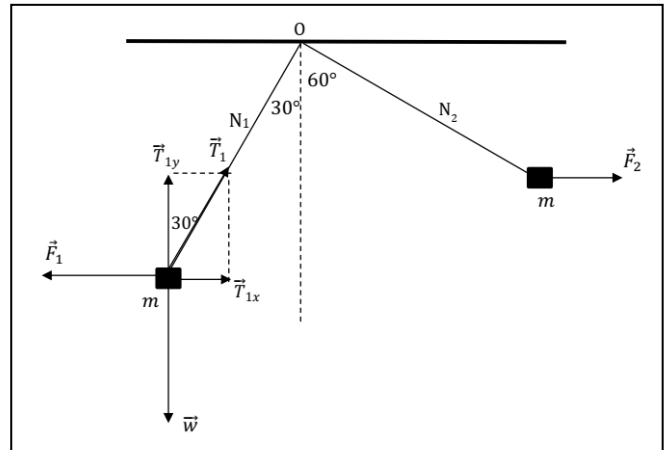
### Θέμα 13657 (2.1)

Σχόλιο : Η έκφραση «το ελατήριο ταλαντώνεται οριζοντίως» είναι λανθασμένη. Το σώμα ταλαντώνεται με την επίδραση του ελατηρίου. Στη διάρκεια της ταλάντωσης το ελατήριο συσπειρώνεται και επιμηκώνεται.

Η έννοια της ταλάντωσης δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.

### Θέμα 13614 (2.2)

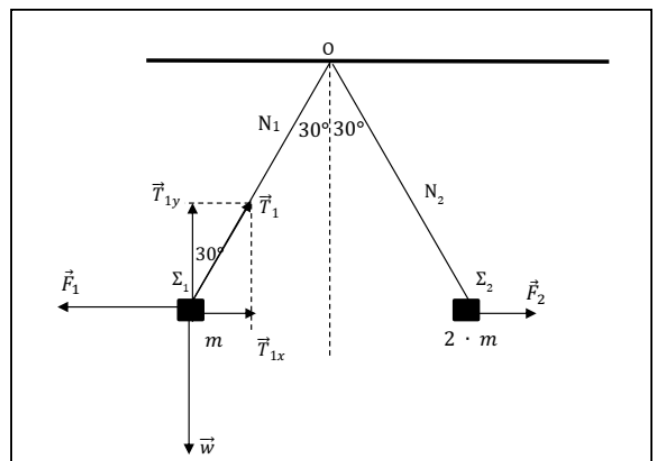
Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας σχεδιάζει τις δυνάμεις που ασκούνται μόνο στο  $\Sigma_1$  και όχι στο  $\Sigma_2$ !



### Θέμα 13615 (2.2)

Σχόλια :

- 1) Δεν είναι απαραίτητη η τιμή της μάζας  $m$  ούτε η τιμή της  $\epsilon\phi 30^\circ$ .
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας σχεδιάζει τις δυνάμεις που ασκούνται μόνο στο  $\Sigma_1$  και όχι στο  $\Sigma_2$ !



**Θέμα 13572 (2.2)**

Λεία σφαίρα μάζας 100 kg ισορροπεί ακουμπώντας σε δύο αμετακίνητες σφήνες γωνιών βάσης  $\varphi_1=30^\circ$  (Σφήνα 1) και  $\varphi_2=60^\circ$  (Σφήνα 2), όπως στο σχήμα. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες είναι:

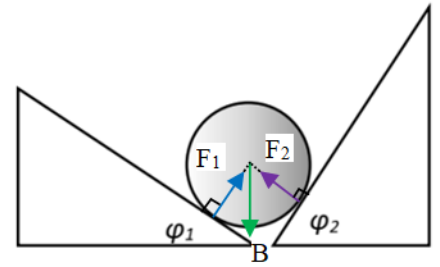
**A.** Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

- α)  $m \cdot g \cdot \text{συν}30^\circ, m \cdot g \cdot \text{συν}60^\circ,$
- β)  $m \cdot g \cdot \eta\mu30^\circ, m \cdot g \cdot \eta\mu60^\circ,$
- γ)  $m \cdot g \cdot \eta\mu30^\circ, m \cdot g \cdot \text{συν}60^\circ.$

Μονάδες 4

**B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9



**Απάντηση**

Αφού η σφαίρα είναι λεία, οι δυνάμεις  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  είναι κάθετες στις επιφάνειες και διέρχονται από το κέντρο της σφαίρας.

**Αν η σφαίρα είναι ομογενής, τότε ο φορέας του βάρους διέρχεται από το κέντρο της.**

Αφού η σφαίρα ισορροπεί, η συνισταμένη  $\vec{F}_{1,2}$  των δυνάμεων  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  είναι αντίθετη από το βάρος, άρα είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και έχει μέτρο :  $F_{1,2} = mg$ . (1)

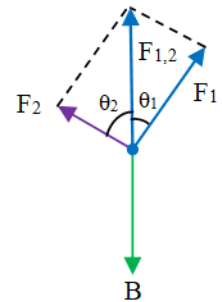
Η γωνία  $\theta_1$  που σχηματίζει  $\vec{F}_1$  με την  $\vec{F}_{1,2}$  είναι ίση με τη γωνία  $\varphi_1$  γιατί είναι οξείες γωνίες με κάθετες πλευρές :  $\theta_1 = \varphi_1 = 30^\circ$ .

Όμοια :  $\theta_2 = \varphi_2 = 60^\circ$ .

$$\begin{aligned} \text{Ισχύουν οι σχέσεις : } F_1 &= F_{1,2} \cdot \text{συν}\theta_1 \xrightarrow{(1)} F_1 = mg \text{συν}30^\circ, \\ F_2 &= F_{1,2} \cdot \text{συν}\theta_2 \xrightarrow{(1)} F_2 = mg \text{συν}60^\circ. \end{aligned}$$

**Σχόλια :**

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η σφαίρα είναι ομογενής.
- 2) Η απάντηση προϋποθέτει γνώσεις Φυσικής που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α΄ Λυκείου (ισορροπία στερεού, κέντρο μάζας ομογενούς σφαίρας).



**Θέμα 13573 (2.2)**

Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τον κατακόρυφο τοίχο.

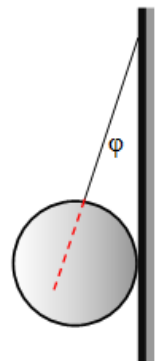
**A.** Επιλέξτε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα :

- α)  $\frac{m \cdot g}{\text{συν}\varphi} \eta\mu\varphi,$
- β)  $\frac{m \cdot g}{\eta\mu\varphi} \text{συν}\varphi,$
- γ)  $m \cdot g.$

Μονάδες 6

**B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7



## Απάντηση

Στη σφαίρα ασκούνται 3 δυνάμεις : το βάρος  $\vec{B}$ , η δύναμη  $\vec{F}$  από τον τοίχο και η τάση του νήματος  $\vec{T}$ . Αφού η σφαίρα είναι λεία, η δύναμη  $\vec{F}$  είναι κάθετη στον τοίχο άρα διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας.

Αν η σφαίρα είναι ομογενής, τότε ο φορέας του βάρους διέρχεται από το κέντρο της.

Για να ισορροπεί η σφαίρα, πρέπει και ο φορέας της τάσης  $\vec{T}$  να διέρχεται από το κέντρο της.

Σχεδιάζω τις δυνάμεις και αναλύω την  $\vec{T}$  σε κάθετες συνιστώσες  $\vec{T}_x$ ,  $\vec{T}_y$ .

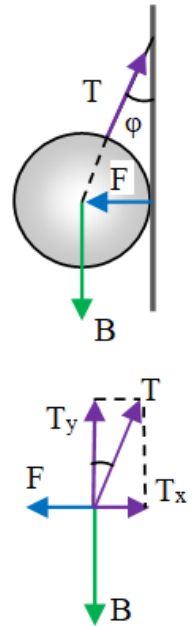
Εφαρμόζω τη συνθήκη ισορροπίας σε κάθε άξονα :

$$\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F = T_x \Leftrightarrow F = T \eta \mu \varphi. \quad (1)$$

$$\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow B = T_y \Leftrightarrow B = T \sigma \upsilon \nu \varphi. \quad (2)$$

Διαιρώ κατά μέλη τις σχέσεις (1), (2) :

$$\frac{F}{B} = \frac{\eta \mu \varphi}{\sigma \upsilon \nu \varphi} \Leftrightarrow F = m g \cdot \frac{\eta \mu \varphi}{\sigma \upsilon \nu \varphi}. \quad (\text{δηλ. } F = m g \epsilon \varphi \varphi)$$



### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η σφαίρα είναι ομογενής.
- 2) Στο σχήμα της εκφώνησης το νήμα δεν έχει σχεδιαστεί σωστά ώστε η προέκτασή του να διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας.
- 3) Η απάντηση προϋποθέτει γνώσεις Φυσικής που δεν διαθέτουν οι μαθητές της Α' Λυκείου (ισορροπία στερεού, κέντρο μάζας ομογενούς σφαίρας).

Τα ίδια σχόλια ισχύουν και για την ερώτηση 2.2 από το θέμα 13578.

### Θέμα 13773 (2.1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει τη σχέση των μέτρων των ταχυτήτων του κύβου  $v_1 < v_2$ .

### Θέμα 13616 (2.1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Ένα σώμα ολισθαίνει σε οριζόντιο, τραχύ και ακλόνητο δάπεδο χωρίς την επίδραση εξωτερικής δύναμης  $\vec{F}$ ».

### Θέμα 13776 (2.1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι το μέτρο της δύναμης είναι ίδιο στις δύο περιπτώσεις.

### Θέμα 13097 (B2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη  $\vec{F}$  είναι σταθερή ή ότι έχει σταθερό μέτρο  $F$ .

### Θέμα 13570 (2.2)

Σχόλιο : Η έκφραση «θετική σε μέτρο επιτάχυνση» δεν έχει νόημα.

Το μέτρο ενός μεγέθους είναι πάντοτε θετικό ή μηδέν.

Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Σώμα . . . κινείται πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση  $\vec{a}$  η οποία έχει τη θετική φορά».

### Θέμα 13780 (2.1)

Σχόλιο :

Η διατύπωση : « . . . για την τιμή της στατικής τριβής . . . » είναι ασαφής (το σχολικό βιβλίο με τον όρο «τιμή» ενός μεγέθους εννοεί άλλοτε την αλγεβρική τιμή και άλλοτε το μέτρο του).

Επομένως, είναι πιθανό να σχηματίσει ο μαθητής την εντύπωση ότι ο όρος «τιμή» αναφέρεται στο **μέτρο** της στατικής τριβής και να δώσει σωστή την απάντηση β.

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει : « . . . για την **αλγεβρική τιμή** της στατικής τριβής . . . », η οποία παραπέμπει σαφώς στην απάντηση γ.

### Θέμα 13465 (B2)

Σχόλιο : Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν αναφέρονται στο σχολικό βιβλίο, επομένως η ερώτηση είναι εκτός ύλης.

### Θέμα 13575 (2.2)

Σχόλια

1) Η εκφώνηση έχει περιττά δεδομένα. Δεν είναι απαραίτητη η τιμή της μάζας, ούτε η τιμή του  $g$ .

2) Η ερώτηση είναι ιδιαίτερα δύσκολη για το επίπεδο της Α΄ Λυκείου γιατί απαιτεί την ανάλυση δύο δυνάμεων και τον συνδυασμό αρκετών σχέσεων.

### Θέμα 13098 (B2)

Μια σκιέρ κατεβαίνει μια χιονισμένη πλαγιά η οποία αποτελεί κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης  $\varphi$  ως προς το οριζόντιο επίπεδο, για την οποία δίνονται  $\eta\mu\varphi = 0,6$  και  $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8$ .

Η σκιέρ εμφανίζει με τη χιονισμένη πλαγιά τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_1 = 0,25$ .

Στη βάση της πλαγιάς, η σκιέρ συνεχίζει σε οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο με διαφορετική κατάσταση χιονιού, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu_2$ .

Αν δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, τότε:

A) Να επιλέξετε τη σωστή τιμή για το συντελεστή τριβής  $\mu_2$  :

- i.  $\mu_2 = 0,25$     ii.  $\mu_2 = 0,4$

B) Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

Μονάδες 4

Μονάδες 9

#### B) Αιτιολόγηση

Για την κίνηση της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με  $x$  παράλληλα στο κεκλιμένο της δάπεδο και  $y$  κάθετα σε αυτό. Αναλύουμε το βάρος της σε δύο συνιστώσες σε αυτούς τους άξονες, για τις οποίες ισχύει:

$$B_x = B \cdot \eta\mu\varphi = 0,6 \cdot m \cdot g$$

$$B_y = B \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 0,8 \cdot m \cdot g$$

Στον  $y$  άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0, \quad \text{ή} \quad N = B_y = 0,8 \cdot m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από τη χιονισμένη πλαγιά, ισχύει:

$$T = \mu_1 \cdot N = 0,2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα  $x$ , έχουμε

$$\Sigma F_x = m \cdot a \quad \text{και τελικά} \quad a = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{B_x - T}{m} = 0,4 \cdot g$$

Για την κίνηση της σκιέρ στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, ορίζουμε ένα σύστημα ορθογώνιων αξόνων, με  $x$  οριζόντιο και  $y$  κατακόρυφο.

Στον  $y$  άξονα έχουμε ισορροπία δυνάμεων

$$\Sigma F_y = 0, \quad \text{ή} \quad N' = B = m \cdot g$$

Για την τριβή που δέχεται η σκιέρ από το χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο, ισχύει:

$$T' = \mu_2 \cdot N' = \mu_2 \cdot m \cdot g$$

Έτσι εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για την κίνηση της σκιέρ στον άξονα  $x$ , έχουμε

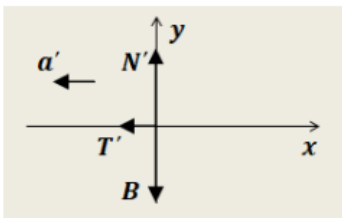
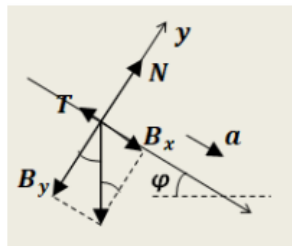
$$a' = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{-T'}{m} = -\mu_2 \cdot g$$

Μας δίνεται όμως ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο χιονισμένο οριζόντιο δάπεδο.

Άρα ισχύει:

$$a = |a'| \quad \text{οπότε προκύπτει} \quad 0,4 \cdot g = \mu_2 \cdot g$$

Έτσι τελικά  $\mu_2 = 0,4$

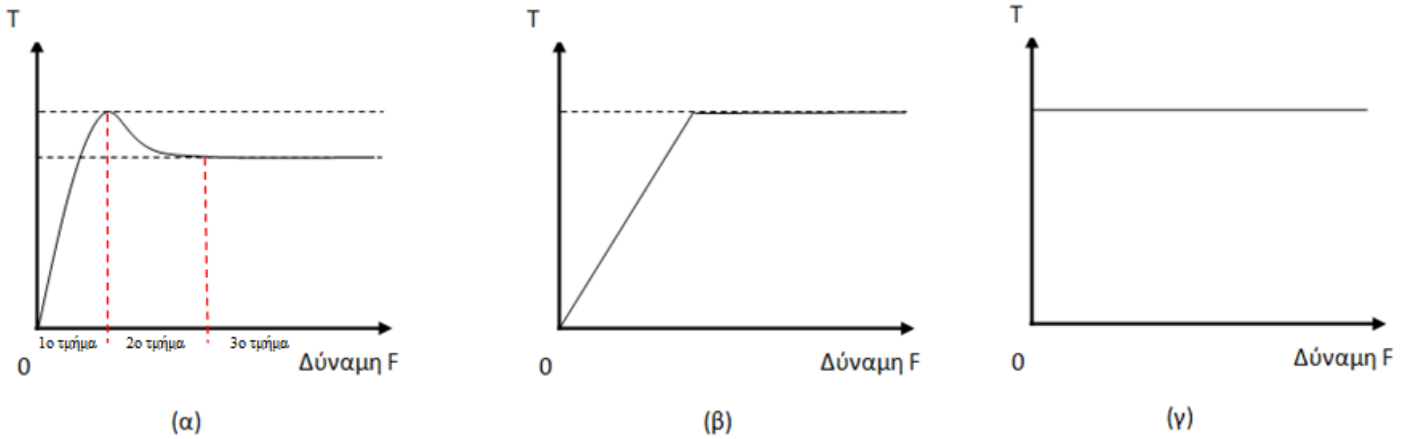


**Σχόλιο :** Η αιτιολόγηση απαιτεί συνδυασμό πολλών σχέσεων και είναι ιδιαίτερα δύσκολη για το επίπεδο της Α΄Λυκείου.

**Θέμα 13577 (2.1)**

Σε σώμα μάζας  $m$  που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη  $\vec{F}$ , οριζόντιας διεύθυνσης το μέτρο της οποίας αυξάνεται προοδευτικά. Κάποια στιγμή το σώμα τίθεται σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα εμφανίζει τριβή και η αντίσταση του αέρα μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

**A.** Ποιο από τα πιο κάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της τριβής ως προς την δύναμη  $\vec{F}$ ;



Μονάδες 6

**B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

**Απάντηση**

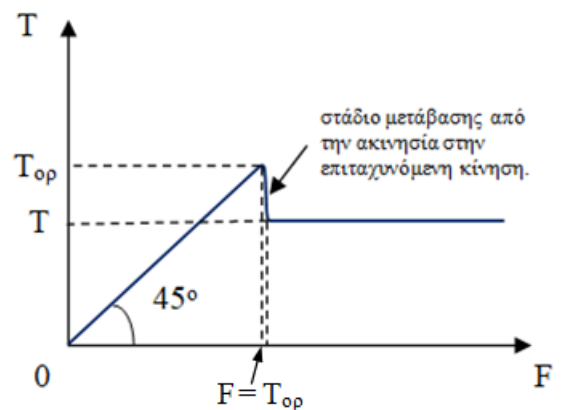
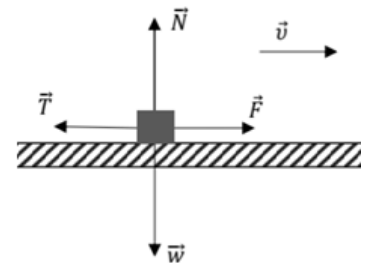
Αρχικά το σώμα είναι ακίνητο και η τριβή είναι στατική, άρα ισχύει :  $T = F$ .

Επομένως σε αυτό το διάστημα, το διάγραμμα  $T = f(F)$  είναι πλάγιο ευθύγραμμο τμήμα που σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα της  $F$ .

Τη στιγμή που η στατική τριβή αποκτά τη μέγιστη τιμή (οριακή τριβή  $T_{op}$ ) το σώμα είναι έτοιμο να κινηθεί.

Αυξάνοντας ελάχιστα το μέτρο της δύναμης το σώμα ξεκινά και αλλάζει το είδος τριβής (τριβή ολίσθησης  $T$ ). Το μέτρο της τριβής ελαττώνεται (σχεδόν ακαριαία) από  $T_{op}$  σε  $T$  και στη συνέχεια παραμένει σταθερό. **Αφού η τριβή ολίσθησης είναι σταθερή, σε αυτό το διάστημα το διάγραμμα είναι οριζόντιο ευθύγραμμο τμήμα.**

**Το διάγραμμα που περιγράφει (ποιοτικά) τη σχέση ανάμεσα στο μέτρο της τριβής και της δύναμης  $F$  έχει σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα.**



Σύμφωνα με τον συγγραφέα της ερώτησης, το σωστό διάγραμμα είναι το (α). Όμως, **το διάγραμμα (α) έχει δύο βασικά λάθη :**

1) στο 1ο τμήμα που αυξάνεται το μέτρο της τριβής η γωνία δεν είναι  $45^\circ$ , άρα η στατική τριβή δεν θα είχε το ίδιο μέτρο με τη δύναμη  $F$  (και προς το τέλος το διάγραμμα είναι καμπύλη, που σημαίνει ότι η στατική τριβή δεν είναι ούτε ανάλογη με τη δύναμη  $F$ ),



2) στο 2ο τμήμα το μέτρο της τριβής μειώνεται σταδιακά (ενώ συγχρόνως αυξάνεται το μέτρο της δύναμης  $F$ ).

Όμως, όταν το μέτρο της δύναμης  $F$  ξεπεράσει ελάχιστα το μέτρο της  $T_{op}$ , το σώμα ξεκινά και το μέτρο της τριβής μειώνεται (σχεδόν ακαριαία) από  $T_{op}$  σε  $T$ .

Άρα το 2ο τμήμα του διαγράμματος πρέπει να είναι σχεδόν κατακόρυφο.

**Παρατήρηση** : Η εκφώνηση έπρεπε να λέει ότι «από τη στιγμή που το σώμα ξεκινά, το μέτρο της δύναμης  $F$  διατηρείται σταθερό».

Αν το μέτρο της δύναμης  $F$  αυξάνεται συνεχώς (ενώ το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι σταθερό) τότε η επιτάχυνση δεν είναι σταθερή και η κίνηση δεν είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

### **Συμπέρασμα**

Η ερώτηση είναι λανθασμένη, αφού κανένα διάγραμμα δεν περιγράφει σωστά το φαινόμενο.

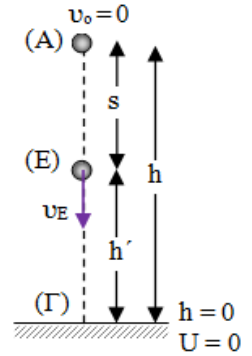
Σε κάθε περίπτωση, η ερώτηση δεν αντιστοιχεί στο επίπεδο γνώσεων των μαθητών της Α΄ Λυκείου.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.1

### Θέμα 8000 (B2)

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας υπολογίζει το χρόνο  $t_E$  (για την κίνηση από το Α στο Ε) χρησιμοποιώντας σαν απόσταση το  $h'$ . Αυτό είναι λάθος!

Η απόσταση που διανύει το σώμα από το Α στο Ε είναι :  $s = h - h'$ .



Σύμφωνα με τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{\text{ολικο}}^2$$

από όπου προκύπτει ότι:

$$t_{\text{ολικο}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Στο ύψος  $h$  το σφαιρίδιο έχει δυναμική ενέργεια  $U = m \cdot g \cdot h$ , κινητική ενέργεια  $K = 0$  και μηχανική ενέργεια:

$$E = U + K = m \cdot g \cdot h$$

Έστω ότι σε ύψος  $h'$  από το έδαφος η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου έχει γίνει ίση με την κινητική του.

Η δυναμική του ενέργεια θα είναι :  $U' = m \cdot g \cdot h'$ ,

η κινητική του ενέργεια :  $K' = U'$

και η μηχανική ενέργεια:  $E' = K' + U' = 2U' = 2m \cdot g \cdot h'$ .

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας προκύπτει :

$$E' = E \quad \text{ή} \quad 2m \cdot g \cdot h' = m \cdot g \cdot h \quad \text{και}$$

$$\text{τελικά } h' = \frac{h}{2}.$$

Όπως παραπάνω βρίσκουμε ότι

$$t_E = \sqrt{\frac{2h'}{g}} = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

### Θέμα 8012 (B2)

**Σχόλιο :** Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει την κινητική ενέργεια  $\frac{1}{2} mv$ .

**Εναλλακτικός τρόπος λύσης:**

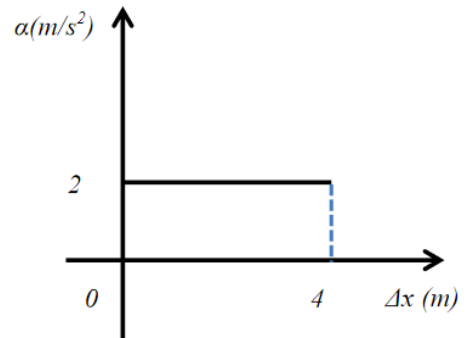
Από την Α. Δ. Μ. Ε. για την πτώση της σφαίρας από ύψος  $h$  και ταχύτητα  $v$  ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος, έχουμε:

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

$$0 + mgh = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v + 0$$

**Θέμα 8038 (B2)**

Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο **ευθύγραμμο** και οριζόντιο **δάπεδο**. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια και σταθερή δύναμη  $\vec{F}$ . Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση του μέτρου της επιτάχυνσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με την μετατόπιση του.



**A)** Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

**α)** Η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο έχει μέτρο,  $F = 2 \text{ N}$ .

**β)** η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη ομαλή.

**γ)** το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta x = 4 \text{ m}$  είναι ίσο με 16 J.

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

*Μονάδες 9*

Σχόλια

1) Η έκφραση «ευθύγραμμο δάπεδο» δεν έχει νόημα. Μάλλον ο συγγραφέας εννοεί «επίπεδη οριζόντια επιφάνεια».

2) Το διάγραμμα έπρεπε να δείχνει πως μεταβάλλεται το μέτρο της επιτάχυνσης  $a$  σε συνάρτηση με τη θέση  $x$  του κιβωτίου και όχι με τη μετατόπιση  $\Delta x$ .

**Θέμα 8044 (B1)**

Εργάτης δένει με αβαρές σκοινί ένα κιβώτιο και το σύρει σε οριζόντιο δάπεδο, όπως παριστάνεται στη διπλανή εικόνα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η επίδραση του αέρα παραλείπεται.

**A)** Να επιλέξετε την σωστή απάντηση:

Αν συμβολίσουμε με  $W_F$  το έργο της δύναμης που ασκεί ο εργάτης στο κιβώτιο, και  $W_T$  το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης τότε για κάθε μετατόπιση του κιβωτίου θα ισχύει:

**α)**  $W_F > W_T$     **β)**  $W_T = -W_F$     **γ)**  $W_F < W_T$

*Μονάδες 4*

**B)** Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας

*Μονάδες 8*

**Απάντηση**

Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  υπολογίζεται από τη σχέση :

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \cos\theta. \quad (1)$$

Από το σχήμα φαίνεται ότι :  $\theta < 90^\circ \Rightarrow \cos\theta > 0 \xrightarrow{(1)}$

$$W_F > 0.$$

Το έργο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση :

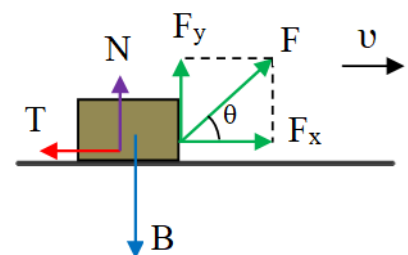
$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow W_T = -T \cdot \Delta x. \quad (2)$$

Επομένως :  $W_T < 0$ .

Αφού  $W_F > 0$  και  $W_T < 0$ , άρα :  $W_F > W_T$ .    [α) : Σωστή]

Αφού το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα :  $\Sigma F_x = 0 \Leftrightarrow F_x = T \Leftrightarrow T = F \cdot \cos\theta. \quad (3)$

(2), (3)  $\Rightarrow W_T = -F \cdot \Delta x \cdot \cos\theta \xrightarrow{(1)} W_T = -W_F. \quad [\beta) : \text{Σωστή}]$



**Σχόλιο :** Υπάρχουν δύο σωστές απαντήσεις !

### Θέμα 8054 (B2)

Σχόλιο : Η διατύπωση «Ισχύει η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την πτώση αυτή» δεν είναι σωστή.

Μία καλύτερη διατύπωση του ερωτήματος θα ήταν : «Να εξετάσετε αν διατηρείται σταθερή η μηχανική ενέργεια κατά τη διάρκεια της πτώσης» ή «Να εξετάσετε αν ισχύει το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας κατά τη διάρκεια της πτώσης».

### Θέμα 13272 (B1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση αναφέρει «η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στον ακόλουθο πίνακα», ενώ στον πίνακα υπάρχουν η δυναμική και η κινητική ενέργεια!

### Θέμα 13102 ((B2)

Σχόλιο : Η διατύπωση «αρχίζει να κινείται . . . με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση» είναι άστοχη.

Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «αρχίζει να κινείται . . . με σταθερή επιτάχυνση».

### Θέμα 13511 (2.2)

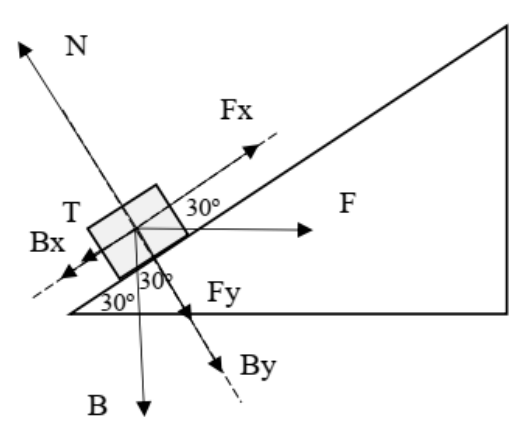
Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη, ώστε να δεχτούμε ότι το σώμα κινείται με την επίδραση μόνο του βάρους του.

### Θέμα 13574 (B2)

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας αποκαλεί τη σχέση  $T = \mu N$  «ορισμό της τριβής», ενώ πρόκειται για το **νόμο** της τριβής ολίσθησης.

**2.2) Σωστή απάντηση: (α)**  
Το έργο της τριβής θα είναι:  $W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ$ , άρα  
$$-20\sqrt{3} = T \cdot 10 \cdot (-1)$$
  
Άρα  $T = 2\sqrt{3} \text{ N}$  και από τον ορισμό της τριβής:  
 $T = \mu \cdot N$  ή  $N = 10\sqrt{3} \text{ N}$

Στον κάθετο άξονα:  
Με βάση τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton:  
 $F_y + B_y = N$  ή  $F_y = N - m \cdot g \cdot \sin 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ N}$   
Και δεδομένου ότι:  $F_y = F \cdot \eta \mu 30^\circ$   
Προκύπτει ότι:  $F = 10\sqrt{3} \text{ N}$



### Θέμα 13567 (2.2)

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν έχει σχεδιάσει όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, δεν αναλύει τη δύναμη  $\vec{F}$  σε συνιστώσες, δεν σημειώνει τη φορά της επιτάχυνσης ούτε σημειώνει τη γωνία  $\varphi$  στο σχήμα!

#### 2.2) Σωστή απάντηση: (β)

Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα με σταθερή επιτάχυνση οπότε σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton

$$F_{ολ} = ma \quad (1)$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στον οριζόντιο άξονα είναι η οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  της δύναμης  $F$  και η τριβή  $T$  (η οποία έχει φορά αντίθετη σε αυτή της κίνησης του σώματος).

Άρα για τον οριζόντιο άξονα ισχύει ότι:

$$F_{ολx} = F_x - T \quad (2)$$

Την οριζόντια συνιστώσα  $F_x$  την υπολογίζουμε με ανάλυση της  $F$  ως:

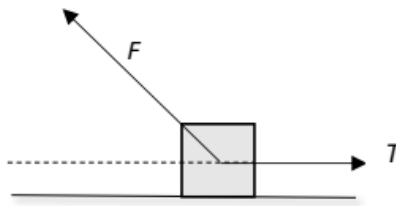
$$F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (3)$$

Άρα, αν στη σχέση (2) αντικαταστήσουμε την (1) και την (3) προκύπτει

$$ma = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - T$$

$$T = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma$$

Και ο σχεδιασμός της τριβής



Οπότε το έργο της τριβής είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -(F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - ma) \cdot \Delta x$$

Δεδομένου ότι η κατεύθυνση της τριβής σχηματίζει γωνία  $180^\circ$  με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

### Θέμα 13615 (2.1)

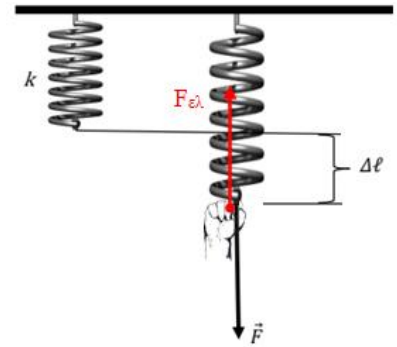
#### Σχόλια

1) Η ερώτηση είναι εκτός ύλης αφού ο νόμος του Hooke δεν περιλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας **θεωρεί ότι οι δυνάμεις  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}_{ελ}$  ασκούνται στο ελατήριο** και εφαρμόζει τον 1ο νόμο του Newton. Αυτό είναι **λάθος!**

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται από τον άνθρωπο στο ελατήριο ενώ η δύναμη  $\vec{F}_{ελ}$  ασκείται από το ελατήριο στον άνθρωπο. Οι δύο δυνάμεις έχουν σχέση δράσης - αντίδρασης, γι' αυτό τελικά ισχύει:  $F = F_{ελ} = k \cdot x$ .

3) Στο διάγραμμα ο άξονας των τετμημένων συμβολίζεται με  $x$  και όχι με  $\Delta x$ .



A. γ)

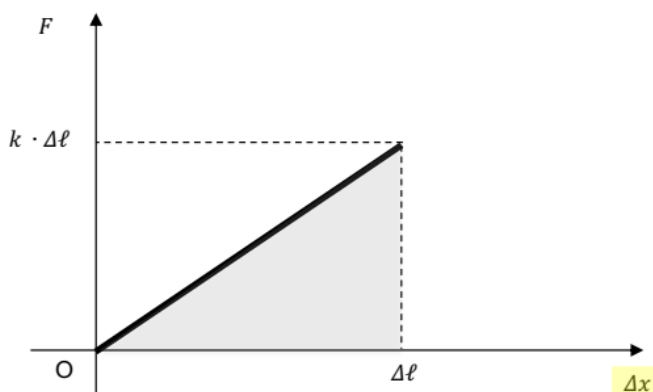
Μονάδες 4

B. Αφού το άκρο του ελατηρίου κινείται με σταθερή ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι ισχύει ο

1ος Νόμος του Newton:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad F - F_{ελ} = 0 \quad \text{ή} \quad F = F_{ελ} \quad \text{ή} \quad F = k \cdot \Delta x$$

Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με την μετατόπιση, συνεπώς δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της αλγεβρικά. Μπορούμε όμως να το υπολογίσουμε γραφικά, με βάση την γραφική παράσταση που ακολουθεί, αφού ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδό:



### Θέμα 13769 (2.1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση λέει στην αρχή : «Ο αστροναύτης . . . ρίχνει ένα σφυρί (δηλαδή το εκτοξεύει), ενώ στη συνέχεια αναφέρεται στο νόμο της ελεύθερης πτώσης !

**Η σχέση  $\vec{g}_Γ = 6 \cdot \vec{g}_Σ$  είναι λάθος, γιατί υποδηλώνει ότι τα διανύσματα της επιτάχυνσης  $\vec{g}_Γ$  στην επιφάνεια της Γης και της επιτάχυνσης  $\vec{g}_Σ$  στην επιφάνεια της Σελήνης έχουν την ίδια κατεύθυνση, πράγμα το οποίο δεν ισχύει γενικά.**

Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει τη σχέση των μέτρων των επιταχύνσεων  $g_Γ = 6 \cdot g_Σ$ .

### Θέμα 13106 (B2)

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας παρέλειψε τον υπολογισμό της δυναμικής ενέργειας στη θέση Γ.

**B2**  
A)

Θέση	$U$ (J)	$K$ (J)	$E_{MHX}$ (J)
A	100	0	100
B	80	20	100
Γ	60	40	100
Δ	0	100	100

B) Επειδή το σφαιρίδιο κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, δηλαδή εκτελεί ελεύθερη πτώση, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Από τη θέση B βρίσκουμε  $E_{MHX}^B = U_B + K_B = 100$  J

Άρα σε κάθε θέση θα είναι  $E_{MHX}^A = E_{MHX}^B = E_{MHX}^Γ = E_{MHX}^Δ = 100$  J  
όπως φαίνεται στην τρίτη στήλη του πίνακα, μετά την συμπλήρωσή του.

Στη θέση A το σφαιρίδιο «αφήνεται», δηλαδή δεν έχει ταχύτητα, άρα  $K_A = 0$ ,  
οπότε  $U_A = E_{MHX}^A = 100$  J

Στη θέση Δ δίνεται μηδέν η δυναμική ενέργεια, που σημαίνει ότι έχει θεωρηθεί ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική βαρυτική ενέργεια, το οριζόντιο έδαφος, στο οποίο καταλήγει πέφτοντας το σφαιρίδιο.

Οπότε  $K_Δ = E_{MHX}^Δ = 100$  J

### Θέμα 13271 (B1)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.

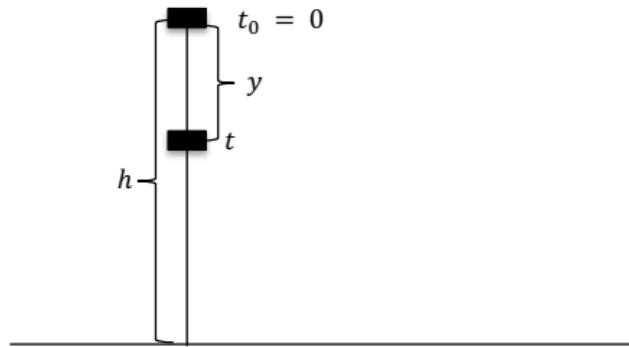


### Θέμα 13269 (2.2)

Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας υπολογίζει τη δυναμική ενέργεια χωρίς να ορίσει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

**B.**



Το σημειακό αντικείμενο εκτελεί ελεύθερη πτώση, χωρίς αρχική ταχύτητα. Έτσι, τη χρονική στιγμή  $t$  το σημειακό αντικείμενο έχει μετατοπιστεί κατά  $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ , οπότε η γήινη βαρυτική δυναμική ενέργειά του είναι:

$$U = m \cdot g \cdot (h - y) = m \cdot g \cdot \left( h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \right)$$

**Μονάδες 9**

### Θέμα 14844 (2.2)

Σχόλιο : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η δύναμη  $\vec{F}$  είναι οριζόντια.

### Θέμα 14845 (2.2)

Σχόλιο : Η διατύπωση «η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα» δεν είναι σωστή. Στη διάρκεια της πτώσης η βαρυτική δυναμική ενέργεια μειώνεται, άρα μεταφέρεται ενέργεια από το πεδίο βαρύτητας στον αλεξιπτωτιστή.

Αφού η κινητική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή είναι σταθερή, άρα η βαρυτική δυναμική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια (μέσω του έργου της αντίστασης του αέρα).

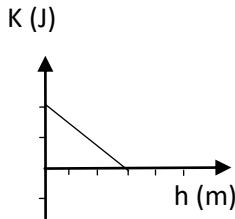
**Η θερμική ενέργεια κατανέμεται στο σύστημα αλεξιπτωτιστής – αλεξιπτώτο και στον αέρα και όχι αποκλειστικά στον αέρα (ο αλεξιπτωτιστής και ο εξοπλισμός του θερμαίνονται εξαιτίας της τριβής με τον αέρα).**

**Θέμα 13571 (2.2)**

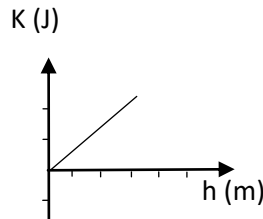
Ένας συμπαγής ομογενής κύβος αφήνεται να ολισθήσει προς τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi$  ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι η συνολική διαδρομή που κάνει ο κύβος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο είναι  $L$  (από το σημείο που αφήνεται ως τη βάση του) καθώς και ότι το σημείο εκκίνησης απέχει ύψος  $h$  από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Επίσης η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

**A.** Επιλέξτε ποιο από τα επόμενα τρία διαγράμματα περιγράφει τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του κύβου ως προς το ύψος του από το οριζόντιο δάπεδο.

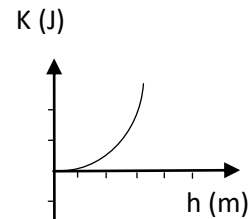
α)



β)



γ)



*Μονάδες 4*

**B.** Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας .

*Μονάδες 9*

Σχόλια :

1) Στην εκφώνηση δίνεται ότι το  $h$  είναι το αρχικό ύψος του κύβου από το οριζόντιο δάπεδο.

Στα διαγράμματα όμως το  $h$  είναι η μεταβλητή κατακόρυφη απόσταση του κύβου από το δάπεδο!

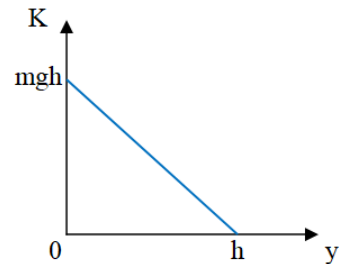
Αυτό δημιουργεί σύγχυση στον αναγνώστη. Θα έπρεπε τα διαγράμματα να απεικονίζουν τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας  $K$  σε συνάρτηση με την κατακόρυφη απόσταση  $y$  από το δάπεδο (και όχι με το ύψος  $h$ ), όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας (χωρίς να σχεδιάσει το σχήμα) καταλήγει στη σχέση :  $K_{\text{τελ}} = mgy$ . Με βάση τη σχέση αυτή, για  $y = 0$  είναι :  $K = 0$ , δηλαδή η κινητική ενέργεια του κύβου μηδενίζεται στη βάση του επιπέδου!

Επομένως, το σωστό διάγραμμα θα ήταν το β) και όχι το α).

**Η απάντηση του συγγραφέα είναι λανθασμένη!**

Η σωστή σχέση είναι :  $K = mgh - mgy$ .



**2.2) Σωστή απάντηση: (α)**

Εφόσον ο κύβος κινείται μόνο υπό την επίδραση του βάρους, από το Θ.Μ.Κ.Ε.

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} = m \cdot g \cdot y, \text{ όπου } 0 \leq y \leq h$$

Η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται συναρτήσει του ύψους. Συνεπώς στο διάγραμμα (α) φαίνεται ότι ο κύβος έχει τη μέγιστη κινητική ενέργεια όταν είναι σε ύψος (0 m) και στο μέγιστο ύψος (h) έχει μηδενική κινητική ενέργεια (ξεκινάει με μηδενική αρχική ταχύτητα).

## ΘΕΜΑΤΑ Δ

### Θέμα 11617

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) Δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στα δύο χρονικά διαστήματα κίνησης, τις επιταχύνσεις, τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες στις χαρακτηριστικές θέσεις.

2) Στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $T = \mu mg$  χωρίς να την αποδείξει.

**Η σχέση αυτή δεν είναι γνωστή από τη θεωρία και δεν ισχύει σε κάθε περίπτωση.**

3) Στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει «το σώμα εκτελεί μια ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση . . . με επιτάχυνση  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$ » ενώ η σωστή διατύπωση είναι : το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη **ομαλά** επιβραδυνόμενη κίνηση . . . με επιβράδυνση **μέτρου**  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$ .

#### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη μαθηματική σχέση:

$$T = \mu m g \quad \text{ή} \quad T = 10 \text{ N}$$

Δ2) Το έργο της δύναμης  $F$  υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1 \quad (1)$$

Θα πρέπει να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του σώματος για το χρόνο που ασκείται η δύναμη  $F$ .

Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = F - T = ma$$

προκύπτει ότι το σώμα θα κινηθεί προς την κατεύθυνση της  $F$  με επιτάχυνση  $a_1 = 10 \text{ m/s}^2$ .

Συνεπώς η μετατόπιση του σώματος θα είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a t^2 = 45 \text{ m}$$

Άρα από την (1) προκύπτει ότι το έργο της  $F$  θα είναι

$$W_F = 1350 \text{ J.}$$

Δ3) Όταν παύει να ασκείται η δύναμη  $F$  ( $t_1 = 3 \text{ s}$ ,  $v_o = a_1 t_1 = 30 \text{ m/s}$ ) το σώμα εκτελεί μια **ευθύγραμμη επιβραδυνόμενη κίνηση**, υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης. Ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα μας δίνει τη νέα **επιτάχυνση  $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$** , που έχει αντίθετη φορά από την ταχύτητα του σώματος.

$$v = v_o - a_2 \Delta t$$

Το σώμα θα κινηθεί για  $\Delta t = 6 \text{ s}$  μέχρι να σταματήσει. Συνολικός χρόνος κίνησης 9 s.

## Θέμα 11623

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) Δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στα δύο χρονικά διαστήματα κίνησης, τις επιταχύνσεις, τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες στις χαρακτηριστικές θέσεις.

2) Χρησιμοποιεί τη σχέση  $T = \mu mg$  χωρίς να την αποδείξει.

**Η σχέση αυτή δεν είναι γνωστή από τη θεωρία και δεν ισχύει σε κάθε περίπτωση.**

3) Στην επιβραδυνόμενη κίνηση γράφει τις εξισώσεις :  $v = v_0 - \alpha t$ ,  $\Delta x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2$ .

Οι σωστές σχέσεις είναι :  $v_{\text{τελ}} = v - \alpha \cdot \Delta t_2$ ,  $\Delta x_2 = v (\Delta t_2) - \frac{1}{2} \alpha (\Delta t_2)^2$ , (με  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ ).

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το κιβώτιο Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και από τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε :

$$\Sigma F = 0.$$

Άρα η δύναμη  $F$  είναι ίση κατά μέτρο με την τριβή ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ κιβωτίου και δρόμου.

$$T = \mu m g.$$

Οπότε και  $F = 2N$

**Δ2)** Το κιβώτιο για το χρονικό διάστημα από  $t = 0$  s μέχρι  $t_1 = 5$  s κινείται με σταθερή ταχύτητα οπότε μετατοπίζεται κατά  $\Delta x_1 = 50$  m. Άρα το έργο της δύναμης  $F$  υπολογίζεται από τον τύπο:

$$W_F = F \Delta x_1$$

και υπολογίζεται

$$W_F = 100 \text{ J.}$$

**Δ3)** Όταν παύσει να ασκείται η δύναμη  $F$ , το κιβώτιο θα κινηθεί ευθύγραμμα υπό την επίδραση της τριβής ολίσθησης, μέχρι να ακινητοποιηθεί.

Με βάση το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα  $\Sigma F = ma$ , η επιβράδυνση που θα έχει το σώμα τότε θα είναι

$$a = 2 \text{ m/s}^2.$$

Η εξίσωση της ταχύτητας για την επιβραδυνόμενη αυτή κίνηση θα είναι:

$$v = v_0 - at.$$

και τελικά ο χρόνος κίνησης για το διάστημα από  $t_1$  μέχρι να ακινητοποιηθεί υπολογίζεται σε 5s.

Άρα κάνει δύο κινήσεις:

1<sup>η</sup> ΚΙΝΗΣΗ: αρχικά Ε.Ο.Κ. για 5s (όπου μετατοπίζεται κατά 50 m) και

2<sup>η</sup> ΚΙΝΗΣΗ: στη συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση για άλλα 5s.

Η μετατόπιση σε αυτό το χρόνο προκύπτει:

$$\Delta x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha t^2 = 25 \text{ m.}$$

Άρα η συνολική μετατόπιση για όσο κινείται το κιβώτιο είναι: 75 m.

## Θέμα 11632

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας αναφέρει ότι «η μέση ταχύτητα μιας μεταβαλλόμενης κίνησης προκύπτει από το πηλίκο της συνολικής μετατόπισης του σώματος, προς το χρονικό διάστημα που κινήθηκε».

Και στη συνέχεια γράφει τη σχέση :

$$v_{\mu} = \frac{(Εμβαδό \text{ τραπεζίου})+(Εμβαδό \text{ παραλληλογράμου})+(Εμβαδό \text{ Τριγώνου})}{8 \text{ s}}$$

Σύμφωνα με το σχολικό βιβλίο (σελ. 48), η μέση ταχύτητα είναι ίση με το πηλίκο **του διαστήματος** που διάνυσε το κινητό προς την αντίστοιχη χρονική διάρκεια ( $v_{\mu} = \frac{S}{t}$ ).

**Δ4)** Η μέση ταχύτητα μιας μεταβαλλόμενης κίνησης προκύπτει από το πηλίκο της συνολικής μετατόπισης του σώματος, προς το χρονικό διάστημα που κινήθηκε.

Το χρονικό διάστημα (σύμφωνα με το διάγραμμα) είναι 8 s.

Και η συνολική μετατόπιση προκύπτει από το εμβαδό που περικλείει η γραφική παράσταση της μεταβαλλόμενης κίνησης.

Το εμβαδό αυτό μπορεί να υπολογιστεί για τρία επιμέρους σχήματα στα χρονικά διαστήματα 0→2 s, 2→6 s και 6→8 s.

Άρα 
$$v_{\mu} = \frac{(Εμβαδό \text{ τραπεζίου})+(Εμβαδό \text{ παραλληλογράμου})+(Εμβαδό \text{ Τριγώνου})}{8 \text{ s}}$$

$$v_{\mu} = 6,5 \text{ m / s}$$

## Θέμα 11633

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, την επιτάχυνση και την ταχύτητα.
- 2) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $T = \mu mg$  χωρίς να την αποδείξει.

**Η σχέση αυτή δεν είναι γνωστή από τη θεωρία και δεν ισχύει σε κάθε περίπτωση.**

- 3) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> γράφει «η επιτάχυνση . . . είναι  $a = 2 \text{ m/s}^2$ », ενώ το σωστό είναι : η επιτάχυνση έχει **μέτρο**  $a = 2 \text{ m/s}^2$ .

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Η τριβή ολίσθησης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$T = \mu m g \quad \text{ή} \quad T = 0,4 \text{ N}$$

**Δ2)** Σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι

$$a = 2 \text{ m / s}^2$$

με φορά αντίθετη προς τη φορά της κίνησης.

## Θέμα 11634

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν τεκμηριώνει επαρκώς το είδος της κίνησης στο 1ο και στο 3ο χρονικό διάστημα.

Το επιχείρημα «σταθερή επιτάχυνση» δεν αρκεί για να δικαιολογήσει ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη, αλλά πρέπει να αναφέρει και την αρχική ταχύτητα.

2) στο Δ3 γράφει «το συνολικό διάστημα θα είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων».

Η σωστή διατύπωση είναι : το συνολικό διάστημα είναι το άθροισμα των μέτρων των μετατοπίσεων

$$(s_{1,2} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|).$$

Στη συνέχεια γράφει τη σχέση :  $x = \frac{1}{2}at_1^2 + vt_2$ . Αυτό είναι λάθος!

Η χρονική διάρκεια της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης είναι  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$  (με  $t_2 = 10$  s και  $t_1 = 5$  s) και

όχι  $t_2$ . Η σωστή σχέση είναι :  $s_{1,2} = \frac{1}{2}at_1^2 + v(t_2 - t_1)$ .

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** α) χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 5$  s,

Σταθερή δύναμη άρα και σταθερή επιτάχυνση, οπότε έχουμε μια ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.

Επιτάχυνση με θετική τιμή, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

β) χρονικό διάστημα  $5 \rightarrow 10$  s,

Μηδενική δύναμη, άρα μηδενική επιτάχυνση, άρα σταθερή ταχύτητα.

Το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

γ) χρονικό διάστημα  $10 \rightarrow 15$  s,

Παρόμοια με το (α) αλλά με αρνητική επιτάχυνση, άρα ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

**Δ2)** Με βάση το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα

$$\Sigma F = ma$$

η επιτάχυνση του σώματος για το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 5$  s είναι

$$a_1 = 10 \text{ m/s}^2.$$

Άρα η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s θα είναι

$$v = a_1 \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad v = 50 \text{ m/s}$$

**Δ3)** Το χρονικό διάστημα  $0 \rightarrow 10$  s το σώμα κάνει δύο κινήσεις, άρα το συνολικό διάστημα που θα διανύσει θα είναι το άθροισμα των μετατοπίσεων κατά τη διάρκεια των δύο κινήσεων.

$$x = \frac{1}{2}at_1^2 + vt_2 \quad \text{ή} \quad x = 375 \text{ m}$$

## Θέμα 11635

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την πέτρα στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις ταχύτητες στις θέσεις αυτές και τις αποστάσεις – ύψη.
- 2) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> η 1η πρόταση δεν είναι διατυπωμένη σωστά.
- 3) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> η 2η πρόταση είναι ακατανόητη.
- 4) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> γράφει «Ο χρόνος ανόδου, από (1) υπολογίστηκε σε 1 s», χωρίς να τον υπολογίσει.

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Αρχικά η πέτρα έχει κινητική και δυναμική ενέργεια

$$E_{MHX} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m g H \quad \text{ή} \quad E_{MHX} = 15 \text{ J}$$

Δ2) Η πέτρα έχει στο σημείο Α αρχικό ύψος 10 m και θα συνεχίσει να ανεβαίνει κατά h μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητα του.

Ο χρόνος κίνησης και το ύψος h θα υπολογιστούν από τις σχέσεις (1) και (2) :

$$v = v_A - g t \quad (1) \quad \text{με } v=0$$

$$h = v_A t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

Το ανώτερο ύψος που φτάνει η πέτρα θα ισούται με το άθροισμα

$$H + h = 15 \text{ m.}$$

Στο ανώτερο σημείο θα έχει δυναμική ενέργεια 15 J.

Δ3) Η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος<sup>1</sup>, μέχρι να πέσει στη θάλασσα.

Όταν λοιπόν η κινητική και η δυναμική ενέργεια της πέτρας είναι ίσες και το άθροισμά τους ισούται με τη μηχανική ενέργεια, προκύπτει ότι κάθε μια ενέργεια θα έχει τιμή δηλαδή

$$K=U \quad \text{και} \quad E_{MHX} = K + U \quad \text{συνεπώς} \quad K = U = \frac{E_{MHX}}{2} \quad \text{ή} \quad K = U = \frac{15}{2} \text{ J} \quad \text{ή} \quad K = U = 7,5 \text{ J} \quad (3)$$

Συνεπώς από τον τύπο της δυναμικής ενέργειας:  $U = m g h$  και τη σχέση (3) προκύπτει το ύψος  $h' = 7,5 \text{ m}$  από την επιφάνεια της θάλασσας, όπου οι δυναμική ενέργεια είναι ίση με την κινητική.

Δ4) Ο χρόνος ανόδου, από (1) υπολογίστηκε σε 1 s.

Ο χρόνος καθόδου (ελεύθερη πτώση) για ύψος 15 m υπολογίζεται σε  $\sqrt{3}$  s από την πιο κάτω σχέση:

$$h = \frac{1}{2} g t_2^2$$

Συνεπώς η πέτρα κινήθηκε συνολικά για  $(1 + \sqrt{3})$  s.



## Θέμα 11639

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στα δύο χρονικά διαστήματα κίνησης, την επιτάχυνση, τις μετατοπίσεις και τις ταχύτητες στις χαρακτηριστικές θέσεις.
- 2) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> δεν εφαρμόζει τη συνθήκη ισοροπίας στον άξονα y, ούτε το νόμο της τριβής ολίσθησης. Επίσης, δεν γράφει τον 2ο νόμο του Newton και υπολογίζει το μέτρο της επιτάχυνσης από την ισότητα  $\mu mg = ma$ , χωρίς να εξηγήσει πως κατέληξε σε αυτή τη σχέση.
- 3) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει «συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα μεταξύ 3ου και 4ου s». Το 3ο s και το 4ο s είναι χρονικά διαστήματα και όχι χρονικές στιγμές. Το σωστό είναι : «συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση από τη χρονική στιγμή 3 s μέχρι τη χρονική στιγμή 4 s».

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το σώμα ολισθαίνει προς τα δεξιά ενώ ασκείται πάνω του η δύναμη της τριβής με φορά προς τα αριστερά.

Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα προκύπτει ότι η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι:

$$\mu m g = m a \Rightarrow a = 5 \frac{m}{s^2},$$

με φορά αντίθετη προς την ταχύτητα του σώματος.

**Δ2)** Το σώμα κινείται ευθύγραμμα με την επιβράδυνση που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα. Μετά από χρόνο  $t_1$  η ταχύτητα θα είναι:

$$v = v_0 - a t_1 \quad \text{ή} \quad v = 10 \text{ m/s}$$

**Δ3)** Με βάση τον προηγούμενο τύπο θέτοντας  $v=0$  μπορούμε να υπολογίσουμε ότι το σώμα θα ακινητοποιηθεί μετά από 4 s από τη χρονική στιγμή  $t_0$ .

Ενώ η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 3 \text{ s}$  είναι  $5 \text{ m/s}$ .

Συνεπώς αναζητούμε τη μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα μεταξύ 3<sup>ου</sup> και 4<sup>ου</sup> s.

Ένας από τους τρόπους που μπορούμε να υπολογίσουμε αυτή τη μετατόπιση είναι το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου για το πιο πάνω χρονικό διάστημα.

$$\Delta K = K_4 - K_3 \quad \text{ή} \quad \Delta K = -T \Delta x_{3-4} \Rightarrow \Delta x_{3-4} = 2,5 \text{ m}$$

**Δ4)** Πάλι με βάση το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας-Έργου, συνολικά για όλη την κίνηση, προκύπτει:

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} \quad \text{ή} \quad \Delta K = W_T \quad \text{ή} \quad W_T = -400 \text{ J}$$



## Θέμα 11640

### Σχόλια :

1) Η διατύπωση «Να υπολογίσετε τη μέση ισχύ που προσφέρθηκε στο σώμα μέσω της δύναμης  $\vec{F}$ » δεν είναι σωστή.

Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε τον μέσο ρυθμό προσφοράς ενέργειας στο σώμα μέσω της δύναμης  $\vec{F}$ ».

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα,

β) δεν εφαρμόζει τη συνθήκη ισορροπίας στον άξονα  $y$ ,

γ) δεν εφαρμόζει το νόμο της τριβής ολίσθησης ούτε υπολογίζει το μέτρο της τριβής,

δ) δεν γράφει τον 2ο νόμο του Newton ώστε να υπολογίσει το μέτρο της επιτάχυνσης.

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το σώμα ξεκινά να κινείται, ενώ στον οριζόντιο άξονα του ασκούνται δύο δυνάμεις: η δύναμη  $F$  και η τριβή.

Η συνισταμένη δύναμη

$$\Sigma F = F - T \quad \text{ή} \quad \Sigma F = 30 \text{ N.}$$

Σύμφωνα με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα η επιτάχυνση

$$a = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Δ4)** Η ισχύς που προσφέρθηκε στο σώμα υπολογίζεται ως το πηλίκο του έργου που προσφέρεται προς το χρονικό διάστημα που προσφέρεται:

$$P = \frac{W_F}{t} \quad \text{ή} \quad P = 300 \text{ W}$$

## Θέμα 11660

### Σχόλια :

1) Η διατύπωση «δύναμη μέτρου  $\vec{F} = 4 \text{ N}$ » είναι λάθος. Το σωστό είναι «δύναμη μέτρου  $F = 4 \text{ N}$ ».

2) Η διατύπωση «η θερμότητα που μεταφέρεται» δεν είναι ακριβής.

Μέσω του έργου της τριβής μεταφέρεται ενέργεια στο περιβάλλον, με αποτέλεσμα την αύξηση της θερμοκρασίας των επιφανειών επαφής και του περιβάλλοντος.

Η ενέργεια αυτή είναι θερμική ενέργεια και όχι θερμότητα.

## Θέμα 11662

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

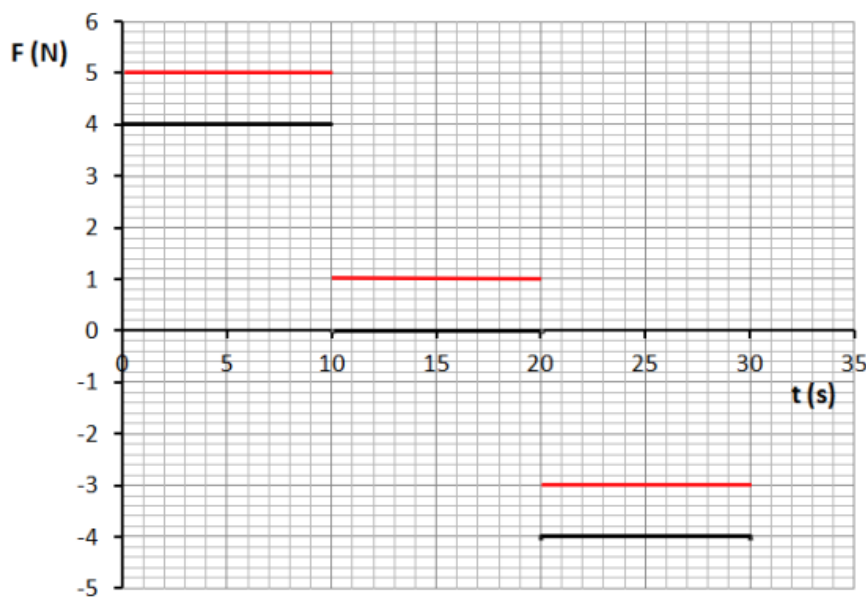
1) υπολογίζει το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  στο ερώτημα  $\Delta_3$  χωρίς προηγουμένως να έχει υπολογίσει το μέτρο της τριβής. Ο υπολογισμός του μέτρου της τριβής έπρεπε να γίνει στο  $\Delta_3$  και όχι στο  $\Delta_4$ .

2) σχεδιάζει το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma\vec{F}$  και όχι της δύναμης  $\vec{F}$ . Το σωστό διάγραμμα έχει σχεδιαστεί με κόκκινο χρώμα.

$\Delta_3$ ) Χρονικό διάστημα  $0\text{ s} \rightarrow 10\text{ s}$ :  $F-T = m\alpha_1$  ή  $F_1 = 5\text{ N}$

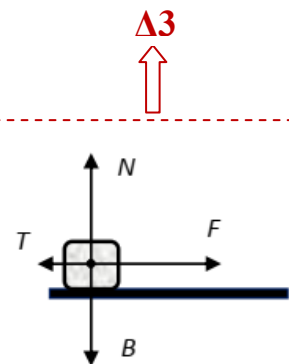
Χρονικό διάστημα  $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$ :  $F-T = 0\text{ N}$  ή  $F_2 = 1\text{ N}$

Χρονικό διάστημα  $10\text{ s} \rightarrow 20\text{ s}$ :  $F-T = m\alpha_3$  ή  $F_1 = -3\text{ N}$



$\Delta_4$ ) Το εμβαδόν του τραpezιού που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την ταχύτητα και των αξόνων  $v$ ,  $t$  είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος.

Επομένως:  $\Delta x = \frac{30+10}{2} \cdot 40$  (SI) ή  $\Delta x = 800\text{ m}$



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα. Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\text{και } \Sigma F_y = 0 \text{ ή } N = B \quad (1)$$

$$\text{Αλλά } T = \mu \cdot N \stackrel{(1)}{\Rightarrow} T = \mu \cdot B \text{ ή } T = \mu \cdot m \cdot g \text{ ή } T = 1\text{ N}$$

Το έργο της δύναμης  $T$  είναι:

$$W_T = T \cdot \Delta x \cdot \text{συν } \varphi \text{ ή } W_T = 1 \cdot 800 \cdot (-1) \text{ ή } W_T = -800\text{ J}$$

## Θέμα 11664

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> έχει σχεδιάσει το διάγραμμα της ταχύτητας χωρίς να γράψει την εξίσωση της ταχύτητας και να υπολογίσει το μέτρο της τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s.

2) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> γράφει «ενέργεια από το σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής». Μέσω του έργου της τριβής μεταφέρεται ενέργεια στο περιβάλλον και μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια (και όχι θερμότητα).

**Δ1)** Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  s έως τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5$  s.

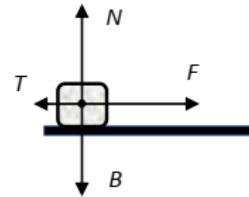
Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F_x = ma \quad \text{ή} \quad F - T = ma \quad (1)$$

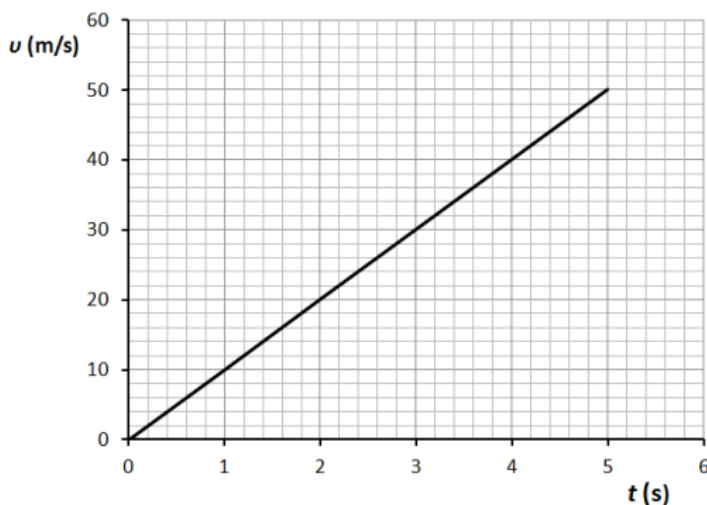
$$\text{και} \quad \Sigma F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = B \quad (2)$$

$$\text{Αλλά} \quad T = \mu N \stackrel{(2)}{\Rightarrow} T = \mu B \quad \text{ή} \quad T = \mu mg \quad \text{ή} \quad T = 1 \text{ N} \quad (3)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (3) έχουμε τελικά  $\alpha = 10 \frac{m}{s^2}$



**Δ2)**



**Δ3)** Από το προηγούμενο διάγραμμα η μετατόπιση του σώματος είναι:

$$\Delta x = \frac{50 \cdot 5}{2} = 125 \text{ m.}$$

Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  είναι:

$$W_F = F \cdot \Delta x = 625 \text{ J.}$$

**Δ4)** Ενέργεια από το σώμα μετατρέπεται σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής.

$$\text{Επομένως} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|W_T|}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{|-1 \cdot 125|}{5} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 25 \frac{J}{s}$$

## Θέμα 11667

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ<sub>2</sub>, για να υπολογίσει την τιμή της ταχύτητας τη χρονική στιγμή  $t_3 = 12 \text{ s}$  γράφει τη σχέση :  $v_3 = v_2 - |\alpha|t$ . Αυτό είναι λάθος!

Η σωστή σχέση είναι :  $v_3 = v_2 - |\alpha|(t_3 - t_2)$ .

Δ2) Για τις ταχύτητες έχουμε

Χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$ :  $v_1 = \alpha_1 t$  ή  $v_1 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Χρονική στιγμή  $t_2 = 8 \text{ s}$ :  $v_2 = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Χρονική στιγμή :  $t_3 = 12 \text{ s}$ :  $v_3 = v_2 - |\alpha_3| \cdot t$  ή  $v_3 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

## Θέμα 11668

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> δεν βάζει το πρόσημο (-) στο έργο της συνισταμένης δύναμης!

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Για τη ταχύτητα του αυτοκινήτου ισχύει

$$v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = v_0 - \alpha \cdot t_1 \Rightarrow \alpha = \frac{v_0}{t_1} \text{ και τελικά } \alpha = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\left( v_0 = 72 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 72 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

Δ2) Από τη σχέση  $v = v_0 - \alpha \cdot \Delta t$  για  $\Delta t = 2 \text{ s}$  έχουμε  $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \text{ ή } K = 50.000 \text{ J}$$

Δ3) Από το 2ο νόμο του Νεύτωνα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι:

$$\Sigma F = m \cdot a \text{ ή } F = 5.000 \text{ N}$$

Δ4) Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τη συνολική μετατόπιση του σώματος και στις δύο περιπτώσεις έχουμε:

$$K_{\text{τελική}} - K_{\text{αρχική}} = \Sigma W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} m v^2 = F \cdot S \quad (1)$$

$$K'_{\text{τελική}} - K'_{\text{αρχική}} = \Sigma W'_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} m v'^2 = F \cdot S' \quad (2)$$

### Θέμα 11669

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> εφαρμόζει τον 2ο νόμο του Newton για σύστημα σωμάτων.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν έχει διδαχθεί στην Α΄ Λυκείου.

2) Στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> γράφει : «Το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση». Η διατύπωση είναι λανθασμένη.

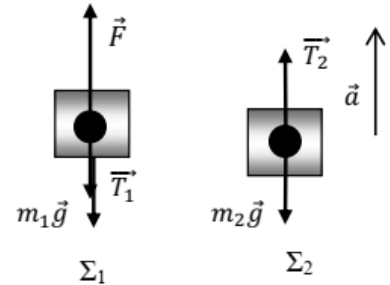
Κάθε σώμα (όχι το σύστημα) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

**Δ1)** Επειδή τα σώματα συνδέονται με μη εκτατό και τεντωμένο νήμα έχουν την ίδια επιτάχυνση  $\vec{a}$ .

Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για κάθε σώμα ξεχωριστά θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης.

$$\Sigma_1: F - m_1 \cdot g - T_1 = m_1 \cdot a \quad (1)$$

$$\Sigma_2: T_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \quad (2)$$



**Δ2)** Επειδή τα σώματα συνδέονται με αβαρές και τεντωμένο νήμα ισχύει:

$$T_1 = T_2 \text{ (μέτρα).}$$

Εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για το σύστημα των δύο σωμάτων θεωρώντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης:

$$F - m_1 \cdot g - T_1 + T_2 - m_2 \cdot g = (m_1 + m_2) \cdot a \quad \text{ή} \quad 90 - 40 - 20 = 6a \quad \text{ή} \quad \boxed{\alpha = 5 \frac{m}{s^2}}$$

**Δ3)**

$$W_{ολ} = W_{w_1} + W_{w_2} \quad \text{ή} \quad W_{ολ} = -m_1 \cdot g \cdot h - m_2 \cdot g \cdot h \quad \text{ή} \quad \boxed{W_{ολ} = -600J}$$

**Δ4)** Το σύστημα των σωμάτων εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της μετατόπισης υπολογίζουμε το χρόνο κίνησης για μετατόπιση,  $\Delta y = h = 10m$ :

$$\Delta y = \frac{1}{2} at^2 \quad \text{ή} \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \quad \text{ή} \quad \boxed{t = 2s}$$

### Θέμα 11670

Σχόλιο : Στην απάντησή του στο Δ<sub>4</sub> ο συγγραφέας γράφει : «ο κύβος περικλείει δυναμική ενέργεια».

Η διατύπωση δεν είναι σωστή.

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια ανήκει στο σύστημα σώμα – Γη και δεν «περικλείεται» από το σώμα.

**Δ4)** Τη χρονική στιγμή που ο κύβος απέχει  $y = 18 \text{ m}$  από το έδαφος περικλείει δυναμική ενέργεια ως προς αυτό:

$$U = mgy \quad \text{ή} \quad U = 720J,$$

### Θέμα 11673

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει λάθος τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής.  
Η σωστή σχέση είναι :  $m = \frac{F}{a}$ .

Δ2) Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα:

$$m = \frac{F}{a} = 4 \text{ kg.}$$

### Θέμα 11679

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα, τις επιταχύνσεις και τις αποστάσεις που διανύουν.

Ενδεικτική λύση

Δ1) Στο συσσωμάτωμα ασκείται συνισταμένη δύναμη:

$$\Sigma F = F - B \text{ ή } F - (m_1 + m_2)g = 10 \text{ N,}$$

όπου  $\vec{B}$  είναι το βάρος του συσσωματώματος.

Από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε την επιτάχυνση:

$$a = \frac{\Sigma F}{m_1 + m_2} \text{ ή } a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Δ2) Η χρονική στιγμή κατά την οποία αποκολλάται το  $\Sigma_2$  υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης

$$h = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \text{ απ' όπου προκύπτει } t = 4 \text{ s.}$$

Δ3) Τη στιγμή της αποκόλλησης η ταχύτητα είναι κοινή για τα δύο σώματα και ίση με:

$$v = at = 8 \text{ m/s.}$$

Δ4) Όταν αποκολληθεί το σώμα  $\Sigma_2$ , το σώμα  $\Sigma_1$  συνεχίζει να κινείται με την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$\Sigma F' = F - B_1 = F - m_1 \cdot g = 30 \text{ N,}$$

όπου  $\vec{B}_1$  είναι το βάρος του  $\Sigma_1$ .

Η επιτάχυνση του  $\Sigma_1$  είναι :

$$a' = \frac{\Sigma F}{m_1} \text{ ή } a' = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

## Θέμα 11680

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

2) έχει σχεδιάσει το διάγραμμα της ταχύτητας στη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \rightarrow 40 \text{ s}$ , ενώ η εκφώνηση ζητά το διάγραμμα για τη χρονική διάρκεια  $0 \text{ s} \rightarrow 30 \text{ s}$  και η χρονική στιγμή που σταματά το σώμα δεν είναι γνωστή στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> αλλά ζητείται στο ερώτημα Δ<sub>3</sub>.

Επίσης, στο διάγραμμα  $v - t$ , τα διαστήματα σε κάθε άξονα είναι άνισα.

### Ενδεικτική λύση

Δ1) Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα, στον κατακόρυφο άξονα, ισχύει:

$$\Sigma F_y = N - B = 0 \text{ ή } N = B \text{ ή } N = mg,$$

όπου  $\vec{B}$  είναι το βάρος του σώματος και  $\vec{N}$  η κάθετη αντίδραση του δαπέδου.

Το μέτρο της τριβής είναι

$$T = \mu mg = 10 \text{ N}.$$

Η τιμή της επιτάχυνσης είναι σταθερή και υπολογίζεται από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα:

$$a = \frac{F - T}{m}.$$

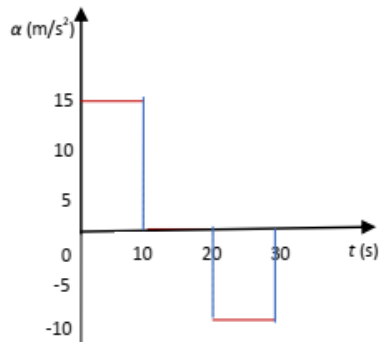
Οπότε

$$0 - 10 \text{ s: } a_1 = 15 \text{ m/s}^2$$

$$10 - 20 \text{ s: } a_2 = 0$$

$$20 - 30 \text{ s: } a_3 = -10 \text{ m/s}^2$$

Το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου θα είναι



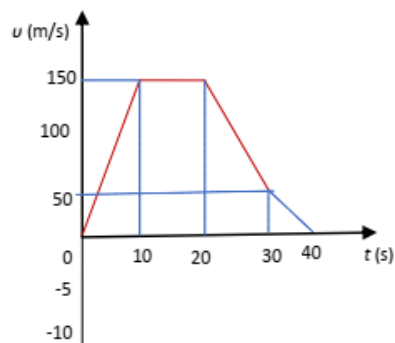
Δ2) Η ταχύτητα είναι:

$$t_1 = 10 \text{ s: } v_1 = a_1 \Delta t_1 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 10 \text{ s} - t_3 = 20 \text{ s: } v_2 = 150 \text{ m/s}$$

$$t_4 = 30 \text{ s: } v_3 = v_2 - |\alpha_3| \Delta t_3 = 50 \text{ m/s}$$

Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου θα είναι:



## Θέμα 11681

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

2) δεν έχει σχεδιάσει το διάγραμμα συνισταμένης δύναμης – χρόνου, ενώ η εκφώνηση το ζητά στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> !

### Ενδεικτική λύση

Δ1) Το χρονικό διάστημα 0-5 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F = F_1 - F_2 = 20 \text{ N.}$$

Το χρονικό διάστημα 5-7 s η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή και έχει μέτρο:

$$\Sigma F' = -F_2 = -10 \text{ N.}$$

Μετά το 7<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα:

$$a = \frac{\Sigma F}{m}$$

βρίσκουμε ότι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$  η επιτάχυνση έχει τιμή

$$a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

και τη χρονική στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$  η επιτάχυνση έχει τιμή

$$a' = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Δ2) Τη χρονική στιγμή  $t = 5 \text{ s}$  το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v = a \cdot t \quad \text{ή} \quad v = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Τη χρονική στιγμή  $t' = 7 \text{ s}$  θα έχει αποκτήσει ταχύτητα:

$$v' = v - |a'| \cdot (t' - t) \quad \text{ή} \quad v' = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Μετά το 7<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα. Επομένως τη χρονική στιγμή  $t_3 = 10 \text{ s}$  θα έχει κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v'^2 \quad \text{ή} \quad K = 1600 \text{ J.}$$

Δ3) Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κίνησης βρίσκουμε ότι

για το χρονικό διάστημα 0-5 s:  $\Delta x_1 = \frac{1}{2} a \Delta t_1^2 = 125 \text{ m,}$

για το χρονικό διάστημα 5-7 s:  $\Delta x_2 = v \Delta t_2 - \frac{1}{2} |a'| \Delta t_2^2 = 90 \text{ m,}$

δια το χρονικό διάστημα 7-10 s:  $\Delta x_3 = v' \Delta t_3 = 120 \text{ m.}$

Η μετατόπιση στο χρονικό διάστημα 0 – 10 s είναι:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 335 \text{ m.}$$

Δ4)

$$W_{F_1} = F_1 \Delta x_1 = 3750 \text{ J} \quad \text{και} \quad W_{F_2} = -F_2 (\Delta x_1 + \Delta x_2) = -2150 \text{ J.}$$



## Θέμα 11684

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει !

2) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $\Delta x_2 = \frac{v_1^2}{2|\alpha|}$  χωρίς προηγουμένως να την αποδείξει.

Η σχέση αυτή δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο και επομένως πρέπει να αποδειχτεί.

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της  $F$  και για την μετατόπιση  $\Delta x_1$ :

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow W_F = 3000 \text{ J.}$$

**Δ2)** Από το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματά να κινείται ισχύει ότι :

$$0 - 0 = W_F + W_T.$$

Το έργο της τριβής, για τη συνολική κίνηση, θα είναι ίσο με

$$W_T = T \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \cdot \cos 180^\circ.$$

Το μέτρο της δύναμης της τριβής να δίνεται από τη σχέση:

$$T = \mu \cdot N.$$

Επειδή όμως το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα  $y$  θα έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Άρα το έργο της τριβής θα δίνεται από τη σχέση

$$W_T = -\mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2).$$

Εισάγοντας την τελευταία σχέση για το έργο της τριβής, αλλά και το έργο της δύναμης  $F$  που υπολογίστηκε στο (Δ1) στην εξίσωση του θεωρήματος έργου-ενέργειας προκύπτει:

$$0 - 0 = 3600 - \mu \cdot m \cdot g \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) \Rightarrow \mu = 0,2.$$

**Δ3)** Μετά την κατάργηση της δύναμης  $F$  το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση εξαιτίας της τριβής. Από το 2<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμε:

$$-T = m \cdot a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

**Δ4)** Αν τη στιγμή που καταργείται η δύναμη  $F$  η ταχύτητα του κιβωτίου είναι ίση με  $v_1$ , τότε για την κίνηση που θα επακολουθήσει θα ισχύει ότι:

$$\Delta x_2 = x_{stop} = \frac{v_1^2}{2 \cdot |\alpha|} \Rightarrow v_1 = \sqrt{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Αυτό σημαίνει ότι η κινητική ενέργεια του κιβωτίου, τη στιγμή που παύει να δρα η δύναμη  $F$ , θα είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow K = 1000 \text{ J.}$$

### Θέμα 11688

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

### Θέμα 11689

Σχόλιο : Στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> η εκφώνηση αναφέρει δύο χρονικές στιγμές : τη στιγμή της συνάντησης ( $t = 20$  s) και τη χρονική στιγμή  $t_2 = 5$  s.

Επομένως, δεν είναι σαφές σε ποια χρονική στιγμή ζητά το πηλίκο των κινητικών ενεργειών  $\frac{K_{\Phi}}{K_M}$ .

Στην απάντησή του ο συγγραφέας υπολογίζει το πηλίκο  $\frac{K_{\Phi}}{K_M}$  τη χρονική στιγμή της συνάντησης ( $t = 20$  s) αγνοώντας τη χρονική στιγμή  $t_2 = 5$  s που αναφέρει η εκφώνηση.

Δ4) Ο ζητούμενος λόγος των κινητικών ενεργειών θα είναι:

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = \frac{\frac{1}{2}m_{\Phi}v_{\Phi}^2}{\frac{1}{2}m_M v_M^2}.$$

Όμως τη χρονική στιγμή  $t_2 = 20$  s η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας θα είναι:

$$v_M = a \cdot t = 40 \frac{m}{s},$$

οπότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών προκύπτει ίσος με

$$\frac{K_{\Phi}}{K_M} = 2,5 .$$

## Θέμα 11692

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης (που ταυτίζεται με αυτή του διαστήματος) έχουμε:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}.$$

**Δ2)** Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα (θετική φορά αυτή της κίνησης) θα έχουμε

$$F - T = m \cdot a.$$

Εκφράζουμε την τριβή ως

$$T = \mu \cdot N$$

Το σώμα ισορροπεί στον άξονα  $y$  (κατακόρυφο άξονα) συνεπώς έχουμε ότι:

$$\sum F = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = m \cdot g.$$

Εισάγοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις στην έκφραση του νόμου του Νεύτωνα λαμβάνουμε:

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (\mu \cdot g + a) \Rightarrow F = 24 \text{ N}.$$

**Δ3)** Το τρίτο δευτερόλεπτο ξεκινά τη χρονική στιγμή  $t_2 = 2 \text{ s}$  και ολοκληρώνεται την  $t_3 = 3 \text{ s}$ . Υπολογίζοντας τις θέσεις του κιβωτίου αυτές τις δύο χρονικές στιγμές και αφαιρώντας τις θα προσδιορίσουμε το ζητούμενο διάστημα που είναι ίσο με την μετατόπιση. Δηλαδή:

$$\Delta x = x_3 - x_2 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_3^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_2^2 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ m}.$$

**Δ4)** Τη χρονική στιγμή  $t = 4 \text{ s}$  που καταργείται η δύναμη  $F$  το κιβώτιο έχει ταχύτητα:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 16 \frac{m}{s}$$

όπου  $a$  η επιτάχυνση που προσδιορίσαμε στο ερώτημα (Δ1).

Από το θεώρημα έργου-ενέργειας μεταξύ της χρονικής στιγμής  $t = 4 \text{ s}$  και της στιγμής που το κιβώτιο ακινητοποιείται θα έχουμε:

$$0 - K = W_T \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = W_T \Rightarrow W_T = -512 \text{ J}.$$

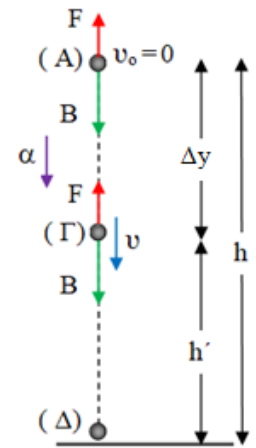
## Θέμα 11693

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, την απόσταση που διανύει και τις αποστάσεις του από το έδαφος.

2) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> χρησιμοποιεί τη σχέση  $\Delta U = -mgh$ . Αυτό είναι λάθος! Το ύψος  $h$  μετράται από το έδαφος.

Η σωστή σχέση είναι  $\Delta U = -mg(\Delta y)$ , όπου  $\Delta y$  η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος.



### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Εφαρμόζοντας το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το κιβώτιο που κατεβαίνει (θετική φορά προς τα κάτω) προκύπτει:

$$w - F = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot (g - a) \Rightarrow F = 450 \text{ N.}$$

**Δ2)** Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, ξεκινώντας από την ηρεμία, επομένως από την εξίσωση της μετατόπισης έχουμε:

$$\Delta y = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta y}{a}} \Rightarrow t = 2 \text{ s.}$$

Η ταχύτητα του κιβωτίου θα είναι λοιπόν:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Δ3)** Από τον ορισμό για το έργο σταθερής δύναμης θα έχουμε για το έργο της  $F$  κατά την μετατόπιση  $\Delta y = 8 \text{ m}$ :

$$W_F = F \cdot \Delta y \cdot \cos 180^\circ \Rightarrow W_F = -3600 \text{ J.}$$

Ομοίως, το έργο του βάρους για την ίδια μετατόπιση θα είναι:

$$W_w = w \cdot \Delta y \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow W_w = 4000 \text{ J.}$$

**Δ4)** Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας θα είναι  $Q$

$$\Delta U = U_{\text{τελική}} - U_{\text{αρχική}}$$

και θεωρώντας μηδενική την τελική δυναμική ενέργεια έχουμε:

$$\Delta U = -m \cdot g \cdot h = -1000 \text{ J.}$$

### Θέμα 11694

### Θέμα 11695

### Θέμα 11699

Σχόλιο για τα θέματα 11694, 11695, 11699 : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

### Θέμα 11696

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις δύο περιπτώσεις.

2) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει «Η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου της τριβής :  $W_T = T \cdot x = 160 \text{ J}$ ».

Αυτό είναι λάθος! Το έργο της τριβής είναι αρνητικό :  $W_T = - T \cdot x$ .

Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον είναι :  $Q_T = |W_T| = 160 \text{ J}$ .

#### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Το κιβώτιο εκτελεί **ευθύγραμμο** ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα ισχύει:

$$\Sigma F = m \cdot a \text{ δηλαδή } F - T = m \cdot a \quad (1)$$

$$\text{όπου } T = \mu \cdot N \text{ ή } T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 20 \text{ N}$$

Αντικαθιστούμε στην (1)

$$F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \text{ και } a = \frac{F - T}{m} \quad \text{ή} \quad a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Δ2)** Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  είναι  $W_F = F \cdot x$  όπου  $x$  η μετατόπιση για το χρονικό διάστημα  $t_0 = 0 \text{ s}$  έως  $t_1 = 4 \text{ s}$ :

$$x = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{ή} \quad x = 8 \text{ m}$$

$$W_F = F \cdot x \quad \text{ή} \quad W_F = 240 \text{ J}$$

**Δ3)** Η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου τριβής:

$$W_T = T \cdot x = 160 \text{ J}$$

## Θέμα 11697

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

2) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει : «Διάγραμμα μέτρου ταχύτητας συναρτήσε του χρόνου σε  $\Delta t = 4$  s, βάσει της σχέσης  $v = a t$ ». Η σχέση  $v = a t$  ισχύει μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s και όχι για  $\Delta t = 4$  s.

Επίσης, στις ανισοτικές σχέσεις δεν χρησιμοποιεί το ίσον (=) :  $0 \leq t \leq t_1$  (όχι  $0 < t < t_1$ ),  $t_1 \leq t \leq t_2$  (όχι  $t_1 < t < t_2$ ).

### Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Ο υπολογισμός της τριβής  $T$  προκύπτει από την ισορροπία των δυνάμεων ως προς τον άξονα  $y$ :

$$\Sigma F_y = 0 \text{ ή } B - N = 0, \text{ και } B = N \text{ και το νόμο της τριβής, άρα } T = N \mu = B \mu = \mu m g \quad T = 200 \text{ N}$$

**Δ2)** Επειδή οι δύο δυνάμεις είναι σταθερές, οριζόντιες και της ίδιας κατεύθυνσης ισχύει:

$$\Sigma F = ma \text{ όπου } (F_{\Pi} + F_M) - T = ma \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$$\alpha = \frac{F_{\Pi} + F_M - T}{m} \text{ ή } \alpha = 1 \frac{m}{s^2}$$

Η χρονική στιγμή  $t_1$  υπολογίζεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

Άρα

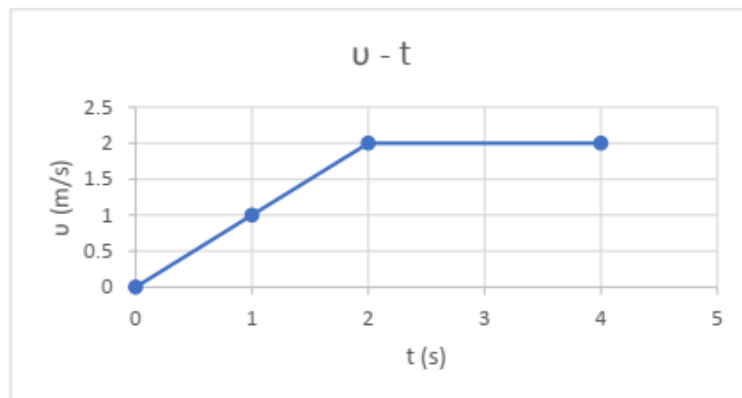
$$t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{a}} = 2 \text{ s}$$

**Δ3)** Διάγραμμα του μέτρου ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσε του χρόνου σε  $\Delta t = 4$  s, βάσει της σχέσης:

$$v = a \cdot t \text{ για } 0 < t < t_1 \text{ με } v_1 = a \cdot t_1 \text{ ή } v_1 = 2 \frac{m}{s}.$$

Για  $t_1 < t < t_2$  ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \text{ οπότε } v = \text{σταθ.} \text{ ή } v = 2 \frac{m}{s}.$$



### Θέμα 11698

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, τις επιταχύνσεις, τις ταχύτητες και τις αποστάσεις που διανύει.

2) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο για διαφορετικές χρονικές στιγμές και διαφορετικά σύμβολα για την ίδια χρονική στιγμή.

Επίσης γράφει λάθος σχέση υπολογισμού του μέτρου της επιτάχυνσης στο 2ο χρονικό διάστημα.

Η σωστή σχέση είναι  $\alpha_2 = \frac{F_2}{m}$ .

3) στο διάγραμμα α - t τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s έχει σχεδιάσει το κατακόρυφο τμήμα με συνεχή γραμμή. Αυτό σημαίνει ότι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 2$  s το μέτρο της επιτάχυνσης έχει άπειρες τιμές!

4) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> γράφει λάθος σύμβολο για την επιτάχυνση στην εξίσωση της ταχύτητας για το 2ο χρονικό διάστημα και υπολογίζει την ταχύτητα  $v_2 = 6$  m/s !

5) για τη μέση ταχύτητα χρησιμοποιεί τη σχέση  $v_{\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  (μέση διανυσματική ταχύτητα) ενώ το σχολικό βιβλίο γράφει τη σχέση  $v_{\mu} = \frac{s}{t}$  (μέση αριθμητική ταχύτητα).

#### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Το κιβώτιο κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο, εφαρμόζονται οριζόντιες δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  και ισχύει ο 2<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα:

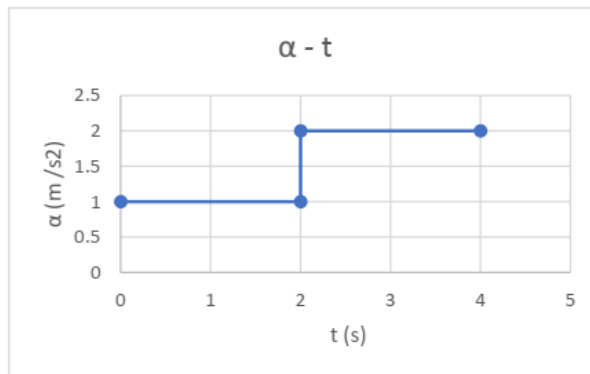
$$\Sigma F = m \cdot a$$

Για το χρονικό διάστημα  $\Delta t = 2$  s, (από  $t_0 = 0$  s έως  $t_2 = 2$  s):

$$\alpha_1 = \frac{F_1}{m}, \text{ δηλαδή } \alpha_1 = 1 \frac{m}{s^2}.$$

Για το χρονικό διάστημα  $\Delta t = 2$  s, (από  $t_0 = 2$  s έως  $t_2 = 4$  s):

$$\alpha_2 = \frac{F_1 + F_2}{m}, \text{ δηλαδή } \alpha_2 = 2 \frac{m}{s^2}.$$



Δ2) Η θέση  $x_1$  όπου καταργήθηκε η δύναμη  $\vec{F}_1$  για  $t_1 = 2$  s δίνεται από τη σχέση:

$$x_1 = \frac{1}{2} \alpha \cdot t_1^2 \text{ δηλαδή } x_1 = 2 \text{ m}$$

Δ3) Η ταχύτητα  $v_2$  για  $t_2 = 4$  s υπολογίζεται από τη σχέση:

$$v = v_0 + \alpha_1 \Delta t$$

όπου  $\Delta t = 2$  s, και  $v_0 = \alpha_1 \Delta t = 2$  m/s άρα  $v_2 = 2 + 2 \cdot 2$  ή  $v_2 = 6$  m/s

Η κινητική ενέργεια του κιβωτίου την χρονική στιγμή  $t_2 = 4$  s είναι:

$$K_{t_2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 \text{ δηλαδή } K_{t_2} = 360 \text{ J}$$

Δ4) Ο υπολογισμός της μέσης ταχύτητας του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα  $t_0 = 0$  s έως  $t_2 = 4$  s

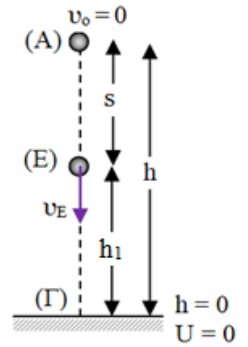
Η μέση ταχύτητα είναι:

$$v_{\mu} = \frac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t_{ολ}} \quad \text{ή} \quad v_{\mu} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_{ολ}} \quad (1) \quad \Delta t_{ολ} = 4 \text{ s}$$

**Θέμα 11701**

Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.
  - 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
    - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις του σώματος και τις αποστάσεις που διανύει.
    - β) δεν ορίζει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.
    - γ) στο ερώτημα Δ<sub>2</sub> καταλήγει στη σχέση  $v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$ , ενώ η σωστή σχέση είναι  $v = \sqrt{2gh_1}$ .
    - δ) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> υπολογίζει το χρόνο  $t_E$  χρησιμοποιώντας σαν απόσταση το  $h_1$ . Αυτό είναι λάθος!
- Η απόσταση που διανύει το σώμα μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_E$  είναι :  $s = h - h_1$ .



Ενδεικτική Λύση

**Δ1)** Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (Α.Δ.Μ.Ε.), από την αρχική θέση, όπου  $U = m \cdot g \cdot h$ , μέχρι τη στιγμή που  $U = K$  (1), στο ύψος  $h_1$ .

Ισχύει:

$$U + K = E,$$

και από τη σχέση (1) προκύπτει

$$2U = E \text{ ή } 2 m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot h \text{ και } h_1 = 5 \text{ m}$$

**Δ2)** Εφόσον

$$U = K \quad (2)$$

$$m \cdot g \cdot h_1 = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 \text{ ή } v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$$

άρα το μέτρο της ταχύτητας είναι:

$$v_1 = 10 \frac{m}{s}.$$

**Δ3)** Εφόσον  $t_{ολικό}$  είναι το συνολικό διάστημα που φτάνει το σφαιρίδιο στο έδαφος, στο ύψος  $h = 10 \text{ m}$ , και  $t_E$  το χρονικό διάστημα μέχρι  $U = K$ , στο ύψος  $h_1 = 5 \text{ m}$ , ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{ολικό}^2 \quad (3)$$

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_E^2 \quad (4)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (3) και (4)

$$\frac{h}{h_1} = \frac{t_{ολικό}^2}{t_E^2} \text{ ή } \frac{t_{ολικό}}{t_E} = \sqrt{2}$$



## Θέμα 11702

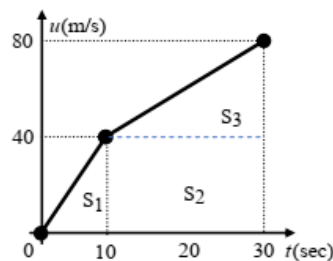
### Σχόλια

- 1) Στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> δεν είναι σαφές αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή για τη συνολική χρονική διάρκεια.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) στο ερώτημα Δ<sub>1</sub> συμβολίζει τη μετατόπιση με S, ενώ με S συμβολίζεται το διάστημα.
  - β) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> συμβολίζει με x (αντί για Δx<sub>2</sub>) τη μετατόπιση από t<sub>1</sub> = 10 s έως t<sub>2</sub> = 30 s και για τον υπολογισμό της χρησιμοποιεί λάθος σχέση και λάθος δείκτες! Η σωστή σχέση είναι :

$$\Delta x_2 = v_1(\Delta t_2) + \frac{1}{2} \alpha_2(\Delta t_2)^2, \quad \text{με } v_1 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \alpha_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{και } \Delta t_2 = 20 \text{s}.$$

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0 s – 30 s υπολογίζεται από το εμβαδόν του διαγράμματος:



$$S_{ολ} = S_1 + S_2 + S_3 \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = \frac{1}{2} 40 \cdot 10 + \frac{40 + 80}{2} \cdot 20 \quad \text{ή} \quad S_{ολ} = 1400 \text{ m}$$

Δ3) Το έργο υπολογίζεται:

$$W_{0s-10s} = F_1 \cdot x_{0s-10s},$$

όπου

$$x_{0s-10s} = \frac{1}{2} a_1 \cdot (0 - 10)^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad x_{0s-10s} = 200 \text{ m}$$

$W_{10s-30s} = F_1 x_{10-30}$ , όπου

$$x_{10s-30s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2(30 - 10)^2 \quad \text{ή}$$

$$x_{10s-30s} = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a_2 \cdot 20^2 \quad (SI)$$

Όπου

$$v_0 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{από το διάγραμμα } v - t.$$

$$x_{0s-10s} = x_0 + \frac{1}{2} a_2 \cdot (30 - 10)^2 \quad (SI) \quad \text{ή} \quad x_{0s-10s} = 40 \cdot 20 + \frac{1}{2} 40 \cdot 20^2 \text{ m} \quad \text{ή}$$

$$x_{0s-10s} = 1200 \text{ m}$$

άρα

$$W_{0s-10s} = 80 \cdot 200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{0s-10s} = 16000 \text{ J}$$

$$W_{10s-30s} = 40 \cdot 1200 \text{ J} \quad \text{ή} \quad W_{10s-30s} = 48000 \text{ J}$$

## Θέμα 11703

### Σχόλια :

1) Στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> δεν είναι σαφές αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή για τη συνολική χρονική διάρκεια.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ<sub>3</sub>

α) τη μετατόπιση από  $t_1 = 10 \text{ s}$  έως  $t_2 = 30 \text{ s}$  τη συμβολίζει  $x$ , ενώ τη χρονική στιγμή  $t_1$  το σώμα βρίσκεται στη θέση  $x_1$  ( $x_1 \neq 0$ ).

Η μετατόπιση στο χρονικό διάστημα  $\Delta t_2 = t_2 - t_1$  είναι  $\Delta x_2 = x_2 - x_1$ .

β) την κίνηση στο χρονικό διάστημα από  $t_1 = 10 \text{ s}$  έως  $t_2 = 30 \text{ s}$  τη θεωρεί ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα και χρησιμοποιεί λάθος σχέση για τον υπολογισμό της μετατόπισης!

Η κίνηση είναι ομαλά **επιβραδυνόμενη** με αρχική ταχύτητα  $v_1 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και επιτάχυνση  $\alpha_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ .

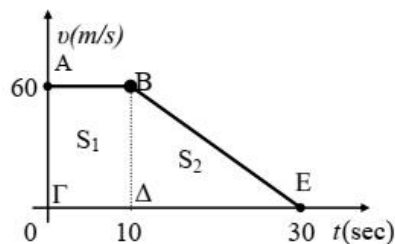
Η σωστή σχέση είναι  $\Delta x_2 = v_1(\Delta t_2) + \frac{1}{2}\alpha_2(\Delta t_2)^2$ , με  $\Delta t_2 = 20 \text{ s}$ .

### Ενδεικτική Λύση

Δ1) Από τη γραφική παράσταση  $v - t$ , υπολογίζουμε το εμβαδόν  $S_1$  του τετραγώνου

(ΑΒΓΔ) και το εμβαδόν  $S_2$  του τριγώνου (ΒΔΕ):

$$\Delta x_{\text{ολ}} = S_1 + S_2 \text{ ή } \Delta x_{\text{ολ}} = 60 \cdot 10 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 60 \text{ m} \text{ ή } \Delta x_{\text{ολ}} = 1200 \text{ m}$$



Δ2) Για τον υπολογισμό των τιμών του πίνακα:

Για το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$ :

$$\alpha_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad F_1 = 0 \text{ N}$$

Για το χρονικό διάστημα  $10 \text{ s} - 30 \text{ s}$ :

$$\alpha_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} \text{ ή } \alpha_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad F_2 = m \cdot a \text{ ή } F_2 = -6 \text{ N}$$

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	0
10-30	-6

Δ3) Για τον υπολογισμό του έργου:

$$W_{0-10\text{s}} = F_1 \cdot x_{0-10\text{s}} \text{ ή } W_{0-10\text{s}} = 0 \text{ J}$$

$$W_{10-30} = F_2 \cdot x_{10-30}$$

όπου

$$x_{10-30} = \frac{1}{2} a_2 \cdot \Delta t_{30-10}^2 \text{ ή } x_{10-30} = 600 \text{ m}, \quad W_{10-30} = -3600 \text{ J}$$

άρα

$$W_{\text{ολ}} = 0 \text{ J} - 3600 \text{ J} \text{ ή } W_{\text{ολ}} = -3600 \text{ J}$$

**Θέμα 11705**

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.
- 2) στο διάγραμμα  $a - t$  έχει σχεδιάσει το κατακόρυφο τμήμα με συνεχή γραμμή.  
Αυτό σημαίνει ότι τη στιγμή  $t_1 = 10$  s η επιτάχυνση έχει άπειρες τιμές!
- 3) για τη στιγμιαία ταχύτητα τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 10$  s και  $t_2 = 20$  s χρησιμοποιεί λάθος συμβολισμούς :  $v_{0s-10s}$ ,  $v_{10s-20s}$  !  
Οι συμβολισμοί αυτοί αντιστοιχούν στις μέσες ταχύτητες για τις αντίστοιχες χρονικές διάρκειες.

Ενδεικτική Λύση

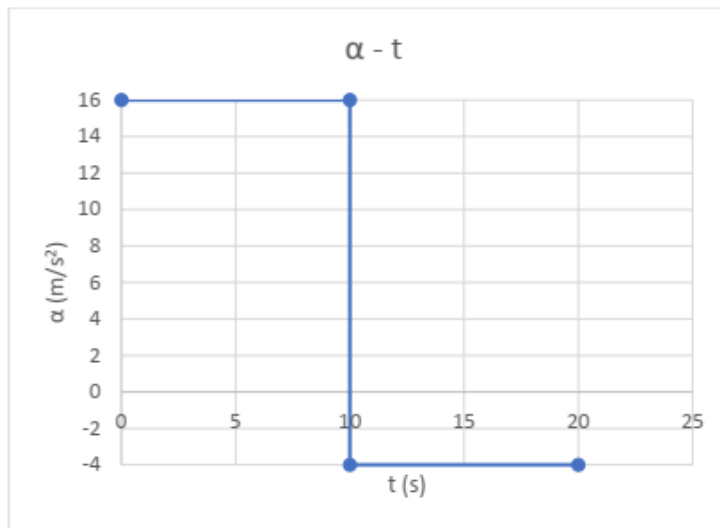
**Δ1) Σχεδίαση  $a - t$  για  $0 - 20$  s**

$$\Sigma F = m \cdot a$$

$$F - T = m \cdot a \quad \text{όπου } T = \mu \cdot N \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot B \quad \text{ή} \quad T = \mu \cdot m \cdot g \quad \text{ή} \quad T = 8 \text{ N}$$

$$\text{Για } \Delta t_1 = 10s - 0s \quad \text{ή} \quad \Delta t_1 = 10 \text{ s}, \quad a_{0s-10s} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{0s-10s} = \frac{40-8}{2} \frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad a_{0s-10s} = 16 \frac{m}{s^2}$$

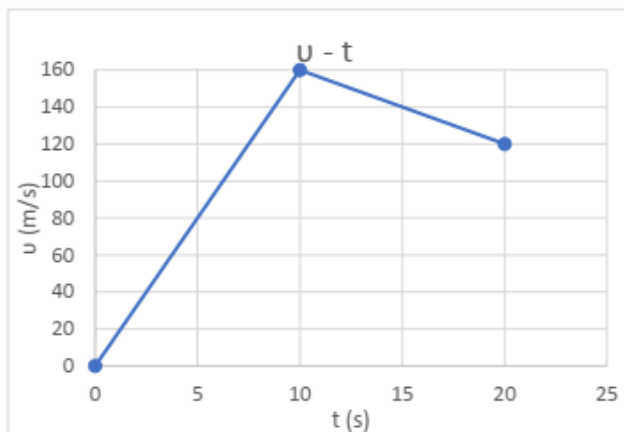
$$\text{Για } \Delta t_2 = 20s - 10s \quad \text{ή} \quad \Delta t_2 = 10 \text{ s}, \quad a_{20s-10s} = \frac{F-T}{m} \quad \text{ή} \quad a_{20s-10s} = \frac{0-8}{2} \frac{m}{s^2} \quad \text{ή} \quad a_{20s-10s} = -4 \frac{m}{s^2}$$



**Δ2) Διάγραμμα  $v - t$**

$$v_{0s-10s} = a_{0s-10s} \cdot \Delta t_1 \quad \text{ή} \quad v_{0s-10s} = 160 \frac{m}{s}$$

$$v_{20s-10s} = v_{0s-10s} - a_{20s-10s} \cdot \Delta t_2 \quad \text{ή} \quad v_{20s-10s} = 120 \frac{m}{s}$$



$t = 0s$	$v = 0 \frac{m}{s}$
$t = 10s$	$v = 160 \frac{m}{s}$
$t = 20s$	$v = 120 \frac{m}{s}$

## Θέμα 11706

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις χαρακτηριστικές θέσεις της τροχιάς.

2) στο ερώτημα Δ<sub>3</sub> υπολογίζει το ύψος  $h_1$  που βρίσκεται η σφαίρα και εφαρμόζει τη σχέση  $W = mgh_1$  για να υπολογίσει το έργο του βάρους από τη στιγμή που αφήθηκε από ύψος  $h$  μέχρι το ύψος  $h_1$ .

Αυτό είναι λάθος!

Το έργο του βάρους είναι  $W_B = mg(h - h_1) = 6250 \text{ J}$ .

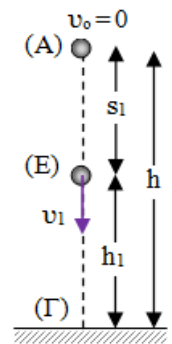
3) στην εναλλακτική λύση στο ερώτημα Δ<sub>3</sub>, γράφει τη σχέση :  $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ . Αυτό είναι

λάθος! Το σωστό είναι :  $s_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$ , όπου  $s_1 = 125 \text{ m}$  το διάστημα που διάνυσε η

σφαίρα μέχρι τη στιγμή  $t_1$ .

Το έργο του βάρους είναι :  $W_B = mgs_1$ .

4) στο ερώτημα Δ<sub>4</sub> γράφει το αρχικό ύψος  $h = 360 \text{ m}$ , ενώ το σωστό είναι  $h = 180 \text{ m}$ .



Δ3) Από την εφαρμογή της Α.Δ.Μ.Ε. για ύψος  $h_1$  όπου  $K = 6250 \text{ J}$

$$K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{h_1} + U_{h_1}$$

$$0 + m \cdot g \cdot h = K + m \cdot g \cdot h_1$$

$$h_1 = 55 \text{ m}$$

Επομένως το έργο του βάρους είναι:

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \text{ J}$$

Εναλλακτική λύση:

Από

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad \text{ή} \quad K = \frac{1}{2} m \cdot g^2 \cdot t_1^2,$$

και αφού υπολογισθεί το  $t_1$

και από τη σχέση:

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \text{ή} \quad h_1 = 125 \text{ m}$$

υπολογίζουμε το

$$W = m \cdot g \cdot h_1 \quad \text{ή} \quad W = 6250 \text{ J}$$

Δ4) Η χρονική διάρκεια της ελεύθερης πτώσης

$$h = \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2 \quad \text{όπου} \quad h = 360 \text{ m}$$

$$\Delta t = 6 \text{ s}$$

Ο μέσος ρυθμός παραγωγής έργου του βάρους του σώματος από την αρχή μέχρι να φτάσει στο έδαφος, για  $\Delta t = 6 \text{ s}$ :

Ρυθμός παραγωγής:

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} \quad \text{ή} \quad P = 1500 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

## Θέμα 11933

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι διαδοχικές θέσεις των κουκίδων στις δύο χαρτοταινίες αντιστοιχούν σε ίσα χρονικά διαστήματα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί τα είδη των κινήσεων (ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη) στα ερωτήματα  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ .

### ΘΕΜΑ Δ

#### Δ.1.

Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0}, F_1 = T, F_1 = \mu_{ολ.} \cdot N, \mu_{ολ.} = \frac{F_1}{N}, \mu_{ολ.} = 0,5 \text{ (Μονάδες 2).}$$

Μονάδες 5

#### Δ2.

##### Δ.2.1.

Από την χαρτοταινία, διαπιστώνουμε ότι το σημειακό αντικείμενο δεν κινείται με σταθερή ταχύτητα. Από τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}, F_2 - T_{ολ.} = m \cdot a, F_2 = m \cdot a + T_{ολ.}$  (1) (Μονάδες 2). Το μέτρο της μετατόπισης του σώματος, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ , δίνεται από τη σχέση:  $\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2, a = \frac{2 \cdot \Delta x_1}{t_1^2}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  (Μονάδες 2). Από τη σχέση (1):  $F_2 = 7 \text{ N}$  (Μονάδα 1).

Μονάδες 10

## Θέμα 12989

## Θέμα 12990

### Σχόλια για τα θέματα 12989, 12990 :

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, επομένως το ερώτημα  $\Delta_2$  είναι εκτός ύλης.
- 2) Η διατύπωση «η θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον» δεν είναι ακριβής. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «η θερμική ενέργεια που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον μέσω του έργου της τριβής».

## Θέμα 12991

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση λέει ότι το δάπεδο είναι «ακλόνητο», ενώ μπορεί να περιστρέφεται!
- 2) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, επομένως το ερώτημα 4.2 είναι εκτός ύλης.
- 3) Η διατύπωση «το σώμα, μετά από ελάχιστη ώθηση, αρχίζει να ολισθαίνει» είναι ασαφής.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 γράφει σωστά τη σχέση για τον υπολογισμό της απόστασης (AB) ( $\eta\mu\varphi_0 = \frac{h_0}{(AB)}$ ,  $\varphi_0 = 30^\circ$ ) αλλά στη συνέχεια χρησιμοποιεί το  $\eta\mu\varphi$  ( $\varphi = 45^\circ$ ) και

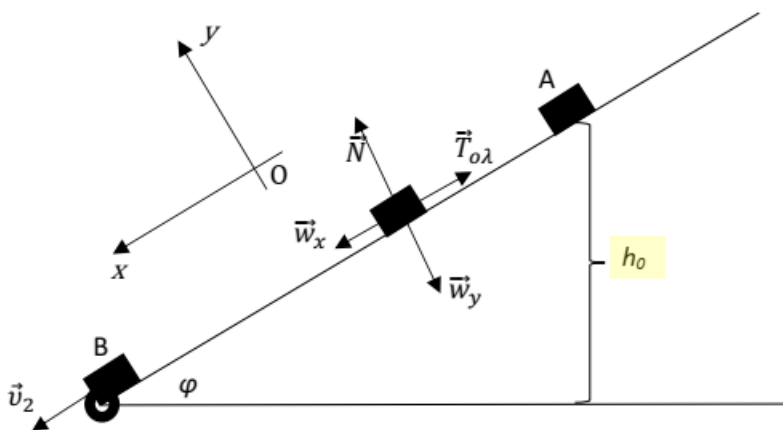
υπολογίζει λάθος την απόσταση (AB), με αποτέλεσμα λάθος υπολογισμό του μέτρου της ταχύτητας στη βάση B του επιπέδου!

Ο συγγραφέας θεωρεί ότι το ύψος του σημείου A από τη βάση είναι σταθερό και ίσο με  $h_0$ .

Αυτό είναι λάθος!

**Όταν αυξάνεται η κλίση του επιπέδου, το ύψος αυξάνεται ( $h > h_0$ ) ενώ η απόσταση (AB) παραμένει σταθερή.**

4.3.



Ισχύει:  $\eta\mu\varphi_0 = \frac{h_0}{(AB)}$ ,  $(AB) = \frac{h_0}{\eta\mu\varphi}$ ,  $(AB) = 20 \cdot \sqrt{2}$  m. (Μονάδες 2) Από τον

νόμο της τριβής ολίσθησης:  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N = \mu_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2}$  N.

(Μονάδες 2)

Από τον Θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής:

$\sum \vec{F}_x = m \cdot a$ ,  $w_x - T_{ολ} = m \cdot a$ ,  $a = \frac{w_x - T_{ολ}}{m}$ ,  $a = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{2} \frac{m}{s^2}$ . (Μονάδες 3)

Ισχύει:  $(AB) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ ,  $t = \sqrt{\frac{2 \cdot (AB)}{a}}$ ,  $t = 4$  s (Μονάδα 1) και

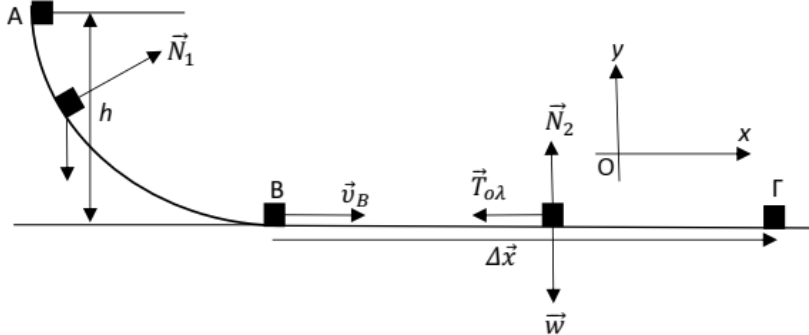
$v_2 = a \cdot t$ ,  $v_2 = 10 \cdot \sqrt{2} \frac{m}{s}$ . (Μονάδα 1)

**Μονάδες 9**

**Θέμα 12992**

Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει στο ερώτημα Δ2 αν ζητείται η διανυσματική μεταβολή της ταχύτητας, η αλγεβρική μεταβολή της ταχύτητας ή το μέτρο της μεταβολής της ταχύτητας.  
 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα Δ1.2 εφαρμόζει το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ) και το ονομάζει «αρχή διατήρησης της ενέργειας».



**Δ1.**

**Δ1.1.** Το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου είναι λείο και **το έργο της δύναμης**  $\vec{N}_1$  είναι μηδέν **το έργο της δύναμης**, επειδή κάθε χρονική στιγμή είναι κάθετη στη στοιχειώδη μετατόπιση. Συνεπώς η μηχανική ενέργεια του σώματος, κατά την κίνησή του σ' αυτό το τμήμα του διαδρόμου, παραμένει σταθερή. Έτσι:

$$E_A = E_B, K_A + U_A = K_B + U_B, m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2, v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h},$$

$$v_B = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Μονάδες 6**

**Δ1.2.** Κατά την κίνηση του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου, στον άξονα Ογ, από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton, ισχύει:  $\sum \vec{F}_y = \vec{0}, N_2 = w, N_2 = m \cdot g$  [1]. (Μονάδες 1) Από τον νόμο της τριβής ολίσθησης:  $T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot N, T_{ολ} = \mu_{ολ} \cdot m \cdot g$  [2]. (Μονάδες 1) Από **την αρχή διατήρησης της ενέργειας**, για την κίνηση του σώματος από το σημείο Β έως το Γ και λαμβάνοντας υπόψη τις εξισώσεις [1] και [2], προκύπτει:

$$\Delta K = W_{\vec{T}_{ολ}}, K_{\Gamma} - K_B = -T_{ολ} \cdot \Delta x, -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_B^2 = -\mu_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot \Delta x,$$

$$\Delta x = \frac{v_B^2}{2 \cdot \mu_{ολ} \cdot g}, \Delta x = 10 \text{ m. (Μονάδες 4)}$$

**Μονάδες 6**

**Δ1.3.** Κατά την κίνηση του σώματος στο ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου:  
 $\alpha = \frac{\sum F_x}{m} = -\frac{\mu_{ολ} \cdot m \cdot g}{m} = -\mu_{ολ} \cdot g = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . (Μονάδες 3) Από την εξίσωση της ταχύτητας:  $v_{\Gamma} = v_B + \alpha \cdot \Delta t, \Delta t = \frac{v_{\Gamma} - v_B}{\alpha}, \Delta t = 2 \text{ s. (Μονάδες 3)}$

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Για το καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:  $\Delta \vec{v}_1 = \vec{v}_B - \vec{v}_A = \vec{v}_B$ . (Μονάδες 3)  
 Για το ευθύγραμμο τμήμα του διαδρόμου ισχύει:  $\Delta \vec{v}_2 = \vec{v}_{\Gamma} - \vec{v}_B = -\vec{v}_B$ . (Μονάδες 3)  
 Έτσι:  $\Delta \vec{v}_1 = -\Delta \vec{v}_2$ . (Μονάδα 1)

**Μονάδες 7**

## Θέμα 12993

### Σχόλια :

1) Η άσκηση έχει υπερβολικά πολλά (7) ερωτήματα και δεν είναι δυνατό να απαντηθεί από τους μαθητές στη χρονική διάρκεια της εξέτασης.

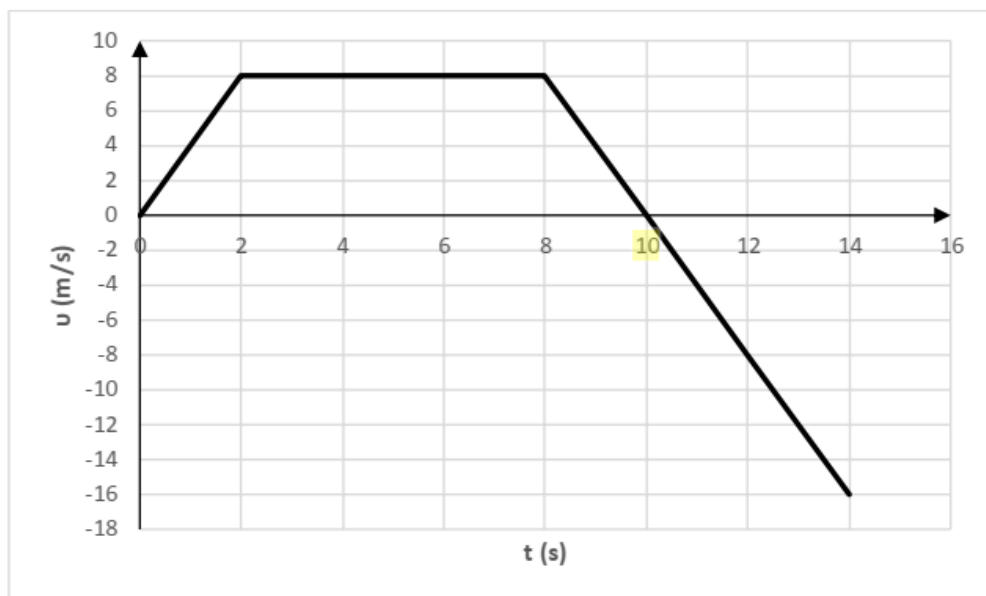
2) Στο ερώτημα Δ.2.2 ζητείται το διάγραμμα  $x - t$  σε συνδυασμό επιταχυνόμενης – ομαλής – επιβραδυνόμενης – επιταχυνόμενης κίνησης προς την αρνητική φορά, πράγμα ιδιαίτερα δύσκολο για τους μαθητές.

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί ότι τη χρονική στιγμή  $t_2' = 10$  s μηδενίζεται η ταχύτητα και στη συνέχεια το σώμα εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση προς την αρνητική φορά, ούτε εξηγεί πως προέκυψε η τιμή  $x_{\max} = 64$  m στο διάγραμμα  $x - t$ .

Επίσης, το διάγραμμα  $x - t$  στη χρονική διάρκεια  $0 - 2$  s δεν έχει σχεδιαστεί σωστά. Το διάγραμμα είναι παραβολή με κορυφή την αρχή των αξόνων, έτσι ώστε ο άξονας  $t$  να εφάπτεται στην παραβολή για  $t = 0$  (αφού  $v_0 = 0$ ).

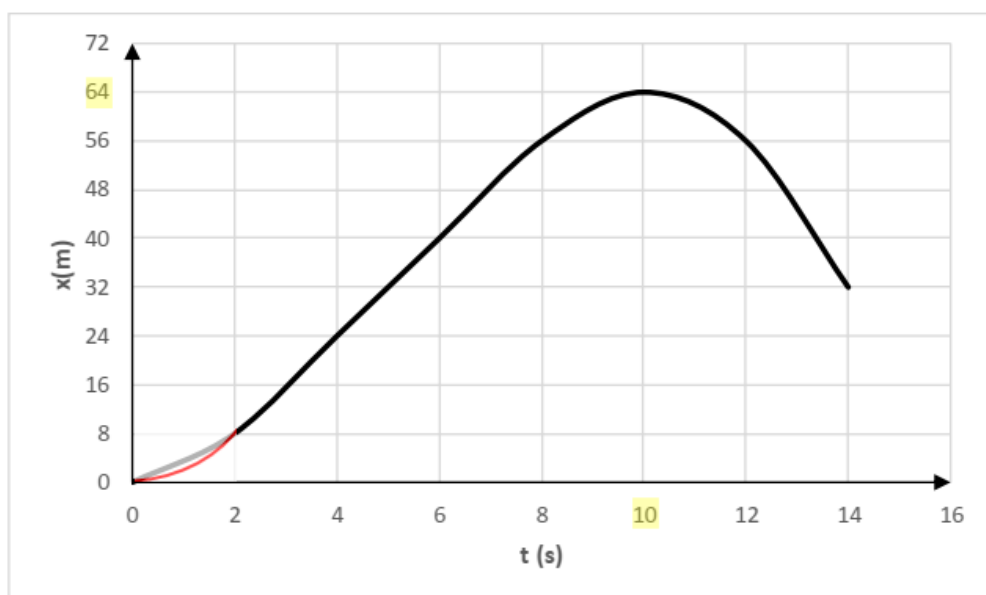
**Δ2.**

**Δ2.1.**



**Μονάδες 4**

**Δ2.2. θέσης- χρόνου ( $x - t$ )**





## Θέμα 13642

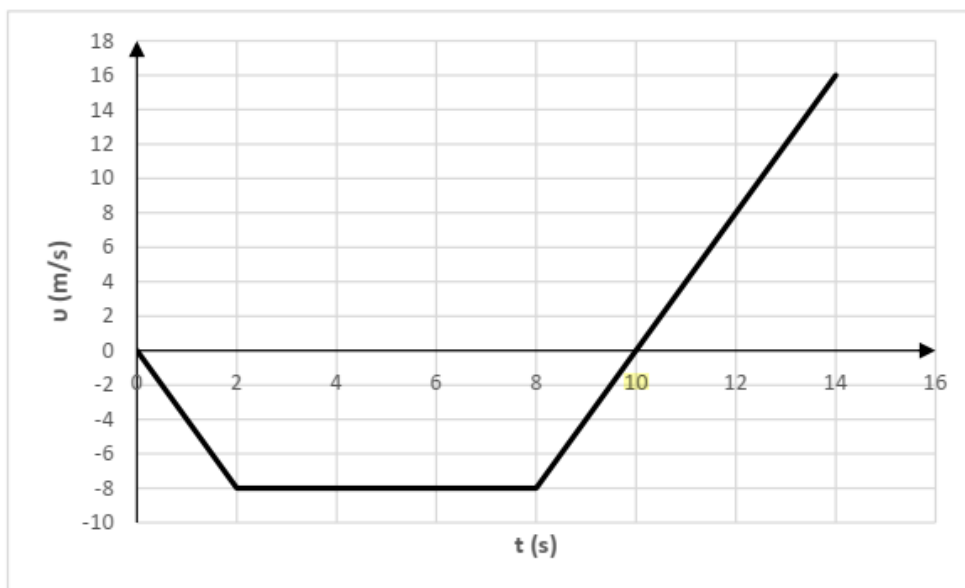
### Σχόλια :

1) Στο ερώτημα Δ.2.2 ζητείται το διάγραμμα  $x - t$  σε συνδυασμό επιταχυνόμενης – ομαλής – επιβραδυνόμενης – επιταχυνόμενης κίνησης με αλλαγή φοράς κίνησης, πράγμα ιδιαίτερα δύσκολο για τους μαθητές.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί ότι τη χρονική στιγμή  $t_2' = 10$  s μηδενίζεται η ταχύτητα και στη συνέχεια το σώμα εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση προς τη θετική φορά, ούτε εξηγεί πως προέκυψε η τιμή  $x_{\max} = -64$  m στο διάγραμμα  $x - t$ .

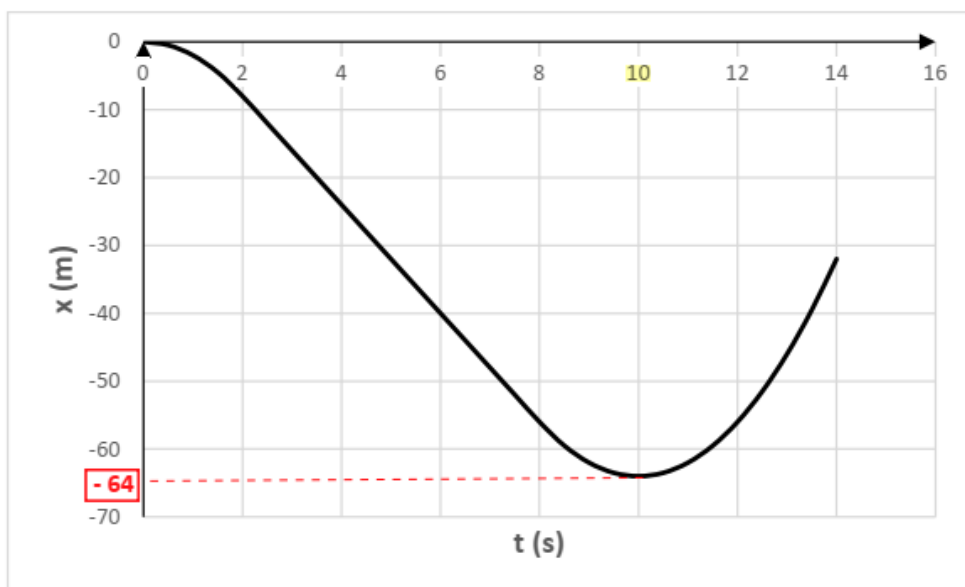
4.2.

A.



Μονάδες 5

B. Θέσης – χρόνου ( $x - t$ )

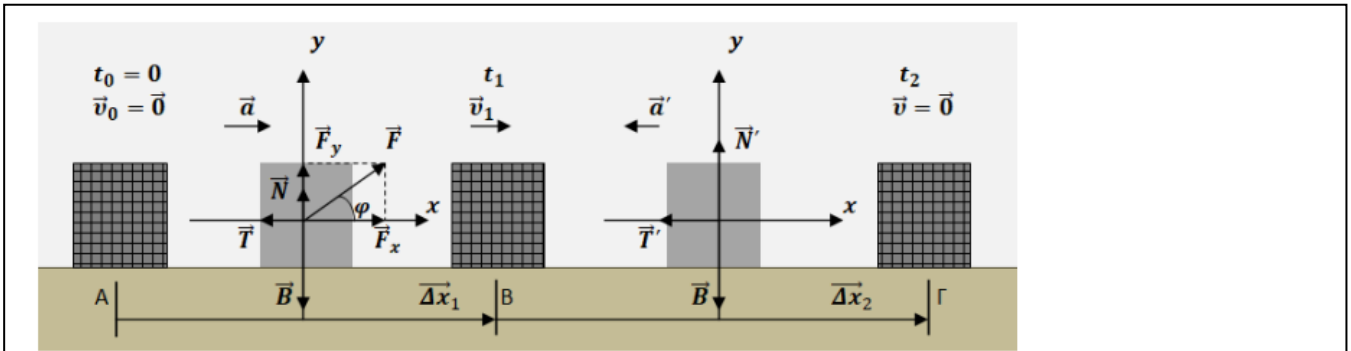


Μονάδες 5

**Θέμα 13480**

Σχόλιο :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.1, για να αποδείξει ότι ο κύβος ξεκινά τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  συγκρίνει την  $F_x$  με την τριβή ολίσθησης  $T$ , ενώ έπρεπε να την συγκρίνει με τη οριακή στατική τριβή  $T_{op}$ .



**4.1.** Το βάρος του κύβου έχει μέτρο  $B = m \cdot g = 20 \text{ N}$

Κίνηση του κύβου από τη στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$

Θεωρούμε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, με οριζόντιο άξονα  $x'$  και κατακόρυφο άξονα  $y'$ , σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο και αναλύουμε τη δύναμη του ανθρώπου  $\vec{F}$  σε οριζόντια συνιστώσα  $\vec{F}_x$  και κατακόρυφη συνιστώσα  $\vec{F}_y$ , για τα μέτρα των οποίων ισχύουν:

$F_x = F \cdot \sin\varphi = 16 \text{ N}$  και  $F_y = F \cdot \eta\mu\varphi = 12 \text{ N}$

Επειδή προέκυψε  $F_y < B$ , ο κύβος δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο.

Στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε ισορροπία δυνάμεων. Άρα ισχύει:

$\Sigma F_y = 0$ , δηλαδή  $N + F_y - B = 0$  και τελικά  $N = B - F_y = 8 \text{ N}$

Υπολογίζουμε τώρα το μέτρο της τριβής ολίσθησης  $T = \mu \cdot N = 4 \text{ N}$

Επειδή προέκυψε  $F_x > T$ , συμπεραίνουμε ότι ο κύβος τη στιγμή  $t_0 = 0$  αρχίζει να κινείται.

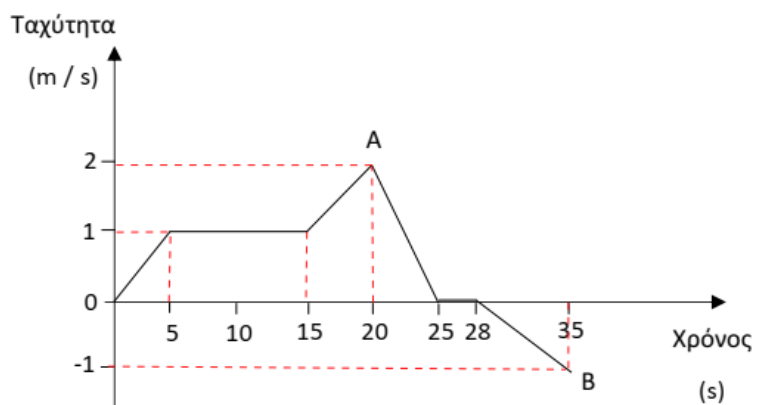
**Θέμα 12355**

Ο Αλέξανδρος μετά από πολύ καιρό επιστρέφει στο κολυμβητήριο για προπόνηση.

Αρχίζει να κάνει διαδρομές στην μήκους 25 μέτρων πισίνα της ομάδας του. Παράλληλα, ο προπονητής του καταγράφει τη διαδρομή του μέσα από το «έξυπνο» ρολόι που φοράει ο Αλέξανδρος. Μετά από ένα χρονικό διάστημα, μια εφαρμογή σχεδιάζει το πιο κάτω διάγραμμα που περιγράφει την τιμή της ταχύτητας του κολυμβητή σε συνάρτηση με το χρόνο για το δεδομένο χρονικό διάστημα. Με βάση το διάγραμμα αυτό ο προπονητής προσπαθεί να βγάλει συμπεράσματα για τη φυσική κατάσταση του κολυμβητή.

Αν η μάζα του Αλέξανδρου είναι  $m = 70 \text{ kg}$ , να υπολογίσετε :

**4.1)** Το διάστημα που έχει διανύσει ο κολυμβητής από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 20 \text{ s}$ ) μετά την εκκίνηση του (σημείο Α).



4.2) Σχεδιάστε το αντίστοιχο διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 35\text{s}$ ).

4.3) Τη μέση ταχύτητα του κολυμβητή καθώς και τη μετατόπισή του από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 35\text{ s}$ ).

4.4) Αν, για λόγους απλότητας, η αντίσταση του νερού στο σώμα του κολυμβητή θεωρηθεί διαρκώς σταθερή σε μέτρο και ίση με  $28\text{ N}$ , να υπολογίσετε το έργο που παράγει ο κολυμβητής σε όλη τη διαδρομή από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης ( $t = 0$ ), έως τη χρονική στιγμή ( $t = 35\text{ s}$ ).

(Μονάδες 6+6+6+7)

Σχόλια :

1) το διάγραμμα  $v - t$  δεν έχει σχεδιαστεί με ακρίβεια.

π.χ. τη χρονική στιγμή  $t_3 = 20\text{ s}$  η τιμή της ταχύτητας είναι (περίπου)  $1,95\text{ m/s}$  και όχι  $2\text{ m/s}$ .

2) Η άσκηση είναι πολύπλοκη (έχει 6 χρονικά διαστήματα με διαφορετικά είδη κινήσεων, απαιτεί πολλούς υπολογισμούς ) και δεν ενδείκνυται για θέμα εξετάσεων.

### Θέμα 13581

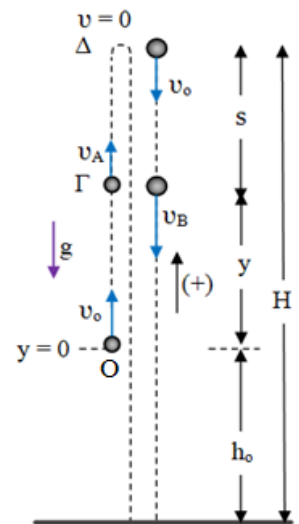
Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα στις αρχικές θέσεις και τη στιγμή τις συνάντησης, τις ταχύτητές τους, τις μετατοπίσεις και τις αποστάσεις από το έδαφος.

2) στο ερώτημα 4.2 (στον α' τρόπο λύσης) χρησιμοποιεί λάθος απόσταση για το σώμα B.

Η απόσταση που διανύει το B στο χρόνο  $t_K$  είναι  $s = H - h_o - y$  (όχι  $h_o - y$  που γράφει ο συγγραφέας).

Η χρονική στιγμή της συνάντησης είναι  $t = \frac{H - h_o}{2v_o}$  (όχι  $t = \frac{h_o}{2v_o}$ ).



#### Ενδεικτική Λύση

4.1) Το ύψος  $H$  από το οποίο βάλεται το σώμα B είναι το ανώτερο ύψος της τροχιάς του σώματος A.

$$v_{\text{Ατελ}} = v_o - g \cdot t_A \quad \text{ή} \quad \frac{v_o - v_{\text{Ατελ}}}{g} = t_A \quad \text{ή} \quad t_A = 1\text{ s}$$

$$H = h_o + v_o \cdot t_A - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_A^2 = \left(5 + 10 - \frac{10}{2}\right) \text{ m} = 10\text{ m}, \text{ από το έδαφος.}$$

Άρα  $H = 2 \cdot h_o$  και η διαφορά ύψους των σημείων A-B είναι  $h_o$ .

(Μονάδες 6)

4.2) Τη χρονική στιγμή  $t_K$  που θα βρεθούν και τα δύο σώματα στο ίδιο ύψος, το σώμα A θα έχει διανύσει απόσταση  $y$  από την αρχική του θέση και το σώμα B θα έχει κατέβει κατά  $h_o - y$  από τη θέση εκκίνησης.

$$y = v_o \cdot t_K - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

$$h_o - y = v_o \cdot t_K + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_K^2$$

Αν προσθέσω κατά μέλη τις δύο σχέσεις προκύπτει ότι:  $h_o = 2 \cdot v_o \cdot t_K$  ή  $t_K = \frac{h_o}{2 \cdot v_o} = \frac{5}{20}\text{ s}$  ή  $t_K = 0,25\text{ s}$

## Θέμα 13579

### Σχόλια :

1) Αν το επίπεδο ήταν λείο, τότε ο Μιχάλης θα δεχόταν στον άξονα x δύο δυνάμεις με φορά προς τα κάτω, με αποτέλεσμα να ολισθαίνει. Για να μπορεί να έλκει το κιβώτιο προς τα πάνω θα έπρεπε να στηρίζεται σε κάποιο σταθερό υποστήριγμα ώστε να δέχεται δύναμη με φορά προς τα πάνω.

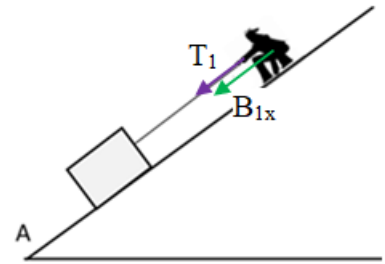
2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) στο ερώτημα 4.1 δεν δικαιολογεί επαρκώς γιατί ισχύει η σχέση

$T = T' = F$ . Οι δυνάμεις  $\vec{F}$ ,  $\vec{T}'$  έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης, άρα  $F = T'$ .

Επίσης, στη σχέση (1) χρησιμοποιεί τη δύναμη  $\vec{F}$ , ενώ στο κιβώτιο ασκείται η δύναμη  $\vec{T}$  (που έχει ίσο μέτρο με την  $\vec{F}$ ).

β) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί τη σχέση  $W_T = -\mu mg \sin\varphi(AB)$  για το έργο της τριβής, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.



### Ενδεικτική Λύση

4.1) Αν το επίπεδο είναι λείο στο κιβώτιο θα ασκούνται οι δυνάμεις: το βάρος, η κάθετη δύναμη του δαπέδου και η τάση του νήματος. **Λόγω αβαρούς και μη εκτατού νήματος**

$T = T' = F$ , όπου η  $T'$  η δύναμη που ασκείται από το νήμα στο χέρι του Μιχάλη και  $F$  η δύναμη που ασκεί ο Μιχάλης στο νήμα. Όπως στο σχήμα:

Με μέτρα:  $w = m \cdot g = 100 \text{ N}$

$w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 60 \text{ N}$

Για τον άξονα των  $y$ :  $N = w_y = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = 80 \text{ N}$

Και για τον άξονα των  $x$ :  $F - w_x = m \cdot a$  ή  $F = m \cdot a + w_x$  (1)

Το κιβώτιο ανεβαίνει 10 m σε 10 s οπότε

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2 \text{ ή } a = \frac{2 \cdot \Delta x}{\Delta t^2} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Άρα από τη σχέση (1) προκύπτει:  $F = (2 + 60)\text{N} = 62 \text{ N}$

(Μονάδες 7)

4.4) Το έργο της δύναμης  $F$  όταν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρείται λείο είναι:

$$W_F = F \cdot (AB) = 620 \text{ J}$$

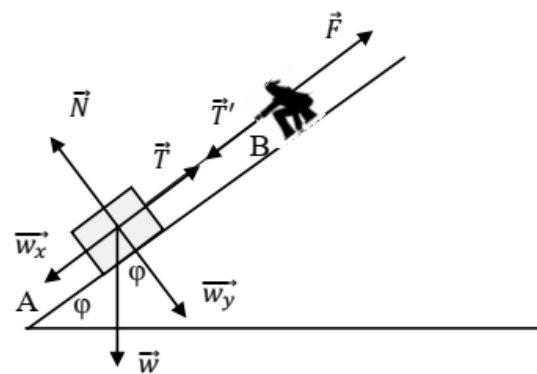
Άρα, λόγω της τριβής θα απαιτούνται επιπλέον  $620 \text{ J} \cdot 50\% = 310 \text{ J}$  κατανάλωση ενέργειας από τον Μιχάλη.

$$\text{Έργο Τριβής: } W_T = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot (AB) = -310 \text{ J}$$

Οπότε:

$$\mu = \frac{310}{10 \cdot 10 \cdot 0,8 \cdot 10} = 0,3875 \cong 0,4$$

(Μονάδες 7)



## Θέμα 13580

Σχόλιο : Η διατύπωση «άκαμπτο νήμα» είναι άστοχη.  
Προφανώς εννοεί μη εκτατό νήμα, δηλαδή νήμα σταθερού μήκους.

## Θέμα 13582

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και την επιτάχυνσή του.
- 2) χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο για την κάθετη δύναμη και την τριβή με αυτά του ερωτήματος 4.1. Όμως, το μέτρο της κάθετης δύναμης και της τριβής έχουν διαφορετική τιμή, αφού μεταβλήθηκε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .

### Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton (για τον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα αντίστοιχα) ισχύει:

$$F_y - T - w = 0 \quad (1)$$
$$F_x - N = 0 \text{ ή } F_x = N$$

όπου  $T = \mu \cdot N = \mu \cdot F_x$

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi - m \cdot g = 0$$

$$(F \cdot 0,8 - \frac{1}{3} \cdot F \cdot 0,6 - 3 \cdot 10) N = 0 \text{ ή } 0,6 \cdot F = 30 \text{ N ή } F = 50 \text{ N}$$

**Μονάδες 6**

**4.2)** Αν το σώμα κατεβαίνει προς τα κάτω, τότε η τριβή θα έχει κατεύθυνση προς τα πάνω. Στον κατακόρυφο άξονα ας θεωρήσουμε θετική τη φορά της κίνησης του σώματος. Από 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> νόμο Newton προκύπτει

$$m \cdot g - T - F'y = m \cdot a \quad (2)$$
$$F'x - N = 0 \text{ ή } F'x = N$$

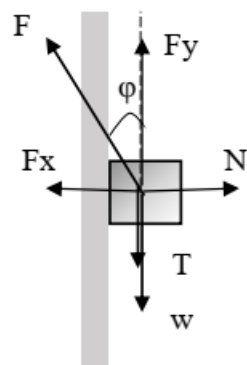
Όπου με συμβολίζουμε  $F'$  το νέο μέτρο της δύναμης.

Άρα:

$$m \cdot g - \mu \cdot F' \cdot \eta\mu\varphi - F' \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = m \cdot a$$

$$3 \cdot 10 \text{ N} - \frac{1}{3} \cdot F' \cdot 0,6 - F' \cdot 0,8 = 3 \cdot 2 \text{ N ή } 24 \text{ N} = F' \cdot 1 \text{ ή } F' = 24 \text{ N}$$

**Μονάδες 6**



## Θέμα 13583

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση αναφέρει ότι τα σώματα είναι από διαφορετικά υλικά, ενώ έχουν τον ίδιο συντελεστή τριβής με την επιφάνεια.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.
  - β) στο ερώτημα 4.4
    - i) δεν δικαιολογεί πως υπολόγισε τη χρονική στιγμή που αλλάζει η φορά κίνησης του Α,
    - ii) το μέτρο της μετατόπισης προς την αρνητική φορά το συμβολίζει  $x''$ , ενώ το σωστό είναι  $|\Delta x''|$  και τη χρονική διάρκεια της κίνησης τη συμβολίζει  $t''$ , ενώ το σωστό είναι  $\Delta t''$ .

**4.3)** Αφού το Β έχει σταθερή ταχύτητα, αρκεί να βρούμε πότε η ταχύτητα του Α γίνεται κατά μέτρο ίση με  $10\text{m/s}$ :

$$v_{A1} = v_{A0} - \alpha_A \cdot t_1 \quad \text{ή} \quad \alpha_A \cdot t_1 = v_{A0} - v_{A1} \quad \text{ή} \quad t_1 = \frac{v_{A0} - v_{A1}}{\alpha_A}$$

Στην μία περίπτωση θα έχουμε  $v_{A1} = 10\text{m/s}$ , οπότε η παραπάνω σχέση μας δίνει:

$$t_1 = 4\text{s}$$

(Μονάδες 3)

Για  $v_{A2} = -10\text{m/s}$  έχουμε:

$$t_2 = 8\text{s}$$

(Μονάδες 4)

**Δ4)** Το έργο της τριβής θα υπολογιστεί για κάθε σώμα:

#### Σώμα Β:

Η μετατόπιση του σώματος σε χρόνο  $8\text{s}$  είναι  $\Delta x = v_{B0} \cdot t_2 = 80\text{m}$

Και η τριβή  $T_B = \mu \cdot N = \mu \cdot m_B \cdot g = 0,4 \cdot 8 \cdot 10\text{N} = 32\text{N}$

Άρα έργο τριβής:  $W_{TB} = T_B \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ = -32 \cdot 80\text{J} = -2560\text{J}$

(Μονάδες 3)

#### Σώμα Α:

Το σώμα Α αλλάζει φορά κίνησης τη χρονική στιγμή  $6\text{s}$ . Συνεπώς το διάστημα που διανύει στην διάρκεια των  $8\text{s}$  δε συμπίπτει με την μετατόπισή του. Άρα δεν μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της τριβής με τον τρόπο που εφαρμόσαμε στην περίπτωση του Β.

Για  $6\text{s}$  διανύει:  $x' = v_{A0} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t^2$  ή  $x = \left( 30 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 36 \right) \text{m} = 90\text{m}$

Τα επόμενα  $2\text{s}$  προς την αντίθετη κατεύθυνση  $x'' = \frac{1}{2} \cdot \alpha_A \cdot t'^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4\text{m} = 10\text{m}$

Άρα συνολικά διανύει μήκος διαδρομής  $100\text{m}$ .

Η τριβή σε όλο το χρονικό διάστημα κίνησης έχει κατεύθυνση αντίθετη της φοράς κίνησης και της μετατόπισης. Έχει όμως σταθερό μέτρο:

$$T_A = \mu \cdot N' = \mu \cdot m_A \cdot g = 0,4 \cdot 2 \cdot 10\text{N} = 8\text{N}$$

Άρα συνολικό έργο τριβής:  $W_{TA} = T_A \cdot (x' + x'') \cdot \sin 180^\circ = -8 \cdot (10 + 90)\text{J} = -800\text{J}$

(Μονάδες 4)

## Θέμα 13584

### Σχόλια :

- 1) Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν οι δυνάμεις  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  συνεχίζουν να ασκούνται και αφού σταματήσουν να κινούνται οι κύβοι.
- 2) Το ερώτημα 4.4 είναι ιδιαίτερα περίπλοκο και δεν ενδείκνυται για θέμα εξετάσεων της Α' Λυκείου.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει κανένα σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στους κύβους, ενώ υπάρχουν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις!
  - β) στο ερώτημα 4.1 δεν εφαρμόζει τις συνθήκες ισορροπίας σε κάθε άξονα και το νόμο της τριβής ξεχωριστά, αλλά χρησιμοποιεί διαδοχικές ισότητες.
  - γ) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί το σύμβολο  $\Delta y$  για τις μετατοπίσεις στον άξονα  $x$ .

### Ενδεικτική Λύση

4.1) Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για κάθε κύβο. Άρα

$$F_1 = T_A = \mu_A \cdot N = \mu_A \cdot m_A \cdot g = 0,4 \cdot 2 \cdot 10N = 8 N$$

$$F_2 = T_B = \mu_B \cdot N' = \mu_B \cdot m_B \cdot g = 0,1 \cdot 4 \cdot 10N = 4 N$$

(Μονάδες 5)

4.4) Αν τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0 \text{ s}$  οι δυνάμεις  $F_1 = 8 \text{ N}$  και  $F_2 = 4 \text{ N}$  έχουν φορά αντίθετη στη φορά της κίνησης τότε:

Για τον κύβο Α:

$$\alpha'_1 = \frac{F_1 + T_A}{m_A} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο:  $v_A = v_{A0} - \alpha'_1 \cdot t'_1$  ή  $0 = 20 - 8 \cdot t'_1$  ή  $t'_1 = 2,5 \text{ s}$

και θα μετατοπιστεί κατά  $\Delta y$ :  $\Delta y = v_{A0} \cdot t'_1 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_1 \cdot t'^2_1 = \left[ 20 \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \right] \text{ m} = 25 \text{ m}$

Για τον κύβο Β:

$$\alpha'_2 = \frac{F_2 + T_B}{m_B} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

το σώμα θα ακινητοποιηθεί σε χρόνο:  $v_B = v_{B0} - \alpha'_2 \cdot t'_2$  ή  $0 = 10 - 2 \cdot t'_2$  ή  $t'_2 = 5 \text{ s}$

και θα μετατοπιστεί κατά  $\Delta y'$ :  $\Delta y' = v_{B0} \cdot t'_2 - \frac{1}{2} \cdot \alpha'_2 \cdot t'^2_2 = \left[ 10 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5^2 \right] \text{ m} = 25 \text{ m}$

Άρα οι δύο κύβοι επιβραδύνονται και ακινητοποιούνται στην ίδια απόσταση (25 m) από τη θέση  $x_0 = 0$ . Αυτή είναι και η θέση που θα ξαναβρεθούν δίπλα δίπλα και αυτό θα γίνει από τη χρονική στιγμή 5 s και μετά.

Σημείωση: Τα σώματα αφού ακινητοποιηθούν θα παραμείνουν ακίνητα δεδομένου ότι οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  είναι ίσες, κατά μέτρο, με την τριβή ολίσθησης για κάθε σώμα. Η τριβή ολίσθησης είναι πάντα μικρότερη από την οριακή στατική τριβή, οπότε όταν τα σώματα ακινητοποιηθούν δε θα κινηθούν πάλι υπό την επίδραση των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$ .

(Μονάδες 7)



## Θέμα 13587

### Σχόλια :

- 1) Στα ερωτήματα 4.2, 4.4 **δεν μπορούν να υπολογιστούν** οι θέσεις  $x_B$ ,  $x_\Gamma$  αφού δεν δίνεται η αρχική θέση  $x_0$ .
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις δυνάμεις, τις ταχύτητες, τις επιταχύνσεις και τις μετατοπίσεις του σώματος.
  - β) στα ερωτήματα 4.2, 4.3 γράφει :  $x_B = 75 \text{ m}$ ,  $x_{\text{τελ}} = 650 \text{ m}$ . Αυτό ισχύει όταν  $x_0 = 0$ .
  - γ) στο ερώτημα 4.4
    - i) χρησιμοποιεί τη σχέση  $T' = \mu mg$  χωρίς να την αποδειξει.
    - ii) εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής με θετική φορά προς τα αριστερά, χωρίς να το αναφέρει και υπολογίζει το μέτρο της επιβράδυνσης, χωρίς να αναφέρει ότι είναι το μέτρο της.
    - iii) συμβολίζει με  $\Delta t$  το 2ο χρονικό διάστημα, ενώ έχει ήδη χρησιμοποιήσει το σύμβολο  $\Delta t$  για το 1ο χρονικό διάστημα.

4.2) Το σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης

$$F_{ολ} = m \cdot a$$

Από το Θ.Μ.Κ.Ε. μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση:

$$\begin{aligned} K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} &= F_{ολ} \cdot \Delta x \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 &= \Delta x \cdot m \cdot a \\ \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} \cdot v_0^2 &= \Delta x \cdot a \\ \frac{3 \cdot v_0^2}{2 \cdot a} &= \Delta x \\ \Delta x &= \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 2} \text{ m} = 75 \text{ m} \end{aligned}$$

Συνεπώς η θέση που η ταχύτητα του σώματος θα είναι διπλάσια θα είναι  $x_B = 75 \text{ m}$

(Μονάδες 6)

4.3) Το σώμα μετά τα πρώτα 10 s κινείται σε δάπεδο όπου δέχεται τριβή ολίσθησης μέτρου:

$$T' = \mu \cdot m \cdot g = 0,6 \cdot 10 \cdot 10 = 60 \text{ N} > F$$

οπότε από το 2<sup>ο</sup> νόμο Newton προκύπτει:

$$\begin{aligned} T' - F &= m \cdot a' \\ \mu \cdot m \cdot g - F &= m \cdot a' \\ a' &= \frac{\mu \cdot m \cdot g - F}{m} = \frac{60 - 50 \text{ m}}{10 \text{ s}^2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Το διάστημα που θα διανύσει στο επίπεδο με το νέο συντελεστή τριβής ολίσθησης θα προκύψει από τις εξισώσεις κίνησης της νέας ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης.

$$\begin{aligned} v &= v_A - a' \cdot \Delta t \quad (1) \\ \Delta x' &= v_A \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot a' \cdot \Delta t^2 \quad (2) \end{aligned}$$

Από (1) προκύπτει  $\Delta t = \frac{v_A}{a'} = \frac{30}{1} \text{ s} = 30 \text{ s}$

Από τη (2)  $\Delta x' = (30 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30^2) \text{ m} = 450 \text{ m}$



## Θέμα 13588

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση **δεν αναφέρει ότι η επιτάχυνση της σφαίρας είναι σταθερή** στη διάρκεια της κίνησης.
- 2) Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητά τη μετατόπιση από την 6η στην 7η φωτογραφία.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις διάφορες θέσεις, τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα, την επιτάχυνσή της και τις αποστάσεις που διανύει.
  - β) στα ερωτήματα 4.1, 4.4 χρησιμοποιεί το σύμβολο  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  αντίστοιχα για μετατόπιση στον άξονα  $y$ .

**4.1)** Τα χρονικά διαστήματα στα οποία η φωτογραφική μηχανή λάμβανε λήψεις όσο έπεφτε η σφαίρα φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Λήψεις	1 <sup>η</sup>	2 <sup>η</sup>	3 <sup>η</sup>	4 <sup>η</sup>	5 <sup>η</sup>	6 <sup>η</sup>	7 <sup>η</sup>	8 <sup>η</sup>	9 <sup>η</sup>	10 <sup>η</sup>	11 <sup>η</sup>
Χρόνος (s)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

Συνεπώς από την 1<sup>η</sup> έως την 6<sup>η</sup> λήψη έχουν μεσολαβήσει 0,5 s

Η σφαίρα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα, οπότε μπορούμε να υπολογίσουμε την επιτάχυνση της σφαίρας:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } \alpha = \frac{2 \cdot \Delta x}{t^2} \text{ ή } \alpha = 8 \frac{m}{s^2}, \text{ άρα η σφαίρα δεν κάνει ελεύθερη πτώση.}$$

(Μονάδες 6)

**4.4)** Όταν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος (11<sup>η</sup> λήψη) έχει κινηθεί για χρονικό διάστημα 1 s. Και έχει μετατοπιστεί κατά  $\Delta z$ .

$$\Delta z = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_{11}^2 = 4 \text{ m}$$

Συνεπώς η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας θα είναι:  $E_{\Delta uv} = m \cdot g \cdot \Delta z = 40 \text{ J}$

Και η τελική κινητική  $K_{Tελ} - K_{Αρχ} = W_{Fολ}$  ή  $K_{Tελ} - 0 = m \cdot \alpha \cdot \Delta z$  ή  $K_{Tελ} = m \cdot \alpha \cdot \Delta z = 32 \text{ J}$

(Μονάδες 8)

## Θέμα 13589

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις σφαίρες στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις ταχύτητές τους και τις αποστάσεις που διανύουν.

## Θέμα 13590

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι οι διαστάσεις του κύβου είναι ασήμαντες ώστε το πέρασμα από τη μία επιφάνεια στην άλλη να γίνει σχεδόν ακαριαία.
- 2) Στο ερώτημα 4.1, η διατύπωση «θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες» είναι λάθος. Το σωστό είναι : «θεωρήστε ότι η **οριακή** στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τον κύβο στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις δυνάμεις, τις ταχύτητες, τις επιταχύνσεις και τις μετατοπίσεις του.

## Θέμα 13591

### Σχόλια :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι οι διαστάσεις του κύβου είναι ασήμαντες ώστε το πέρασμα του κύβου από τη μία επιφάνεια στην άλλη να γίνει σχεδόν ακαριαία.
- 2) Στο ερώτημα 4.1, η σωστή διατύπωση είναι : «θεωρήστε ότι η **οριακή** στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης».
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τον κύβο στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις δυνάμεις, τις ταχύτητες, τις επιταχύνσεις και τις μετατοπίσεις του.
  - β) γράφει το νόμο της τριβής :  $T = \mu mg$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή. Ο νόμος της τριβής είναι :  $T = \mu N$ .**Η σχέση  $T = \mu mg$  δεν είναι ο νόμος της τριβής και δεν ισχύει πάντοτε.**
  - γ) στα ερωτήματα 4.2, 4.3 χρησιμοποιεί το συμβολισμό  $t_{0-5}$  για το 1ο χρονικό διάστημα  $\Delta t_1 = 5 \text{ s}$  και  $t_{5-10}$  για το 2ο χρονικό διάστημα  $\Delta t_2 = 10 \text{ s} - 5 \text{ s} = 5 \text{ s}$ .

### Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Το διάγραμμα χωρίζεται σε δύο μέρη. Μέχρι τη χρονική στιγμή 5 s ο κύβος έχει επιτάχυνση  $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , άρα σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο Newton:

$$\begin{aligned}F - T &= m \cdot \alpha \\F - \mu \cdot m \cdot g &= m \cdot \alpha \\F &= m \cdot \alpha + \mu \cdot m \cdot g \\F &= (2 \cdot 5 + 0,2 \cdot 2 \cdot 10)\text{N} = 14 \text{ N}\end{aligned}$$

Μετά το σημείο Σ ο κύβος έχει επιτάχυνση  $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , άρα σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο Newton:

$$\begin{aligned}F - T' &= m \cdot \alpha' \\T' &= F - m \cdot \alpha' \\T' &= (14 - 2 \cdot 2)\text{N} = 10 \text{ N}\end{aligned}$$

Από το νόμο της τριβής:

$$\begin{aligned}T' &= \mu' \cdot m \cdot g \\ \mu' &= \frac{T'}{m \cdot g} = 0,5\end{aligned}$$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Ο χρόνος που χρειάζεται ο κύβος για να φτάσει στο σημείο Σ (στο τέλος της πρώτης επιφάνειας) είναι 5 s. Η ταχύτητα του τότε θα είναι:

$$v_5 = \alpha \cdot t_5 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Η ταχύτητα του 5s πιο μετά θα είναι:

$$\begin{aligned}v_{10} &= v_5 + \alpha' \cdot t_{5-10} \\v_{10} &= (25 + 2 \cdot 5) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

(Μονάδες 6)

**4.3)** Η απόσταση που διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0 s μέχρι 10 s (για τις δύο επιφάνειες) είναι:

$$S_A + S_B = \frac{1}{2} \alpha \cdot t_{0-5}^2 + v_5 \cdot t_{5-10} + \frac{1}{2} \alpha' \cdot t_{5-10}^2 = \left( \frac{1}{2} 5 \cdot 5^2 + 25 \cdot 5 + \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 \right) \text{m} = 212,5 \text{ m}$$

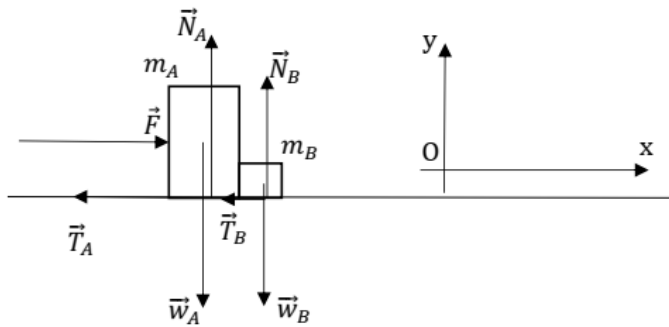
(Μονάδες 6)

**Θέμα 13632**

Σχόλια :

- 1) Ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει στο αρχικό σχήμα τις δυνάμεις επαφής μεταξύ των σωμάτων ούτε αναφέρει ότι έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και δεν τις λαμβάνει υπ’ όψη κατά την εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου της Μηχανικής.
  - β) χρησιμοποιεί την έννοια «εξωτερικές δυνάμεις συστήματος σωμάτων», η οποία δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο.
  - γ) εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο για το σύστημα σωμάτων, με τη μορφή  $a = \frac{F - T_A - T_B}{m_A + m_B}$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

**ΘΕΜΑ 4**



4.1. Αν θεωρήσουμε τα σώματα A και B ως **σύστημα σωμάτων**, οι **εξωτερικές δυνάμεις** που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } \sum F_y = 0, N_A = w_A, N_A = m_A \cdot g, N_A = 40 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } \sum F_y = 0, N_B = w_B, N_B = m_B \cdot g, N_B = 10 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ορΑ} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ορΒ} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2,5 \text{ N} \end{array} \right\} \text{ (Μονάδες 2)}$$

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται στο σώμα A τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή:  $20 \text{ N} = F > T_{ορΑ} + T_{ορΒ} = 12,5 \text{ N}$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 6**

4.2. Για την τριβή ολίσθησης ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολΑ} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολΒ} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2 \text{ N} \end{array} \right\}$ .  
(Μονάδες 2)

**Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:**

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F - T_{ολΑ} - T_{ολΒ}}{m_A + m_B}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 3)}$$

Το σώμα B κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

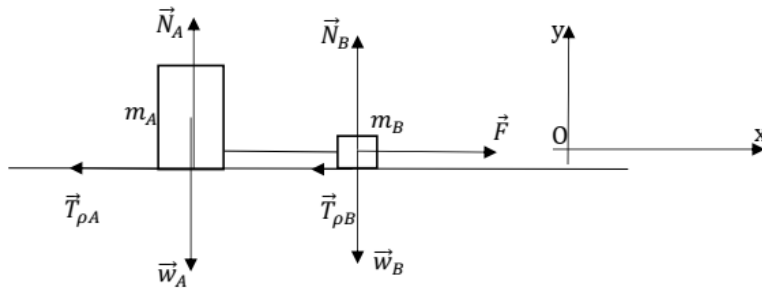
$$a_B = a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ (Μονάδες 2)}$$

**Θέμα 13633**

Σχόλια :

- 1) Ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει στο αρχικό σχήμα τις τάσεις του νήματος και δεν τις λαμβάνει υπ' όψη κατά την εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου της Μηχανικής.
  - β) στο ερώτημα 4.1 χρησιμοποιεί την έννοια «εξωτερικές δυνάμεις συστήματος σωμάτων», η οποία δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο.  
Για να δικαιολογήσει ότι τα σώματα θα ξεκινήσουν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  χρησιμοποιεί τις τριβές ολίσθησης  $T_{ολ,A}$ ,  $T_{ολ,B}$  και όχι τις οριακές στατικές τριβές  $T_{ορ,A}$ ,  $T_{ορ,B}$ .
  - γ) εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο για το σύστημα σωμάτων, με τη μορφή  $\alpha = \frac{F - T_A - T_B}{m_A + m_B}$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

**ΘΕΜΑ 4**



**4.1.** Αν θεωρήσουμε τα σώματα Α και Β και το ιδανικό, τεντωμένο, νήμα που τα συνδέει ως **σύστημα σωμάτων**, οι **εξωτερικές δυνάμεις** που ασκούνται στο σύστημα είναι οι εικονιζόμενες. Στον άξονα Ογ δεν υπάρχει κίνηση και συνεπώς, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } \sum F_y = 0, N_A = w_A, N_A = m_A \cdot g, N_A = 40 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } \sum F_y = 0, N_B = w_B, N_B = m_B \cdot g, N_B = 10 \text{ N} \end{array} \right\}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Για την μέγιστη στατική (οριακή) τριβή ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολ,A} = \mu_{ορ} \cdot N_A = 10 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολ,B} = \mu_{ορ} \cdot N_B = 2,5 \text{ N} \end{array} \right\}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

Η δύναμη  $\vec{F}$  ασκείται στο σώμα Α τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . Η κίνηση του συστήματος αρχίζει την ίδια χρονική στιγμή, επειδή:  $20 \text{ N} = F > T_{ολ,A} + T_{ολ,B} = 12,5 \text{ N}$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 6**

**4.2.** Για την τριβή ολίσθησης ισχύει:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Σώμα A: } T_{ολ,A} = \mu_{ολ} \cdot N_A = 8 \text{ N} \\ \text{Σώμα B: } T_{ολ,B} = \mu_{ολ} \cdot N_B = 2 \text{ N} \end{array} \right\}$ .

(Μονάδες 2)

Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων Α και Β:

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F - T_{ολ,A} - T_{ολ,B}}{m_A + m_B}, a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 3)}$$

Το σώμα Β κινείται με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του συστήματος:

$$\alpha_B = a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 2)}$$

## Θέμα 13634

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

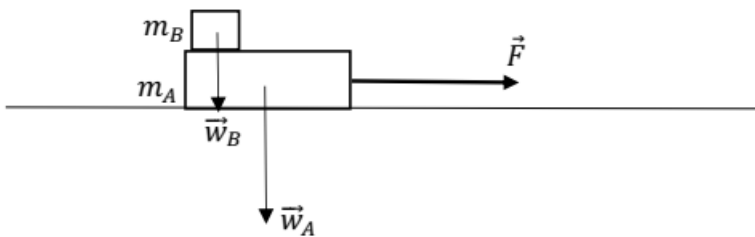
α) δεν σχεδιάζει στο αρχικό σχήμα τις δυνάμεις τριβής μεταξύ των σωμάτων και δεν τις λαμβάνει υπ' όψη κατά την εφαρμογή του θεμελιώδους νόμου της Μηχανικής.

β) στο ερώτημα 4.1 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα σωμάτων, με τη

μορφή  $a = \frac{F}{m_A + m_B}$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.

### ΘΕΜΑ 4



4.1. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα των σωμάτων A και B:

$$\sum F_x = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{F}{m_A + m_B}, a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Μονάδες 6

## Θέμα 13635

### Σχόλια :

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Η διατύπωση «να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι ακριβής. Μια καλύτερη διατύπωση είναι «να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος B και του περιβάλλοντος λόγω της τριβής».
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) χρησιμοποιεί την έννοια «εξωτερικές δυνάμεις συστήματος σωμάτων», η οποία δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο.
  - β) εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο για το σύστημα σωμάτων, χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση. Η σχέση αυτή δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο.

**4.1.** Οι εξωτερικές δυνάμεις που δέχεται το σύστημα σώμα A – σώμα B – ιδανικό νήμα – τροχαλία αμελητέας μάζας, είναι τα βάρη των σωμάτων A και B,  $\vec{w}_A$  και  $\vec{w}_B$  αντίστοιχα και οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα B από το οριζόντιο δάπεδο, δηλαδή η κάθετη στο δάπεδο αντίδραση  $\vec{N}$  και η τριβή  $\vec{T}_\rho$ . Το σώμα B δεν κινείται στον άξονα  $Oy_B$  του σχήματος. Συνεπώς, από τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Newton:

$$\sum F_{yB} = 0, N = w_B, N = m_B \cdot g, N = 10 \text{ N. (Μονάδες 2)}$$

Η μέγιστη στατική (οριακή) τριβή που αναπτύσσεται μεταξύ του σώματος B και του οριζόντιου δαπέδου έχει μέτρο:  $T_{\rho,ορ} = \mu_{ορ} \cdot N, T_{\rho,ορ} = 5 \text{ N. (Μονάδες 2)}$

Επειδή, τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ισχύει:  $40 \text{ N} = w_A > T_{\rho,ορ} = 5 \text{ N}$ , η κίνηση του συστήματος θα ξεκινήσει τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 6**

**4.2.** Το μέτρο της τριβής ολίσθησης  $\vec{T}_{ολ}$  είναι ίσο με το μέτρο της μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής  $\vec{T}_{ορ}$ , αφού:  $\mu_{ολ} = \mu_{ορ} = 0,5$ . (Μονάδες 2) Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για το σύστημα έχουμε:

$$\sum F_{εξ} = (m_A + m_B) \cdot a, a = \frac{w_A - T_{ολ}}{m_A + m_B}, a = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \text{ (Μονάδες 4)}$$

**Μονάδες 6**

## Θέμα 13638

### Σχόλια :

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Η διατύπωση «να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι σωστή. Μια καλύτερη διατύπωση είναι «να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος B και του περιβάλλοντος λόγω της τριβής».

## Θέμα 13640

### Σχόλια :

1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν η δύναμη συνεχίζει να ασκείται μετά τον μηδενισμό της (με φορά προς τα πάνω) ή καταργείται.

Αν ισχύει η 1η περίπτωση, τότε η σχέση  $F = 10 - 5x$  εκφράζει την αλγεβρική τιμή και όχι το μέτρο της δύναμης.

Αν ισχύει η 2η περίπτωση, τότε για  $x > 2$  m η τριβή είναι σταθερή ( $T = 4$  N).

Το σώμα θα σταματήσει στη θέση  $x = 3$  m και όχι στη θέση  $x = 4$  m που αναφέρει η εκφώνηση.

2) Στο ερώτημα 4.1 η σωστή διατύπωση είναι : «Να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της τριβής ολίσθησης με τη θέση  $x$ »

3) Η διατύπωση «να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι σωστή.

Μια καλύτερη διατύπωση είναι «να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος και του περιβάλλοντος λόγω της τριβής».

Συμπέρασμα : Η εκφώνηση έχει ασαφή δεδομένα και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

## Θέμα 13641

### Σχόλια

1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν η δύναμη συνεχίζει να ασκείται μετά τον μηδενισμό της (με φορά προς τα κάτω) ή καταργείται.

Αν ισχύει η 1η περίπτωση, τότε η σχέση  $F = 10 - 5x$  εκφράζει την αλγεβρική τιμή και όχι το μέτρο της δύναμης.

Αν ισχύει η 2η περίπτωση, τότε για  $x > 2$  m η τριβή είναι σταθερή ( $T = 4$  N).

Το σώμα θα σταματήσει στη θέση  $x = 5$  m και όχι στη θέση  $x = 4$  m που αναφέρει η εκφώνηση.

2) Στο ερώτημα 4.1 η σωστή διατύπωση είναι : «Να βρείτε τη σχέση που συνδέει το μέτρο της τριβής ολίσθησης με τη θέση  $x$ »

3) Η διατύπωση «να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι σωστή.

Μια καλύτερη διατύπωση είναι «να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος και του περιβάλλοντος λόγω της τριβής».

Συμπέρασμα : Η εκφώνηση έχει ασαφή δεδομένα και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

## Θέμα 13658

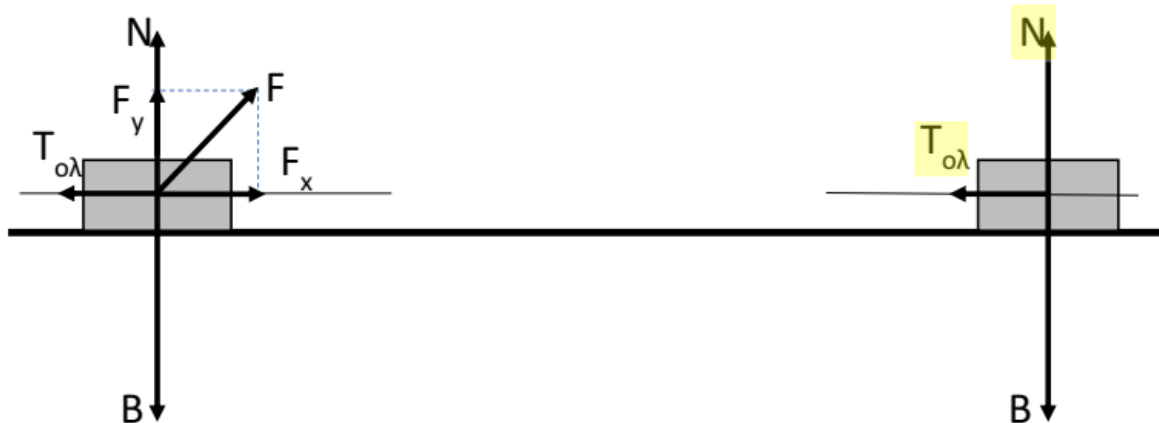
Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο  $N$  για το μέτρο της κάθετης δύναμης σε όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης (καθώς και για την τριβή στο 2ο σχήμα).

Αρχικά το μέτρο της κάθετης δύναμης ήταν  $N = mg - F_{\eta\mu\phi} \cong 115 \text{ N}$ , ενώ από τη στιγμή που καταργείται η δύναμη γίνεται  $N' = mg = 200 \text{ N}$ .

2) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί τη σχέση  $T' = \mu mg$ , χωρίς να την αποδείξει.

4.2



Από 0 s - 4 s

Από 4 s -  $t_2$

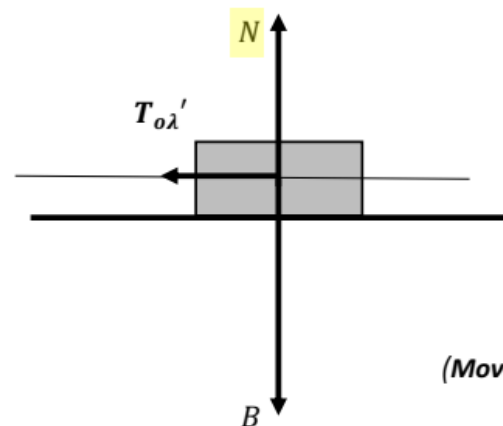
(Μονάδες 7)

4.4.

Μετά την χρονική στιγμή  $t_1 = 4 \text{ s}$  έχουμε:

$$\text{Η νέα } T'_{ολ} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg$$

$$\Rightarrow T'_{ολ} = 0,35 \cdot 20 \text{ Kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 \Rightarrow T'_{ολ} = 70 \text{ N}$$



(Μονάδες 2)

Από Θ.Μ.Κ.Ε., για το χρονικό διάστημα  $4 \text{ s} \rightarrow t_2$ , έχουμε:

$$K_{\tau\epsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{ολ} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = -T'_{ολ} \cdot s_1 \Rightarrow \frac{1}{2} 20 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2 = 70 \text{ N} \cdot s_1 \Rightarrow s_1 = \frac{4}{7} \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

$$s_{ολ} = s + s_1 \Rightarrow s_{ολ} = \frac{32}{7} \text{ m}$$

(Μονάδα 1)



## Θέμα 13660

Σχόλιο : Για την απάντηση στο ερώτημα 4.3 χρειάζεται η τιμή της οριακής στατικής τριβής  $T_{\sigma(\max)}$  ανάμεσα στο σώμα και στο κεκλιμένο επίπεδο.

Έπρεπε να αναφέρει η εκφώνηση : «Να δεχθείτε ότι το μέτρο της οριακής στατικής τριβής στο κεκλιμένο επίπεδο είναι ίσο με της τριβής ολίσθησης, δηλαδή  $T_{\sigma(\max)} = T_1$  .

## Θέμα 13666

## Θέμα 13667

Σχόλια για τα θέματα 13666, 13667 :

Στο ερώτημα 4.4 η διατύπωση «Να υπολογίσετε την ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών» δεν είναι ακριβής. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σώματος και του περιβάλλοντος εξαιτίας της τριβής».

## Θέμα 13696

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει κατά την κάθοδο τη μετατόπιση  $\Delta y_2 = 45 \text{ m}$ .

Εφ' όσον η θετική φορά είναι προς τα πάνω, κατά την κάθοδο η μετατόπιση είναι (αλγεβρικά)

$\Delta y_2 = -45 \text{ m}$  και το μέτρο της μετατόπισης (το διάστημα) είναι  $s_2 = |\Delta y_2| = 45 \text{ m}$ .

**4.4)** Τη στιγμή που το δέμα αφήνεται ελεύθερο κινείται με την ταχύτητα του ελικοπτέρου, άρα θα έχει αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  και φορά προς τα πάνω. Το δέμα θα εκτελέσει κατακόρυφη βολή προς τα πάνω στο βαρυτικό πεδίο της Γης.

(Μονάδες 2)

Αναλυτικότερα, κατά την άνοδο, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση  $\vec{g}$  και από τις εξισώσεις κίνησης υπολογίζουμε την μετατόπιση του δέματος:

$$v = v_0 - g \cdot t \text{ ή } 0 = 10 - 10 \cdot t_{av} \text{ ή } t_{av} = 1 \text{ s, και}$$

$$\Delta y_1 = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{av}^2 = 10 - 5 = 5 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

Κατά την κάθοδο, η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση και η μετατόπιση του δέματος θα είναι:

$$\Delta y_2 = \Delta y_1 + H = 45 \text{ m}$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος είναι:

$$S = |\Delta y_1| + |\Delta y_2| = 50 \text{ m}$$

(Μονάδες 2)

### Θέμα 13698

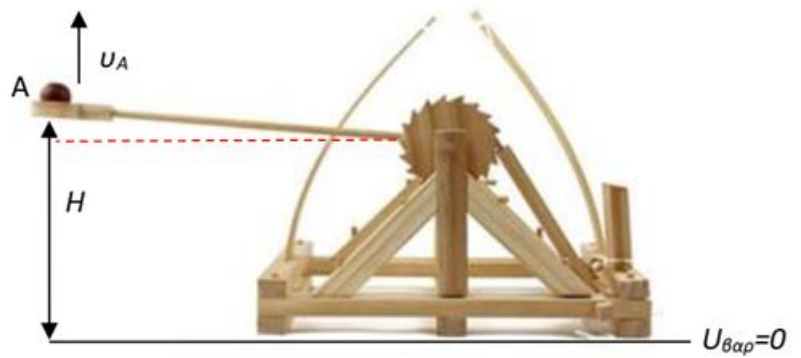
#### Σχόλια

1) Το σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί σωστά.

Τη στιγμή της εκτόξευσης πρέπει ο βραχίονας του καταπέλτη να είναι οριζόντιος (όπως δείχνει η διακεκομμένη κόκκινη γραμμή), ώστε η καρύδα να εκτοξευτεί κατακόρυφα.

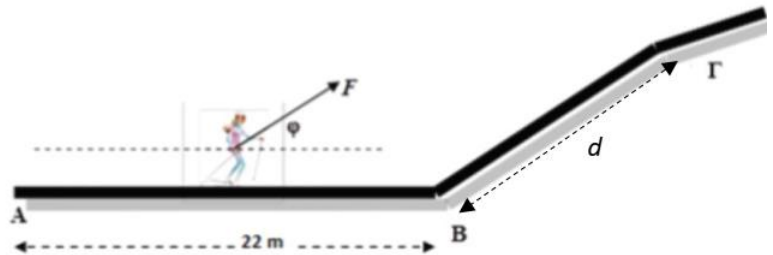
2) Η μάζα μιας καρύδας είναι περίπου 1,5 Kg και όχι 0,1 Kg που αναφέρει η εκφώνηση.

Η εκφώνηση δεν έχει ίχνος αληθοφάνειας (ιθαγενείς που εκτοξεύουν καρύδες με καταπέλτες για να ταΐσουν πεινασμένους Ευρωπαίους τουρίστες, ο βραχίονας του καταπέλτη συναντά το κλαδί ενός δέντρου που εμποδίζει την ολοκλήρωση της κίνησής του . . .).



### Θέμα 13701

Σχόλιο : Στο σχήμα φαίνεται ότι το σημείο Γ βρίσκεται στο ανώτερο τμήμα της πλαγιάς, το οποίο έχει διαφορετική κλίση από το κατώτερο τμήμα.



### Θέμα 13706

Σχόλιο : Η διατύπωση «με την επίδραση σταθερής μέσης οριζόντιας δύναμης» είναι άστοχη. Η έννοια της μέσης δύναμης χρησιμοποιείται όταν το μέτρο της δύναμης δεν είναι σταθερό.

### Θέμα 13708

Σχόλιο : Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι οι διαστάσεις του κύβου είναι ασήμαντες ώστε να δεχτούμε ότι η μετάβαση από τη λεία στην τραχειά επιφάνεια γίνεται σχεδόν ακαριαία.

**Θέμα 13703**

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας θεωρεί ότι στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_1$  που επιταχύνεται το αυτοκίνητο, στον άξονα  $x$  ασκούνται η κινητήρια δύναμη  $\vec{F}$  και η τριβή ολίσθησης  $\vec{T}$ .

**Αυτό είναι λάθος!**

**Στη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης ασκείται μόνο η κινητήρια δύναμη  $\vec{F}$  (η οποία είναι η συνισταμένη των στατικών τριβών που ασκούνται στους κινητήριους τροχούς).**

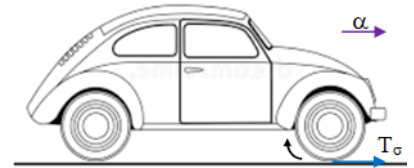
**Εφ' όσον οι τροχοί περιστρέφονται χωρίς να ολισθαίνουν, δεν υπάρχει τριβή ολίσθησης.**

Μόνο στη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης (που οι τροχοί έχουν μπλοκάρει και δεν περιστρέφονται) υπάρχει τριβή ολίσθησης.

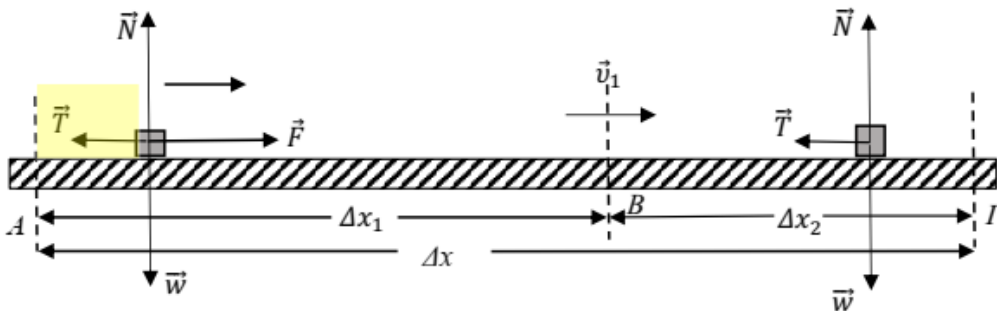
Η σωστή απάντηση στο ερώτημα 4.4 είναι :

Αφού η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, η μοναδική δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο στη διεύθυνση της κίνησης κατά τη χρονική διάρκεια  $t_0 = 0 \text{ s} \rightarrow t_1 = 8 \text{ s}$  είναι η κινητήρια δύναμη  $\vec{F}$ . Εφαρμόζω τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής :

$$\Sigma F_x = m a_1 \Leftrightarrow F = m a_1 \Rightarrow F = 1250 \text{ Kg} \cdot 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F = 2500 \text{ N.}$$



Ενδεικτική Λύση



Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζεται τόσο η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση (ΑΒ), όσο και η διαδρομή κατά την οποία το αυτοκίνητο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (ΒΓ) μέχρι να ακινητοποιηθεί (σημείο Γ). Έχουν σχεδιαστεί επίσης οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε κάθε κίνηση.

**4.4)** Για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης  $F$  που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_1$  εφαρμόζουμε τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton στον άξονα της κίνησης, :

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \text{ ή λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της επιτάχυνσης}$$

$$F - T = m \cdot a \text{ ή } F - 10000 \text{ N} = (1250 \cdot 2) \text{ N ή } F = 12500 \text{ N}$$

**Μονάδες 7**

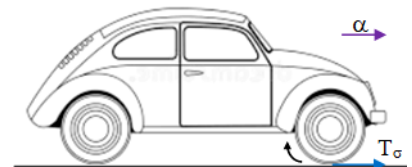
### Θέμα 13705

Σχόλιο : Η άσκηση είναι εντελώς ΛΑΘΟΣ!

Όταν ένα όχημα κινείται κανονικά (οι τροχοί του περιστρέφονται χωρίς να ολισθαίνουν), δεν υπάρχει τριβή ολίσθησης.

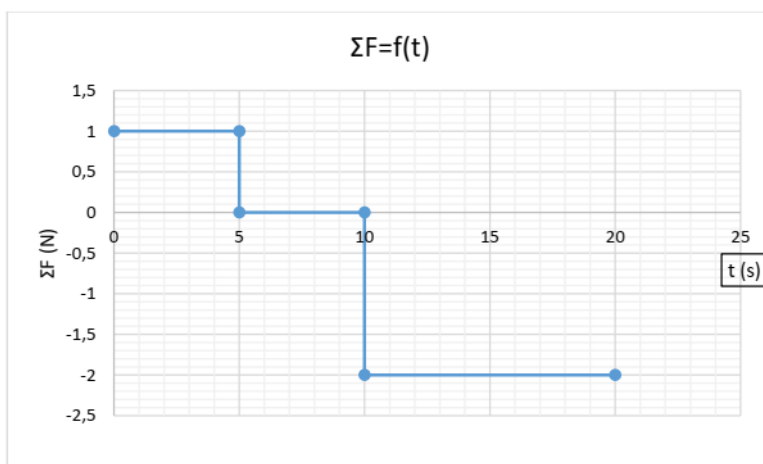
Η δύναμη που κινεί το όχημα είναι η **κινητήρια δύναμη**  $\vec{F}$  (η οποία είναι η **συνισταμένη των στατικών τριβών** που ασκούνται στους κινητήριους τροχούς).

Η **τριβή ολίσθησης εμφανίζεται μόνο όταν χάνεται η πρόσφυση** (π.χ. στη διάρκεια ενός απότομου φρεναρίσματος ή κατά την είσοδο σε στροφή με μεγάλη ταχύτητα).



### Θέμα 13713

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας σχεδιάζει στο διάγραμμα  $\Sigma F - t$  τα κάθετα τμήμα με συνεχείς γραμμές. Αυτό σημαίνει ότι τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 5$  s και  $t_2 = 10$  s η συνισταμένη δύναμη έχει άπειρες τιμές, πράγμα που δεν έχει νόημα.



### Θέμα 14217

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

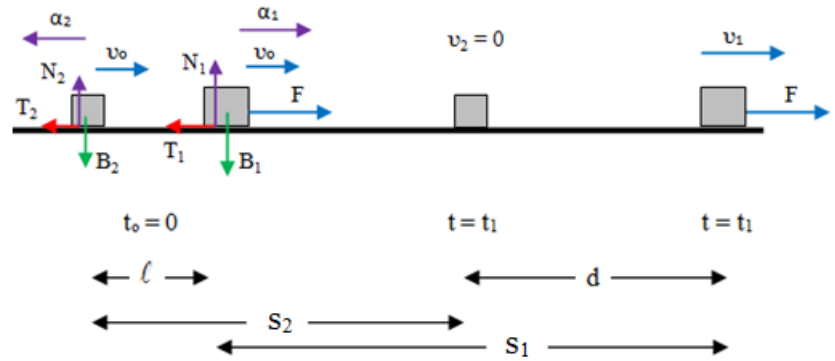
1) στο ερώτημα 4.1 χρησιμοποιεί την έννοια του συστήματος σωμάτων και γράφει τον 1ο νόμο του Newton στη διεύθυνση της κίνησης, χωρίς να αναφέρει τις τάσεις των νημάτων.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν περιλαμβάνεται στην ύλη της Α΄ Λυκείου.

2) στο ερώτημα 4.3 δεν λαμβάνει υπ' όψη τη μετατόπιση του 2ου σώματος από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 1$  s και υπολογίζει λάθος την απόσταση  $d$  μεταξύ των σωμάτων !

Η σωστή απάντηση είναι :

$$d = l + s_1 - s_2 \Rightarrow d = 2 \text{ m.}$$



#### ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Στην κατακόρυφη διεύθυνση (διεύθυνση  $y$ ) οι δυνάμεις ισορροπούν σε κάθε σώμα. Άρα ισχύουν:

$$\Sigma_1: \quad \Sigma F_y = N_1 - B_1 = 0$$

Άρα  $N_1 = B_1 = m_1 \cdot g = 20 \text{ N}$

$$\Sigma_2: \quad \Sigma F_y = N_2 - B_2 = 0$$

Άρα  $N_2 = B_2 = m_2 \cdot g = 10 \text{ N}$

Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής, υπολογίζουμε τα μέτρα των τριβών στα δύο σώματα:

$$T_1 = \mu \cdot N_1 = 0,25 \cdot 20 \text{ N} = 5 \text{ N}$$

$$T_2 = \mu \cdot N_2 = 0,25 \cdot 10 \text{ N} = 2,5 \text{ N}$$

Επειδή στην οριζόντια διεύθυνση τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα, οι δυνάμεις ισορροπούν και στη διεύθυνση αυτή (διεύθυνση  $x$ ). Εφαρμόζοντας τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων:

$$\Sigma F_x = F - T_1 - T_2 = 0$$

Άρα  $F = T_1 + T_2 = 7,5 \text{ N}$

4.3 Το σώμα  $\Sigma_2$  εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1$  κατά την οποία ακινητοποιείται. Ισχύει:

$$v = v_0 - |a_2| \cdot t_1 = 0, \quad \text{άρα} \quad t_1 = \frac{v_0}{|a_2|} = \frac{2,5}{2,5} \text{ s} = 1 \text{ s}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  και μέχρι την στιγμή  $t_1$  διανύει διάστημα  $S_1$ , για το οποίο ισχύει:

$$S_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = \left( 2,5 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1,25 \cdot 1 \right) \text{ m} = 3,125 \text{ m}$$

Επειδή τη στιγμή  $t_0 = 0$  κατά την οποία κόπηκε το νήμα που τα συνέδεε, τα σώματα είχαν μεταξύ τους απόσταση  $l$  ίση με το μήκος του νήματος αυτού, τη στιγμή  $t_1$ , κατά την οποία ακινητοποιείται το  $\Sigma_2$ , η μεταξύ τους απόσταση είναι:

$$d = l + S_1 = (0,125 + 3,125) \text{ m} = 3,25 \text{ m}$$

## Θέμα 14255

### Σχόλια :

1) Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητείται η κατακόρυφη μετατόπιση **ενός σημείου** του ελικοπτερου, αφού το ελικοπτερο δεν μπορεί να θεωρηθεί σημειακό κινητό.

2) Στο ερώτημα 4.4 η έκφραση «κάποιος ασκεί στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη, δίνοντάς του μια πολύ μικρή σταθερή ταχύτητα» δεν είναι ακριβής.

Αρχικά το κιβώτιο δεν έχει οριζόντια ταχύτητα, άρα η δύναμη το επιταχύνει για λίγο και στη συνέχεια κινείται με σταθερή (οριζόντια) ταχύτητα.

Δηλαδή, ο υπολογισμός του έργου είναι προσεγγιστικός αφού πρέπει να υποθέσουμε ότι η δύναμη είναι συνεχώς σταθερή και ότι η οριζόντια ταχύτητα του κιβωτίου είναι επίσης σταθερή

## Θέμα 14256

### Σχόλια :

1) Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν διδάσκεται στην Α΄ Λυκείου.

2) Κατά τη διάρκεια της κίνησης η **μάζα του συστήματος μειώνεται** (λόγω του νερού που εκτοξεύεται από τη βάση), **άρα η επιτάχυνση αυξάνεται**.

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η μεταβολή της μάζας στη διάρκεια της κίνησης είναι ασήμαντη.

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στον αθλητή και στη βάση.

β) στο ερώτημα 4.1 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων (σχέση που δεν είναι γνωστή στην Α΄ Λυκείου) χωρίς να αναφέρει τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα.

γ) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας χωρίς να εξηγήσει πως προέκυψε η σχέση που χρησιμοποιεί.

### ΘΕΜΑ 4 (Ενδεικτικές απαντήσεις)

4.1 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής στο σύστημα βάση-αθλητής:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\text{συστ.}} &= (M + m) \cdot a \\ F - (M + m) \cdot g &= (M + m) \cdot a \\ a &= \frac{F}{M + m} - g = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\end{aligned}$$

Τη χρονική στιγμή  $t_1$  η βάση έχει ανέβει σε ύψος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 4 \text{ m}$$

4.2 Εφαρμόζουμε τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τον αθλητή:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\text{αθλ.}} &= M \cdot a \\ F_1 - M \cdot g &= M \cdot a \\ F_1 &= M \cdot (g + a) = 960 \text{ N}\end{aligned}$$

4.3 Ενέργεια προσφέρεται από τη βάση στον αθλητή, μέσω του έργου της δύναμης που του ασκεί:

$$E_{\text{πρ.}} = W_{F_1} = F_1 \cdot h = 3840 \text{ J}$$

4.4 Σε αυτή την κατακόρυφη προς τα πάνω κίνηση, αυξήθηκε η δυναμική ενέργεια του συστήματος βάση-αθλητής:

$$\Delta U = (M + m) \cdot g \cdot h = 3600 \text{ J}$$

## Θέμα 14254

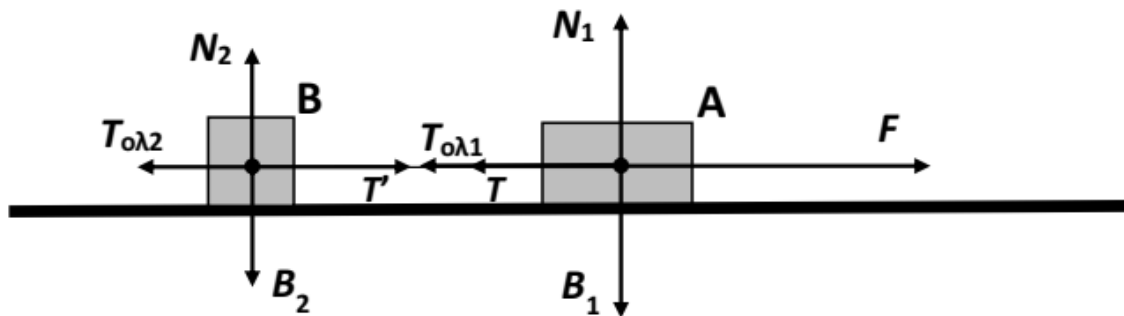
Σχόλιο : Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητείται η μετατόπιση ενός σημείου του πλοίου, αφού το πλοίο δεν μπορεί να θεωρηθεί σημειακό κινητό.

## Θέμα 14388

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων (σχέση που δεν είναι γνωστή στην Α΄ Λυκείου) χωρίς να αναφέρει τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα και να δικαιολογήσει γιατί δεν λαμβάνει υπ' όψη τις τάσεις του νήματος.

### Ενδεικτική λύση

4.1



Σχεδίαση δυνάμεων με διαφορετικά σύμβολα για τις διαφορετικές τριβές και διαφορετικές κάθετες συνιστώσες αντίδρασης για τα 2 σώματα.

(Μονάδες 8Χ1=8)

4.2

$\Sigma F_y = 0$  για κάθε σώμα. Άρα

$$N_1 = B_1 = M \cdot g \quad (1) \text{ και}$$

$$N_2 = B_2 = m \cdot g \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

Για το σύστημα των δύο σωμάτων και για τον άξονα κίνησης έχουμε:

$$\Sigma F = (M + m) \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ1} - T_{ολ2} = (M + m) \cdot a \Rightarrow$$

$$F - \mu \cdot N_1 - \mu \cdot N_2 = (M + m) \cdot a \xrightarrow{(1),(2)}$$

$$F - \mu \cdot M \cdot g - \mu \cdot m \cdot g = (M + m) \cdot a \Rightarrow$$

$$28 \text{ N} - 0,5(3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = (3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) \cdot a \Rightarrow$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(Μονάδες 3)



## Θέμα 14389

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4

1) χρησιμοποιεί τη σχέση  $\alpha = \frac{W_{\Sigma F(K_1)}}{W_F} \cdot 100\%$  για να υπολογίσει το ζητούμενο ποσοστό, χωρίς να

δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

2) για να υπολογίσει το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ , εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων, σχέση η οποία είναι εκτός διδακτέας ύλης.

4.4

Έχουμε

$$\alpha = \frac{W_{\Sigma F(K_1)}}{W_F} 100\% = \frac{(F - T - T_{o\lambda 1}) \cdot \cancel{\Delta x}}{F \cdot \cancel{\Delta x}} 100\% \quad (4)$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της  $\vec{F}$ .

$$F - T_{o\lambda 1} - T_{o\lambda 2} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 15 \text{ N} + 25 \text{ N} + 8 \text{ Kg} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow$$

$$F = 48 \text{ N} \quad (5)$$

Και από τις σχέσεις (4) και (5) έχουμε τελικά

$$(4) \stackrel{(5)}{\Rightarrow} \alpha = \frac{48 \text{ N} - 30 \text{ N} - 15 \text{ N}}{48 \text{ N}} 100\% \Rightarrow$$

$$\alpha = 6,25\%$$

## Θέμα 14392

Σχόλια : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα 4.1 εφαρμόζει τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής για σύστημα σωμάτων.

Η έννοια του συστήματος σωμάτων δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.

**Στα σχήματα δεν έχει σχεδιάσει τις δυνάμεις στατικής τριβής μεταξύ των σωμάτων και δεν τις αναφέρει στη διάρκεια της απάντησης.**

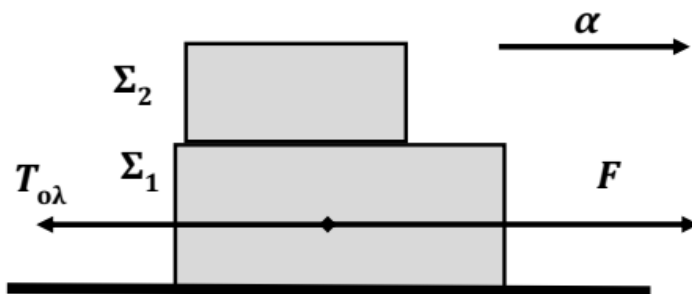
Το  $\Sigma_2$  επιταχύνεται με την επίδραση της (στατικής) τριβής  $\vec{T}_2$  που ασκεί το  $\Sigma_1$ .

2) στο ερώτημα 4.2 εφαρμόζει το ΘΜΚΕ για σύστημα σωμάτων, σχέση που δεν διδάσκεται στην Α' Λυκείου.



### Ενδεικτική Λύση

4.1



Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για το σύστημα των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F - T_{ολ} = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow F = 30 \text{ N} + (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow$$

$$F = 50 \text{ N}$$

(Μονάδες 3)

4.2

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για το σύστημα των δύο σωμάτων:

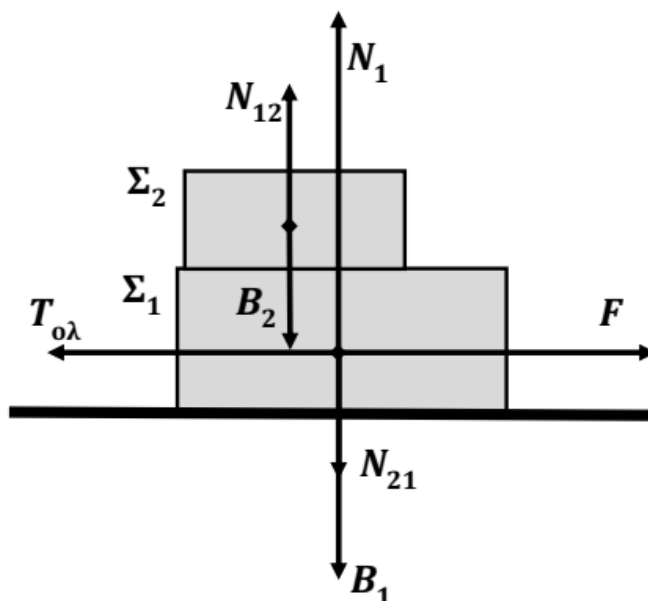
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 - 0 = F \cdot \Delta x - T_{ολ} \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ Kg} + 4 \text{ Kg}) \cdot v^2 = 50 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} - 30 \text{ N} \cdot 9 \text{ m} \Rightarrow$$

$$v = 6 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 4)

4.3



Σχεδιασμός δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα γ'γ.

(Μονάδες 5)

Στον κατακόρυφο άξονα γ'γ ισχύει  $\Sigma F_y = 0$  για κάθε σώμα.

$$\text{Για το } \Sigma_2: N_{12} = B_2 = m_2 \cdot g$$

$$N_{12} = 4 \text{ Kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow N_{12} = 40 \text{ N}$$

(Μονάδα 1)

Από τον 3<sup>ο</sup> Νόμο του Νεύτωνα:

$$N_{12} = N_{21} = 40 \text{ N}$$

(Μονάδα 1)

### Θέμα 14397

Σχόλιο : Η εκφώνηση αναφέρει ότι «μετά τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  το σώμα συνεχίζει την κίνησή του πάνω στο οριζόντιο δάπεδο», δηλαδή το σώμα συνεχίζει να κινείται στην ίδια επιφάνεια.

Από τα δεδομένα όμως προκύπτει ότι στο σώμα **δεν ασκείται πλέον τριβή ολίσθησης**. Για να συμβεί αυτό **πρέπει να αλλάξει η επιφάνεια επαφής**.

Επομένως, η εκφώνηση έπρεπε να λέει ότι : μετά τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  το σώμα συνεχίζει την κίνησή του πάνω σε οριζόντια επιφάνεια **διαφορετικής υφής** από την αρχική.

### Θέμα 14525

### Θέμα 14527

Σχόλιο για τα θέματα 14525, 14527 :

Η διατύπωση «Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;» είναι ασαφής.

Μία πιο σαφής διατύπωση θα ήταν η εξής : «Να εξετάσετε αν τα αποτελέσματά σας συμφωνούν με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ)».

Επίσης, η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται η επαλήθευση του ΘΜΚΕ σε κάθε χρονική διάρκεια ή συνολικά.

### Θέμα 14528

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις του σώματος και τις αποστάσεις που διανύει.

### Θέμα 14531

Σχόλιο :

Η εκφώνηση χρησιμοποιεί πολύπλοκους συμβολισμούς ( $v_{\Gamma_{καθ}}$ ,  $\Delta t_{\Gamma_{καθ}}$ ,  $v_{\Lambda_{καθ}}$ ,  $\Delta t_{\Lambda_{καθ}}$ ) οι οποίοι είναι δεν είναι απαραίτητοι και είναι πιθανό να δημιουργήσουν σύγχυση στους μαθητές.

## Θέμα 14529

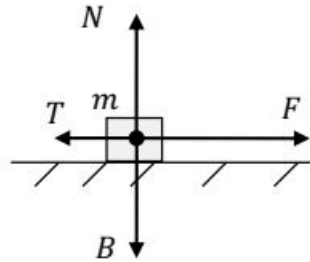
Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στα ερωτήματα 4.1, 4.2 γράφει τη σχέση :  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B$ , ενώ το σωστό είναι :  $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B$ .

### Ενδεικτική Λύση

4.1 Εφαρμόζοντας τον νόμο της τριβής ολίσθησης, τη σχέση ισορροπίας των δυνάμεων στον άξονα  $yy'$  και τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα στον άξονα  $xx'$  προκύπτει:

$$\left. \begin{array}{l} T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \\ \Sigma F_x = ma \Rightarrow F - T = ma \end{array} \right\} a = 2 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

(Μονάδες 4)



Για τη μετατόπιση ισχύει:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2$$

που, με τη βοήθεια της σχέσης (1), δίνει:

$$\Delta t = 5 \text{ s} \quad (2)$$

(Μονάδες 2)

4.2 Για τα έργα των τεσσάρων δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο έχουμε

$$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sin 0^\circ \quad \text{ή} \quad W_F = 1.500 \text{ J} \quad (3)$$

$$W_B = B \cdot \Delta x \cdot \sin 90^\circ \quad \text{ή} \quad W_B = 0 \text{ J}$$

$$W_N = N \cdot \Delta x \cdot \sin 270^\circ \quad \text{ή} \quad W_N = 0 \text{ J}$$

(Μονάδες 4)

$$\left. \begin{array}{l} W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sin 180^\circ \\ T = \mu \cdot N \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T = B \end{array} \right\} W_T = -1.000 \text{ J} \quad (4)$$

(Μονάδες 3)

4.3 Από το ΘΜΚΕ έχουμε

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - 0 = W_F + W_T \xrightarrow{(3),(4)} \frac{1}{2} m v^2 = 500 \text{ J}$$

και τελικά

$$v = 10 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 5)

## Θέμα 14693

Σχόλιο : Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 σχεδιάζει το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, χωρίς να γράψει τις εξισώσεις ταχύτητας – χρόνου στα δύο χρονικά διαστήματα ούτε δικαιολογεί πως υπολόγισε τις τιμές της ταχύτητας τις χρονικές στιγμές 10 s και 30 s

### Ενδεικτική Λύση

4.1 Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής που παριστά την επιτάχυνση και των αξόνων  $\alpha$ ,  $t$  είναι ίσο με τη μεταβολή της ταχύτητας.

$$\Delta v = [10 \cdot (+4) + 10 \cdot (+2)] \text{ m/s} = +60 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 4)

Αλλά

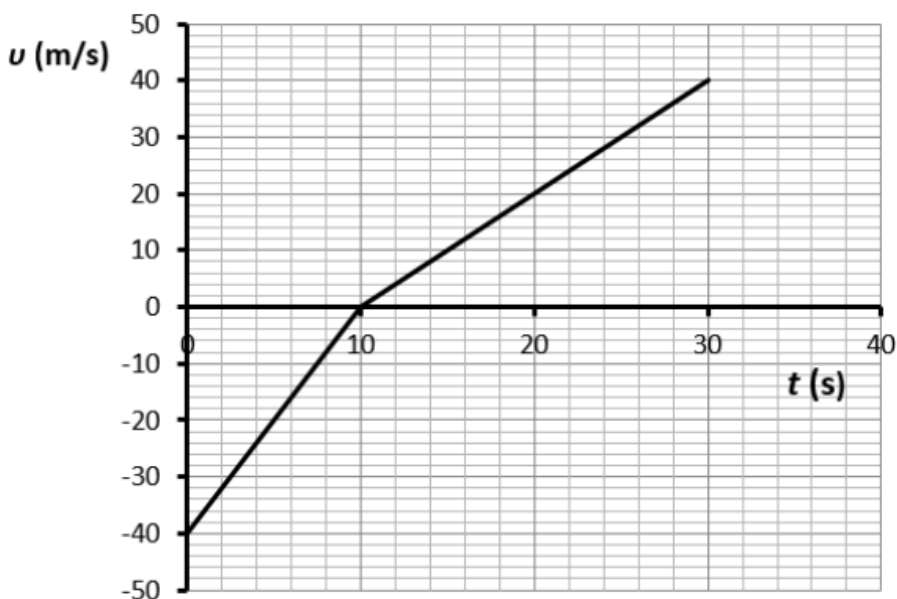
$$\Delta v = v - v_0 \text{ ή } +60 \text{ m/s} = v - (-40) \text{ m/s}$$

και τελικά

$$v = +20 \text{ m/s}$$

(Μονάδες 2)

4.2 Το ζητούμενο διάγραμμα είναι το ακόλουθο:



(Μονάδες 6)

**Θέμα 13585**

Σχόλια :

- 1) Η άσκηση είναι ιδιαίτερα δύσκολη για το επίπεδο της Α΄ Λυκείου.
- 2) Η διατύπωση «δύναμη μέτρου  $\vec{F} = 20 \text{ N}$ , οριακή στατική τριβή  $\vec{T}_{op} = 7 \text{ N}$ » είναι λάθος !  
Η σωστή διατύπωση είναι : «δύναμη μέτρου  $F = 20 \text{ N}$ , οριακή στατική τριβή μέτρου  $T_{op} = 7 \text{ N}$ ».
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα όταν βρίσκεται στο ανώτερο σημείο ούτε κατά τη διάρκεια της καθόδου.

Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για το σώμα.

Άρα

Στον κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω  $y'y$ ):

$$F_y + B_y = N \text{ ή } F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = N$$

Στον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω  $x'x$ ):

$$F_x = T + B_x = \mu \cdot N + B_x \text{ όπου με συνδυασμό αυτών}$$

των εξισώσεων προκύπτει:

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = \mu (F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

$$F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

$$m = \frac{F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi - \mu \cdot F \cdot \eta\mu\varphi}{\mu \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + g \cdot \eta\mu\varphi} = \frac{20 \cdot 0,8 - 0,25 \cdot 20 \cdot 0,6}{0,25 \cdot 10 \cdot 0,8 + 10 \cdot 0,6} = \frac{13}{8} \text{ kg} = 1,625 \text{ kg}$$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Το έργο του βάρους για μετατόπιση  $\Delta x = 2 \text{ m}$  στο κεκλιμένο επίπεδο αντιστοιχεί σε μεταβολή ύψους

$$h = \Delta x \cdot \eta\mu\varphi = 2 \cdot 0,6 \text{ m} = 1,2 \text{ m}$$

Άρα  $W_B = m \cdot g \cdot h \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = 1,625 \cdot 10 \cdot 1,2 \cdot (-1) \text{ J} = -19,5 \text{ J}$  μιας και η δύναμη του βάρους αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος.

(Μονάδες 5)

**4.3)** Χωρίς τη δύναμη  $F$  το σώμα θα κάνει ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον άξονα  $x'x$  και θα ισορροπεί στον άξονα  $y'y$ .

Στον  $y'y$ :

$$B_y = N \text{ ή } m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = N$$

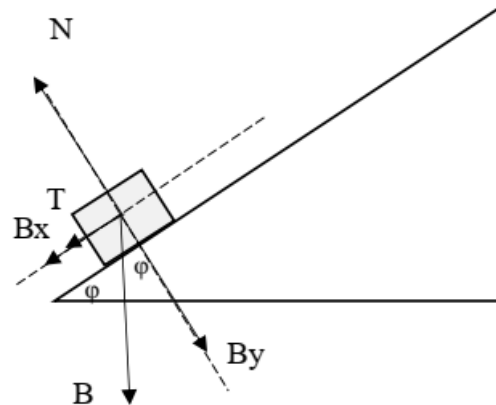
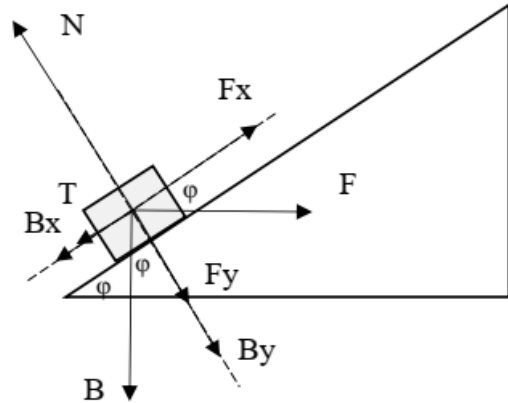
Στον  $x'x$ :

$$m \cdot \alpha = T' + B_x = \mu \cdot N + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \text{ ή}$$

$$m \cdot \alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

$$\alpha = \mu \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi + g \cdot \eta\mu\varphi$$

Άρα  $\alpha = (0,25 \cdot 10 \cdot 0,8 + 6) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ , με φορά αντίθετη της φοράς της αρχικής του ταχύτητας.



Το σώμα θα επιβραδυνθεί μέχρι να ακινητοποιηθεί μετά από χρόνο:  $v = v_0 - \alpha \cdot t_a$  ή  $0 = v_0 - \alpha \cdot t_a$  ή

$$t_a = \frac{v_0}{\alpha} = \frac{16}{8} s = 2 s$$

$$\text{έχοντας μετατοπιστεί κατά } \Delta x = v_0 \cdot t_a - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t_a^2 = \left(16 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4\right) m = 16 m$$

Όταν ακινητοποιηθεί το σώμα θα δέχεται την επίδραση του βάρους με τη συνιστώσα που είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$   $B_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 9,75 N$  να έχει μεγαλύτερο μέτρο από την οριακή στατική τριβή, οπότε το σώμα θα αρχίσει να γλιστράει πάλι προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κάνοντας μια ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

$$\text{(Από 2° νόμο Newton)} \quad m \cdot \alpha' = B_x - T' = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad \text{ή} \quad \alpha' = g \cdot \eta\mu\varphi - \mu \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\text{Συνεπώς } \alpha' = (6 - 0,25 \cdot 8) \frac{m}{s^2} = 4 \frac{m}{s^2}$$

Το σώμα θα μετατοπιστεί κατά  $\Delta x' = (16 + 16)m = 32 m$  ολισθαίνοντας προς τα κάτω με επιτάχυνση

$$4 \frac{m}{s^2} \text{ σε χρόνο } t_\kappa \text{ από } \Delta x' = \frac{1}{2} \cdot \alpha' \cdot t_\kappa^2 \quad \text{ή} \quad t_\kappa = 4 s$$

Το χρονικό διάστημα που θα χρειαστεί για να επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου θα είναι:

$$t_a + t_\kappa = 6 s$$

(Μονάδες 7)

**4.4)** Το έργο της τριβής του δαπέδου για την διαδρομή από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και για τα 16 m που ασκείται η F θα είναι:  $W_T = T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ$  αφού αντιτίθεται πάντα στη φορά της κίνησης. Το μέτρο της τριβής για το κομμάτι της διαδρομής που ασκείται η δύναμη F:

$$T = \mu \cdot (F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) = 0,25 \cdot (20 \cdot 0,6 + 1,625 \cdot 10 \cdot 0,8) N = (3 + 3,25) N = 6,25 N$$

$$W_T = T \cdot \Delta x_1 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -6,25 \cdot 16 J = -100 J$$

Για το υπόλοιπο κομμάτι της διαδρομής (16 m προς τα πάνω και 32 m επιστροφή στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου) η τριβή ολίσθησης είναι σταθερή κατά μέτρο και πάντα αντίθετη προς τη φορά της κίνησης.

$$T' = \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = (0,25 \cdot 1,625 \cdot 10 \cdot 0,8) N = 3,25 N$$

$$W_{T'} = T' \cdot \Delta x_2 \cdot \sigma\upsilon\nu 180^\circ = -3,25 \cdot 48 J = -156 J$$

$$\text{Άρα συνολικό έργο τριβής } -156 + (-100) = -256 J$$

(Μονάδες 7)

## Θέμα 13586

### Σχόλια :

1) Η διατύπωση «Υπολογίστε τα χαρακτηριστικά της κίνησης» είναι εντελώς ασαφής.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει την κινητική ενέργεια 357,5 J, ενώ η ακριβής τιμή είναι 387,5 J.

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι χρησιμοποιεί την προσεγγιστική τιμή του συντελεστή τριβής  $\mu \cong 0,5$  και υπολογίζει την τριβή στο 1ο διάστημα  $T = 46 \text{ N}$ , ενώ η ακριβής τιμή είναι  $T = 44 \text{ N}$ .

### Ενδεικτική Λύση

**4.1)** Κίνηση με σταθερή ταχύτητα, σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο Newton σημαίνει μηδενική συνολική δύναμη για το σώμα.

Άρα

Στον κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω  $\gamma'\gamma$ ):

$$F_y + B_y = N \text{ ή } F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi = N$$

Στον παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο άξονα (έστω  $\chi'\chi$ ):

$$F_x + T = B_x \text{ ή } F \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi + \mu \cdot N = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

Οπότε με αντικατάσταση του N στη δεύτερη σχέση

$$F \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi + \mu (F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi) = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi$$

$$\mu = \frac{m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - F \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi}{F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 0,6 - 20 \cdot 0,8}{20 \cdot 0,6 + 10 \cdot 10 \cdot 0,8} = \frac{60 - 16}{12 + 80} = \frac{44}{92} = 0,48 \cong 0,5$$

(Μονάδες 6)

**4.2)** Αν η δύναμη γίνει 25 N, η συνισταμένη στον άξονα  $\chi'\chi$  θα έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας, άρα το σώμα θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση στον  $\chi'\chi$ , ενώ θα συνεχίσει να ισορροπεί στον  $\gamma'\gamma$ .

Στον  $\gamma'\gamma$ :

$$F_y + B_y = N \text{ ή } F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi = N$$

Στον  $\chi'\chi$ :

$$F_x + T - B_x = m \cdot a \text{ ή } F \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi + \mu \cdot N - m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot a$$

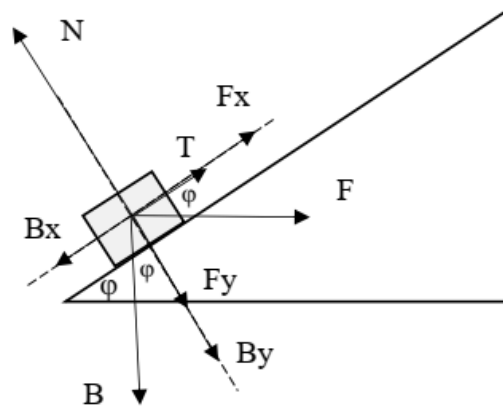
$$F \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi + \mu (F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\upsilon\varphi) - m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = m \cdot a$$

$$\alpha = \frac{25 \cdot 0,8 + 0,5(25 \cdot 0,6 + 10 \cdot 10 \cdot 0,8) - 10 \cdot 10 \cdot 0,6}{10} \frac{m}{s^2}$$

$$\alpha = \frac{20 + 7,5 + 40 - 60}{10} \frac{m}{s^2} \text{ ή } \alpha = 0,75 \frac{m}{s^2}$$

Άρα το σώμα ολισθαίνει προς τα κάτω με ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Δε θα προλάβει να ακινητοποιηθεί μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

(Μονάδες 6)



**4.3)** Η μετατόπιση  $\Delta x = 30 \text{ m}$  στο κεκλιμένο επίπεδο αντιστοιχεί σε μεταβολή ύψους κατά:

$$h = \Delta x \cdot \eta\mu\varphi = 30 \cdot 0,6\text{m} = 18 \text{ m}.$$

Άρα  $W_B = m \cdot g \cdot h = 1800 \text{ J}$  θετικό, αφού συνεισφέρει ενεργειακά στη μετακίνησή του σώματος.

Το έργο της δύναμης θα υπολογιστεί τμηματικά, αφού το μέτρο της αλλάζει στο μέσο της διαδρομής:

$$W_F = F \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu(180 - \varphi)^{\circ} + F' \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu(180 - \varphi)^{\circ}$$

$$W_F = 20 \cdot 15 \cdot (-0,8) + 25 \cdot 15 \cdot (-0,8) = [-240 + (-300)]\text{J} = -540 \text{ J}$$

(Μονάδες 6)

**4.4)** Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μπορεί να υπολογιστεί από το έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα για τη μετατόπιση  $\Delta x$ .

Το έργο της τριβής ολίσθησης θα υπολογιστεί επίσης τμηματικά, αφού το μέτρο της αλλάζει ανάλογα το μέτρο της F:

$$W_T = \mu \cdot [(F \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi) + (F' \cdot \eta\mu\varphi + m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi)] \cdot \frac{\Delta x}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu 180^{\circ}$$

$$W_T = 0,5 \cdot [(20 \cdot 0,6 + 10 \cdot 10 \cdot 0,8) + (25 \cdot 0,6 + 10 \cdot 10 \cdot 0,8)] \cdot \frac{30}{2} \cdot (-1) \text{ J}$$

$$W_T = -0,5 \cdot [(12 + 80) + (15 + 80)] \cdot 15 \text{ J} = -1402,5 \text{ J}$$

Άρα από το Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_B + W_F + W_T$$

$$K_{\text{τελ}} = W_B + W_F + W_T + K_{\text{αρχ}}$$

$$K_{\text{τελ}} = \left( 1800 - 540 - 1402,5 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 100 \right) \text{ J}$$

$$K_{\text{τελ}} = 357,5 \text{ J}$$

(Μονάδες 7)



### Θέμα 13636

#### Σχόλια

- 1) Η άσκηση είναι εκτός ύλης αφού ο νόμος του Hooke δεν περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη.
- 2) Η διατύπωση «Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι ακριβής. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε το ποσό της θερμικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης».

### Θέμα 13637

Σχόλιο : Η άσκηση είναι εκτός ύλης αφού ο νόμος του Hooke δεν περιλαμβάνεται στην εξεταστέα ύλη.

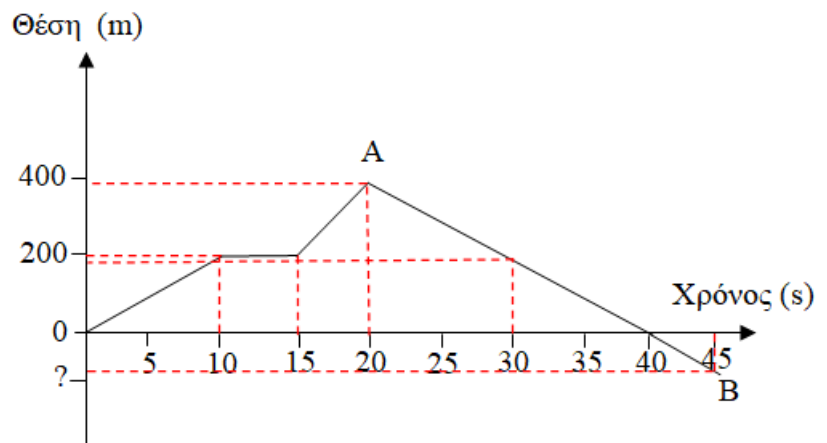
### Θέμα 13639

#### Σχόλια

- 1) Η έννοια του συντελεστή οριακής στατικής τριβής και ο νόμος της οριακής στατικής τριβής δεν υπάρχουν στο σχολικό βιβλίο, συνεπώς το ερώτημα 4.1 είναι εκτός ύλης.
- 2) Η διατύπωση «Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον» δεν είναι ακριβής. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να υπολογίσετε το ποσό της θερμικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης».

### Θέμα 12354

Πομπός GPS στερεώνεται στο σώμα ενός παπαγάλου ώστε να στέλνει διαρκώς την θέση του σε ερευνητές που τον παρακολουθούν. Ο παπαγάλος αφήνεται ελεύθερος και η πορεία του καταγράφεται στο πιο κάτω διάγραμμα. Θεωρούμε ότι το εργαστήριο από το οποίο ξεκινάει σε



χρόνο  $t = 0$  βρίσκεται στην θέση  $x = 0$  και ότι το πτηνό κινείται πάνω σε μια νοητή ευθεία καθ' όλη τη διαδρομή του.

Καλείστε να βοηθήσετε τη μελέτη της κίνησης του πτηνού. Υπολογίστε:

4.1) τη μέση ταχύτητα του παπαγάλου από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = 20s$  (σημείο A του διαγράμματος),

4.2) τη μέση ταχύτητα του παπαγάλου από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης, μέχρι τη χρονική στιγμή  $t = 30s$  μετά την εκκίνηση του,

4.3) τη θέση του πτηνού τη χρονική στιγμή  $t = 45s$  (σημείο B του διαγράμματος).

4.4) Σχεδιάστε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Μονάδες 6+7+6+6)

**Σχόλιο :** Το διάγραμμα δεν έχει σχεδιαστεί με ακρίβεια (π.χ. τη χρονική στιγμή 20 s η θέση δεν είναι ακριβώς 400 m ή τη χρονική στιγμή 30 s η θέση δεν είναι ακριβώς 200 m).

Επομένως δεν μπορούν να γίνουν ακριβείς υπολογισμοί με βάση το διάγραμμα.

**Η άσκηση καλύπτει την ύλη μόνο του Κεφαλαίου 1.1 και δεν είναι κατάλληλη για 4ο θέμα εξετάσεων.**