

ΘΕΜΑΤΑ Β

Κεφάλαιο 1

Οριζόντια βολή

Σχόλια για τα Θέματα 16039 (2.1), 16049 (2.1), 16085 (2.1), 16118 (2.2), 16206 (2.2), 16264 (2.1), 19477 (2.1), 19480 (2.2), 20230 (2.1), 21438 (2.2), 21440 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις χαρακτηριστικές θέσεις κάθε σώματος, τις αποστάσεις και τις ταχύτητες σε κάθε θέση.

Σχόλια για τα Θέματα 16098 (2.2), 16737 (2.1), 19651 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις χαρακτηριστικές θέσεις κάθε σώματος, τις αποστάσεις και τις ταχύτητες σε κάθε θέση.

Σχόλια για το Θέμα 16873 (2.1) :

- 1) Στην ερώτηση «ποια σφαίρα θα φτάσει πρώτη», δεν μπορεί να δοθεί η απάντηση «θα φτάσουν ταυτόχρονα».

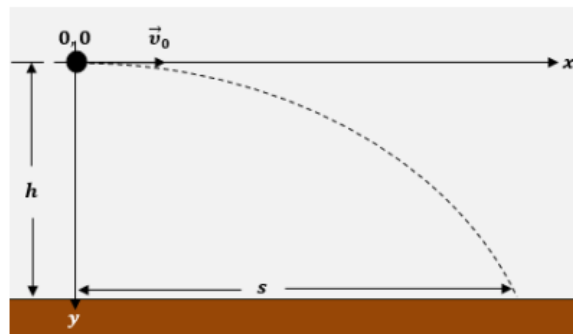
Μια καλύτερη διατύπωση της ερώτησης είναι :

«Αν  $v_A > v_B$ , τότε

- (α) θα φτάσει πρώτη στο έδαφος η Α ,
- (β) θα φτάσει πρώτη στο έδαφος η Β ,
- (γ) θα φθάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος».

- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει 6 (έξι) φορές τη λέξη «οριζόντιο/α» σε μία πρόταση!

**2.1.Β.** Μελετάμε γενικά μια οριζόντια βολή, αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις, σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων.



Μια οριζόντια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση, σε οριζόντιο ημιάξονα  $Ox$ , εξαιτίας της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας της σφαίρας, κατά την οποία η τελική οριζόντια απόσταση στην οποία φτάνει στο οριζόντιο έδαφος (βεληνεκές), είναι:

$$s = v_0 \cdot \Delta t_{βολ.} \quad (1)$$

όπου  $v_0$  το μέτρο της αρχικής οριζόντιας ταχύτητας της σφαίρας και  $\Delta t_{βολ.}$  ο χρόνος που διαρκεί η βολή, από την εκτόξευση της σφαίρας, μέχρι αυτή να φτάσει στο έδαφος.

## Ομαλή κυκλική κίνηση

Σχόλια για τα Θέματα 16085 (2.2), 16115 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις χαρακτηριστικές θέσεις κάθε σώματος, τις αποστάσεις και τις ταχύτητες σε κάθε θέση.

Σχόλιο το Θέμα 16119 (2.2) :

Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι η κίνηση είναι **ομαλή** κυκλική.

Σχόλιο για το Θέμα 16209 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις θέσεις Α, Γ και τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα στις θέσεις αυτές.

Σχόλια για το Θέμα 16390 (2.2) :

1) Η έλικα είναι στερεό που περιστρέφεται γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της.

Η διατύπωση «Η έλικα . . . εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση» είναι **λάθος**.

Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Η έλικα ενός ανεμιστήρα περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα».

2) Η εκφώνηση αναφέρει ότι «Το σημείο Α βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής της έλικας σε σχέση με το σημείο Β», επομένως ισχύει :  $r_A < r_B$ , άρα  $v_A < v_B$ .

Η απάντηση του συγγραφέα είναι **λανθασμένη !**

**2.2.**

**2.2.A.** Σωστή απάντηση η (β)

**Μονάδες 4**

**2.2.B.**

Η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της έλικας δίνεται από την σχέση  $u = \frac{2\pi r}{T}$ , όπου  $T$  η περίοδος της τροχιάς και  $r$  η ακτίνα της. Όλα τα σημεία της έλικας έχουν την ίδια περίοδο, οπότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας θα είναι ανάλογο με την ακτίνα περιστροφής. Επειδή ισχύει  $r_A > r_B$ , θα έχουμε ότι  $u_A > u_B$ , δηλαδή το σημείο στο Α έχει μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από το Β.

**Μονάδες 9**

Σχόλια για το Θέμα 16489 :

- 1) Η «Ρόδα» είναι στερεό που περιστρέφεται γύρω από άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της. Η διατύπωση «Η Ρόδα . . . εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση» είναι **λάθος**. Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Η Ρόδα ενός Λούνα Πάρκ περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με την ταχύτητα του σημείου Α και τις δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί.

**ΘΕΜΑ 2**

**2.1.**

**2.1.A.** Σωστή απάντηση η (β)

**Μονάδες 4**

**2.1.B.**

Στην ανώτερη θέση Α το παιδί που κρατά την μπάλα έχει γραμμική ταχύτητα  $u$  με κατεύθυνση εφαπτόμενη στο Α προς τα δεξιά, συμμετέχοντας στην κίνηση της ρόδας. Άρα την στιγμή που αφήνει την μπάλα, θα έχει και αυτή οριζόντια ταχύτητα προς τα δεξιά, εκτελώντας οριζόντια βολή και άρα θα πέσει στο σημείο Γ.

**Μονάδες 8**

**2.2.**

**2.2.A.** Σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 4**

**2.2.B.**

Στην θέση Α και καθώς στρέφεται η ρόδα, οι δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί είναι: το βάρος  $mg$  του παιδιού προς το κέντρο της ρόδας και η κάθετη αντίδραση  $N$  στην ίδια διεύθυνση αλλά προς τα πάνω.

Λόγω της κυκλικής κίνησης, είναι:

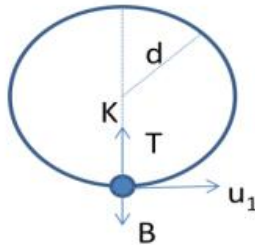
$$\Sigma F = F_{\kappa} \Leftrightarrow m \cdot g - N = \frac{m \cdot u^2}{R} \Leftrightarrow N = m \cdot g - \frac{m \cdot u^2}{R} \Leftrightarrow N = m \cdot \left( g - \frac{u^2}{R} \right) \Leftrightarrow \frac{N}{m} = g - \frac{u^2}{R}$$

**Μονάδες 9**

Σχόλια για το Θέμα 16639 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας εφαρμόζει την ΑΔΜΕ, χωρίς προηγουμένως να ορίσει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

**2.2.B.**



Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα, μεταξύ της ανώτερης και κατώτερης θέσης της τροχιάς της:

$E_{μηχ_{αρχ}} = E_{μηχ_{τελ}}$ . Επομένως έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 + m \cdot g \cdot 2d = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1^2 \rightarrow$$

$$u_1^2 = u^2 + 4 \cdot g \cdot d \quad (1)$$

Στην κατώτερη θέση η συνισταμένη δύναμη ισούται με την κεντρομόλο δύναμη που ασκείται στο σώμα:  $\Sigma F = F_k$ , δηλαδή:  $T_{ορ} - mg = m \cdot \frac{u_1^2}{d}$ . Λόγω της σχέσης (1):

$$T_{ορ} = m \cdot \left( \frac{u_1^2}{d} + g \right) = m \cdot \left( \frac{u^2 + 4 \cdot g \cdot d}{d} + g \right)$$

$$\text{Άρα: } T_{ορ} = m \cdot \left( \frac{u^2}{d} + 5g \right)$$

**Μονάδες 9**

Σχόλια για το Θέμα 20105 (2.2) :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι

- α) η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει σταθερό μέτρο  $g$ ,
- β) οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη

## Κεφάλαιο 2

Σχόλια για τα Θέματα 15891 (2.1), 20048 (2.1) : Στην απάντησή του ο συγγραφέας γράφει

1) «... αφού το σύστημα είναι μονωμένο...».

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το σύστημα είναι μονωμένο.

Επειδή η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα, δεχόμαστε ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

2) τη φράση : «η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον ...».

Η διατύπωση δεν είναι σωστή. Κατά τη διάρκεια της κρούσης, ένα ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια.

### 2.1.B.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, έχουμε:

$$m \cdot v = 4 \cdot m \cdot V, V = \frac{v}{4} [1]$$

Η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$Q = |\Delta K_{\text{συστ}}| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 2 \cdot m \cdot \frac{v^2}{16} = \frac{3}{8} \cdot m \cdot v^2 [2]$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που ρέει ως θερμότητα στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = \frac{\frac{3}{8} \cdot m \cdot v^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2} = 75\%$$

**Μονάδες 8**

Σχόλιο για το Θέμα 15997 (2.1) :

Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν το  $\Delta p$  είναι η αλγεβρική μεταβολή της ορμής ή το μέτρο της μεταβολής της ορμής. Αν ισχύει η 1η εκδοχή τότε σωστή απάντηση είναι η (β), ενώ αν ισχύει η 2η εκδοχή τότε σωστή απάντηση είναι η (α).

Σχόλιο για το Θέμα 16037 (2.1) :

Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά την ελάττωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της κρούσης και όχι την «απώλεια στην κινητική ενέργεια λόγω της κρούσης».

Σχόλιο για το Θέμα 16037 (2.2) :

Από το διάγραμμα προκύπτει ότι τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$  η ταχύτητα του Α μεταβάλλεται από  $v_A = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  σε  $v_A' = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , σε χρονική διάρκεια  $\Delta t = 0$ , πράγμα αδύνατο.

Σχόλιο για το Θέμα 16045 (2.2) :

Η δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν έχει σταθερό μέτρο.

Σχόλια για το Θέμα 16049 (2.2) :

1) Κατά τη διάρκεια της κρούσης το σώμα παραμορφώνεται, με αποτέλεσμα οι ταχύτητες των σημείων του σώματος να είναι διαφορετικές.

**Το διάγραμμα απεικονίζει το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας του σώματος.**

2) Η δύναμη που δέχεται το σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν έχει σταθερό μέτρο, άρα **το μέτρο της ταχύτητας δεν μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.**

Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχθηκε το σώμα κατά τη διάρκεια της κρούσης.

Σχόλια για το Θέμα 16066 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στην πρόταση «Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα είναι», παρέλειψε τη λέξη **μονωμένο**.

2) εφαρμόζει την Α.Δ.Ο. αλγεβρικά, χωρίς να δικαιολογήσει γιατί τα δύο κομμάτια κινούνται στην ίδια ευθεία.

**2.1.**  
**2.1.A.** Σωστή απάντηση η (β)

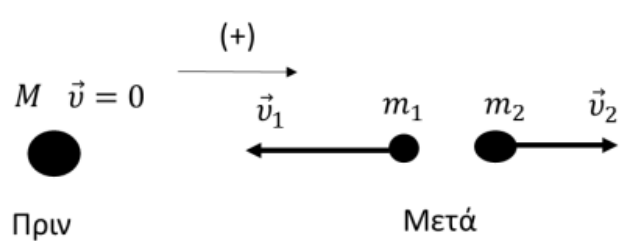
**2.1.B.**

Κατά τη διάρκεια της έκρηξης το σύστημα είναι,

$\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0.$

Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής για την έκρηξη

Πριν  $M \vec{v} = 0$  (+) Μετά



Μονάδες 4

$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow 0 = m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 \Rightarrow 0 = -m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \Rightarrow m \cdot v_1 = 2m \cdot v_2 \Rightarrow v_1 = 2v_2$

$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 \cdot v_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m \cdot 4v_2^2}{2m \cdot v_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$

Μονάδες 8

Σχόλιο για το Θέμα 16119 (2.1) :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι **οι βαρυτικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα αθλητής – Γη από τα υπόλοιπα ουράνια σώματα δεν λαμβάνονται υπ' όψη**, ώστε να δεχθούμε ότι το σύστημα είναι μονωμένο.

Σχόλιο για το Θέμα 16209 (2.2) :

Η εκφώνηση δεν ορίζει θετική φορά κίνησης και δεν διευκρινίζει αν ζητά το μέτρο ή την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας.

Στην 1η περίπτωση η σωστή απάντηση είναι η β, ενώ στη 2η περίπτωση η σωστή απάντηση είναι η α.

Σχόλιο για το Θέμα 16116 (2.2) :

Η εκφώνηση έπρεπε να λέει ότι «οι σφαίρες κινούνται στην ίδια ευθεία».  
Η έννοια της κεντρικής κρούσης διδάσκεται στη Γ' Λυκείου.

Σχόλιο για το Θέμα 16733 (2.2) :

Η διατύπωση «Δύο μάζες . . . κινούνται . . . Οι μάζες συγκρούονται . . . » είναι λανθασμένη.  
Η μάζα δεν είναι σώμα αλλά φυσικό μέγεθος.  
Η σωστή διατύπωση είναι «Δύο σώματα με μάζες  $m_1, m_2$  . . . κινούνται. Τα σώματα συγκρούονται . . .».

Σχόλια για το Θέμα 19653 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι
  - α) η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει σταθερό μέτρο  $g$ ,
  - β) οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν δικαιολογεί γιατί οι ορμές των δύο κομματιών μετά τη διάσπαση είναι αντίθετες.

**2.2.**

**2.2.A.** Σωστή απάντηση είναι η (γ)

**Μονάδες 4**

**2.2.B.**

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με ταχύτητες μέτρων  $v_1$  και  $v_2$ , αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης  $t_{ολ}$  είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{ολ}^2, \quad t_{ολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}.$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = v_o \cdot t_{ολ}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \quad v_2 \cdot t_2 = 2 \cdot v_1 \cdot t_1, \quad v_2 \cdot t_{ολ} = 2 \cdot v_1 \cdot t_{ολ}, \quad v_2 = 2 \cdot v_1$$

Κατά την έκρηξη διατηρείται η ορμή:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$$

$$0 = m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2,$$

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2, \quad m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot 2 \cdot v_1, \quad m_1 = 2 \cdot m_2, \quad \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Σχόλια για το Θέμα 20813 (2.1) :

- 1) Με βάση τις τιμές των ταχυτήτων  $u_1 = 100 \frac{m}{s}$  και  $u_2 = 50 \frac{m}{s}$  της εκφώνησης, η μεταβολή της ορμής είναι  $\Delta p_1 = -62,5 \text{ Kg} \frac{m}{s}$ , άρα **δεν υπάρχει σωστή απάντηση**.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας χρησιμοποιεί διαφορετικές τιμές ταχυτήτων από την εκφώνηση και βρίσκει σωστή απάντηση τη γ.

**2.1.**

**2.1.A.** Σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 4**

**2.1.B.**

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετ}}$$

$$m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2 = (m_1 + m_2) \cdot V \Leftrightarrow$$

$$0,5 \text{ kg} \cdot 90 \frac{m}{s} - 2,5 \text{ kg} \cdot 30 \frac{m}{s} = (0,5 \text{ kg} + 2,5 \text{ kg}) \cdot V \Leftrightarrow V = -10 \text{ m/s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής του σώματος  $m_1$ , είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}'_1 - \vec{p}_1$$

$$\Delta p_1 = m_1 \cdot (-V) - m_1 \cdot u_1 = -0,5 \cdot (10 + 90) = -50 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

**Μονάδες 8**

Σχόλια για το Θέμα 21173 (2.1) :

- 1) Το σύμβολο της ορμής είναι  $p$  (μικρό) και όχι  $P$  (κεφαλαίο).
- 2) Η διατύπωση «Κατά τη σύγκρουση μεταφέρθηκε από το πρώτο σώμα στο δεύτερο ορμή  $\frac{3P}{4}$ » δεν είναι σωστή.  
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Η μεταβολή της ορμής του δεύτερου σώματος κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης είναι  $\frac{3p}{4}$ ».

Σχόλιο για το Θέμα 21388 (2.1) :

Το σχολικό βιβλίο χρησιμοποιεί τον όρο «μονωμένο σύστημα» και όχι «κλειστό σύστημα».

Σχόλιο για το Θέμα 21763 (2.1) :

Η εκφώνηση δεν περιέχει επαρκή δεδομένα ώστε ο μαθητής να τεκμηριώσει την απάντησή του.

Σχόλιο για το Θέμα 21817 (2.1) : Η εκφώνηση έχει υπερβολικά μεγάλη έκταση για θέμα εξετάσεων.



### Κεφάλαιο 3

Σχόλιο για το Θέμα 15885 (2.1) :

Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Αν διπλασιαστεί η **απόλυτη** θερμοκρασία . . . ».

Σχόλιο για το Θέμα 16071 (2.2) :

Στα ερωτήματα (α), (β), (γ) η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει την **απόλυτη** θερμοκρασία (T).

Σχόλιο για το Θέμα 16325 (2.1) :

Σύμφωνα με την εκφώνηση ισχύει  $T_2 = 2T_1$ , οπότε προκύπτει ότι  $p_2 = 2p_1$ .

Στην απάντησή του ο συγγραφέας χρησιμοποιεί λανθασμένη σχέση θερμοκρασιών ( $T_2 = \frac{T_1}{2}$ ) και βρίσκει λανθασμένη σχέση για τις πιέσεις ( $p_1 = 2p_2$  δηλαδή  $p_2 = \frac{p_1}{2}$ ) !

**2.1.**

**2.1.A.** Σωστή απάντηση η (β)

**Μονάδες 4**

**2.1.B.**

Αφού ο όγκος παραμένει σταθερός, η μεταβολή είναι ισόχωρη και ισχύει  $\frac{P}{T} = \text{σταθ}$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς, είναι:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{\frac{T_1}{2}}$$

$$P_1 = 2 \cdot P_2$$

(Μονάδες 6)

Σχόλιο για το Θέμα 16873 (2.2) :

Το σύμβολο της πίεσης είναι το p (μικρό) και όχι P (κεφαλαίο).

Σχόλιο για το Θέμα 20233 (2.2) :

Ο όρος «γραμμομόριο» έχει αντικατασταθεί από τον όρο «mol».

Σχόλιο για Θέμα 21439 (2.1) : Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι το έμβολο κινείται **χωρίς τριβές**.

Σχόλια για το Θέμα 16388 (2.1) :

1) Η εκφώνηση δεν έχει επαρκή δεδομένα.

π.χ. δεν αναφέρει το μπαλόνι είναι μονωμένο ή αν η θερμοκρασία και η πίεση στο εσωτερικό του μπαλονιού είναι σταθερές.

Η ερώτηση είναι ακατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας θεωρεί ότι το μπαλόνι είναι μονωμένο και βασιζόμενος στην αρχή διατήρησης της ορμής καταλήγει στο συμπέρασμα ότι δεν αλλάζει το **σχήμα** του μπαλονιού (ενώ η εκφώνηση αναφέρεται στο **μέγεθος** του μπαλονιού).

Όμως, η διατήρηση της ορμής ενός συστήματος δεν εξασφαλίζει ότι ο όγκος του είναι σταθερός.

π.χ. μετά την έκρηξη ενός βεγγαλικού, τα κομμάτια του απομακρύνονται μεταξύ τους με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο όγκος του συστήματος.

**2.1.**

**2.1.A.** Σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 4**

**2.1.B.**

Η ορμή των μορίων μεταβάλλεται μετά από τις συγκρούσεις, αλλά η συνολική ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή, αφού το σύστημα είναι μονωμένο. Κατά συνέπεια δεν αλλάζει το σχήμα του

μπαλονιού

**Μονάδες 9**

Σχόλιο για το Θέμα 21490 (2.1) : Η κυκλική μεταβολή είναι η ΑΒΓΔΑ και όχι η ΑΒΓΔ.

## Κεφάλαιο 4

Σχόλια για το Θέμα 15997 (2.2) :

Ο 1ος νόμος της Θερμοδυναμικής, για ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής, γράφεται συμβολικά :

$$Q_{ολ} = W_{ολ} + \Delta U_{ολ}. \quad (1)$$

Αφού η μεταβολή είναι κυκλική, το σύστημα επανέρχεται στην αρχική κατάσταση, άρα :  $\Delta U_{ολ} = 0$ . (2)

Το συνολικό ποσό θερμότητας που αντάλλαξε το σύστημα με το περιβάλλον είναι :

$$Q_{ολ} = Q_h + Q_c \quad \text{ή (αφού } Q_c < 0) \quad Q_{ολ} = Q_h - |Q_c|. \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow Q_h - |Q_c| = W_{ολ} \quad \text{ή} \quad Q_h = |Q_c| + W_{ολ}. \quad (\text{Σωστή απάντηση : } \gamma)$$

Στην απάντησή του ο συγγραφέας **δεν δικαιολογεί γιατί** η σωστή απάντηση είναι η (γ).

**2.2.**

**2.2.A.** Σωστή απάντηση είναι η (γ).

**Μονάδες 4**

**2.2.B.** Η θερμότητα  $Q_c$ , δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική, γιατί αποβάλλεται από το σύστημα.

**Μονάδες 9**

Σχόλιο για το Θέμα 20634 (2.2) :

Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά το ελάχιστο ποσό θερμότητας  $Q_{h(\min)}$  που απορροφά η μηχανή σε ένα κύκλο.

## Κεφάλαιο 5

### Ηλεκτρικό πεδίο

Σχόλιο για το Θέμα 16115 (2.2) : Τα σωμάτια α δεν είναι «σωματίδια» (δεν είναι στοιχειώδη).

Σχόλιο για τα Θέματα 16117 (2.1), 20643 (2.1) :

Η έκφραση «κατακόρυφο ηλεκτρικό πεδίο» είναι λάθος.  
Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι κατακόρυφες.

Σχόλιο για το Θέμα 16734 (2.2) :

Η διατύπωση «Η ταχύτητα που θα αποκτήσουν μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού 4 V θα είναι», είναι λάθος.

Το σωστό είναι : «Η ταχύτητα που θα αποκτήσουν όταν επιταχυνθούν μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού 4 V θα είναι» . . .

Σχόλιο για το Θέμα 20799 (2.1) :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα δύο σωματίδια, τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, τις ταχύτητές τους και την απόστασή τους.

β) δεν τεκμηριώνει επαρκώς γιατί η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων είναι ελάχιστη τη στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες.

**2.1.**

**2.1.A.** Σωστή απάντηση η (γ)

**Μονάδες 4**

**2.1.B.**

Με την εκτόξευση του πρωτονίου, λόγω των απωστικών δυνάμεων στα δύο σωμάτια, το πρωτόνιο επιβραδύνει και το σωματίο α επιταχύνει. Όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη, η ταχύτητα των δύο σωματιδίων στιγμιαία θα είναι η ίδια:  $u_p = u_\alpha$ . Οι δυνάμεις μεταξύ τους είναι εσωτερικές του συστήματος, άρα αυτό είναι μονωμένο και ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (ΑΔΟ):

$$\begin{aligned} \vec{p}_{\text{πριν}} &= \vec{p}_{\text{μετ}} \\ m_p \cdot u_0 &= m_p \cdot u_p + m_\alpha \cdot u_\alpha \Leftrightarrow m_p \cdot u_0 = m_p \cdot u_p + 4 \cdot \cancel{m_\alpha} \cdot u_p \Leftrightarrow \\ m_p \cdot u_0 &= 5 \cdot m_p \cdot u_p \Leftrightarrow u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{5} \end{aligned}$$

**Μονάδες 8**

Σχόλιο για το Θέμα 16867 (2.2) :

Στην απάντησή του συγγραφέας γράφει για το μέτρο της επιτάχυνσης  $\alpha_2$  :  $\alpha_2 = \frac{-e2E}{m}$ .

Το μέτρο ενός μεγέθους δεν μπορεί να είναι αρνητικό. Η σωστή σχέση είναι :  $\alpha_2 = \frac{e2E}{m}$ .

## 2.2.

### 2.2.A. Σωστή πρόταση η (γ)

Μονάδες 4

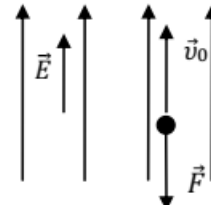
### 2.2.B.

Το ηλεκτρόνιο δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  με φορά αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = -e\vec{E} \Rightarrow m\vec{a}_1 = -e\vec{E} \quad (1)$$

και τελικά για το μέτρο της  $\vec{a}_1$  έχουμε

$$\alpha_1 = \frac{eE}{m} = \text{σταθερή} \quad (2)$$



M

Μονάδες 3

Επομένως, για το μέτρο της μετατόπισης του ηλεκτρονίου ισχύει

$$\Delta x_1 = v_0 \Delta t_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 \Delta t_1^2 \quad (3)$$

Θέτοντας στη σχέση (3)  $\Delta x_1 = 0$  έχουμε

$$\Delta t_1 = \frac{2v_0}{\alpha_1} \quad (4)$$

Μονάδες 3

Όταν το ηλεκτρόνιο εκτοξευτεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο διπλάσιας έντασης με ανάλογους συλλογισμούς έχουμε

$$\alpha_2 = \frac{-e2E}{m} = 2\alpha_1 = \text{σταθερή} \quad (5)$$

$$\text{και } \Delta t_2 = \frac{2v_0}{\alpha_2} \quad (6)$$

Από τις σχέσεις (4), (5) και (6) έχουμε τελικά

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}$$

Μονάδες 3

Σχόλιο για το Θέμα 20796 (2.1) :

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο, επομένως δεν έχει μάζα ή ταχύτητα. Η σωστή διατύπωση είναι: «Ένα σωματίδιο που έχει ηλεκτρικό φορτίο + q και μάζα m, εκτοξεύεται ...».

Σχόλια για το Θέμα 20893 (2.2) :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι δεν υπάρχουν τριβές και οι βαρυτικές δυνάμεις είναι ασήμαντες, ώστε να δεχθούμε ότι το σύστημα είναι μονωμένο.
- 2) Στην απάντησή του συγγραφέας δεν τεκμηριώνει γιατί η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων είναι ελάχιστη τη στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες.

**2.2.**

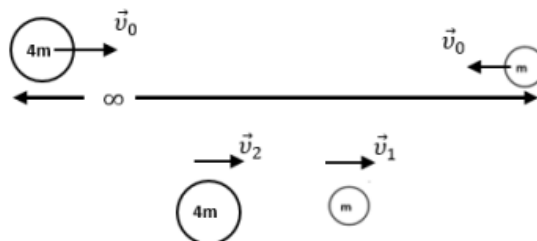
**2.2.A. Σωστή απάντηση η (α)**

**Μονάδες 4**

**2.2.B.** Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων δίνεται από τη σχέση

$$U = K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{x}$$

Παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η μεταξύ των σωματιδίων απόσταση  $x$  γίνει ελάχιστη. Η απόσταση  $x$  γίνεται ελάχιστη στην κατάσταση όπου τα σώματα αποκτούν ίσες ταχύτητες, μέτρου  $v_1 = v_2 = v$ . Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής:



$$\vec{P}_{αρχ\ συσ} = \vec{P}_{τελ\ συσ} \Rightarrow \vec{P}_{4m} + \vec{P}_m = \vec{P}'_{4m} + \vec{P}'_m$$

$$4m \cdot v_0 - m \cdot v_0 = 4m \cdot v_2 + m \cdot v_1$$

$$4m \cdot v_0 - m \cdot v_0 = 4m \cdot v + m \cdot v \Rightarrow 3m \cdot v_0 = 5m \cdot v$$

$$v = \frac{3v_0}{5}$$

Άρα, τα σώματα αποκτούν ταχύτητες ίσου μέτρου  $v_1 = \frac{3v_0}{5}$  και  $v_2 = \frac{3v_0}{5}$

**Μονάδες 9**

Σχόλιο για το Θέμα 20895 (2.1) : Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και όχι σωματίδιο, επομένως δεν έχει μάζα ή κινητική ενέργεια.

Η σωστή διατύπωση είναι : «εκτοξεύουμε ένα σωματίδιο . . . με κινητική ενέργεια  $K_0$  εναντίον ενός ακλόνητου σωματιδίου . . . ».

Σχόλιο για το Θέμα 21173 (2.2) : Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές των δύο πεδίων, τις δυνάμεις που δέχεται το σωματίδιο, τις φορτισμένες πλάκες στο 2ο πεδίο, την ταχύτητα και τις συνιστώσες της καθώς και τη γωνιακή εκτροπή.

### 2.2.B.

Πριν εισέλθει στο πεδίο το φορτισμένο σωματίδιο μάζας  $m$  και φορτίου  $q$ , επιταχύνεται λόγω της διαφοράς δυναμικού  $V_0$  και αποκτά κινητική ενέργεια. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 - 0 = q \cdot V_0, \text{ οπότε: } m \cdot u_0^2 = 2 \cdot q \cdot V_0 \quad (1)$$

Κατά την έξοδο του σωματιδίου από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η ταχύτητα του στον  $x$  άξονα θα είναι  $u_x = u_0$  (2) και στον  $y$  άξονα θα είναι:

$$u_y = a \cdot t = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{Eq}{m} \cdot t = \frac{qV_0}{dm} \cdot t \quad (3)$$

Την χρονική στιγμή που το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο έχει διανύσει μέσα σε αυτό οριζόντια απόσταση  $2d$ , οπότε ισχύει:  $2d = u_0 \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{2d}{u_0}$

$$\text{Άρα, η σχέση (3) μας δίνει: } u_y = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0} \quad (4)$$

Η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου θα είναι:  $\epsilon\phi = \frac{u_y}{u_x}$ . Λόγω των σχέσεων (1), (2), (4)

$$\text{έχουμε: } \epsilon\phi = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0^2} = \frac{2qV_0d}{2qV_0d} = 1.$$

Επομένως:  $\phi = 45^\circ$ , σωστή είναι η απάντηση (α).

**Μονάδες 9**

## Βαρυτικό πεδίο

Σχόλιο για το Θέμα 16083 (2.2) :

Η σωστή διατύπωση είναι : «Αν ο λόγος των ακτίνων των κυκλικών τροχιών . . . ».

Σχόλιο για το Θέμα 16096 (2.2) :

Η τροχιά του Hubble γύρω από τη Γη δεν είναι κυκλική αλλά ελλειπτική και η ταχύτητά του δεν έχει σταθερό μέτρο.

Σχόλιο για το Θέμα 16385 (2.2) :

Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι οι επιδράσεις των υπόλοιπων ουρανίων σωμάτων δεν λαμβάνονται υπ' όψη.

Σχόλιο για το Θέμα 16638 (2.1) :

Μία καλύτερη διατύπωση για την απάντηση (γ) είναι : «Όταν ένα σώμα αφήνεται ελεύθερο σε βαρυτικό πεδίο, η δυναμική ενέργεια μειώνεται».



## ΘΕΜΑΤΑ Δ

### Κεφάλαιο 1

#### Σχόλιο για το Θέμα 16110 :

1) Το ερώτημα 4.1 δεν έχει διατυπωθεί με σαφήνεια.

Μία καλύτερη διατύπωση για το ερώτημα 4.1 είναι : «Υπολογίστε την **ελάχιστη** ακτίνα του κύκλου ώστε οι επιβάτες να μην αισθανθούν οριζόντια επιτάχυνση μεγαλύτερη από 0,1g».

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, την τροχιά, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διάνυσε, την ταχύτητα και τις συνιστώσες της καθώς και τη γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με την οριζόντια.

#### Σχόλιο για τα Θέματα 16053, 16136, 16253, 16365 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, την τροχιά, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διάνυσε, την ταχύτητα και τις συνιστώσες της καθώς και τη γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με την οριζόντια.

#### Σχόλιο για το Θέμα 20108 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα στις χαρακτηριστικές θέσεις, την τροχιά, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διάνυσε, την ταχύτητα τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

β) στο ερώτημα 4.3 εφαρμόζει την ΑΔΜΕ, χωρίς προηγουμένως να ορίσει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας

## Κεφάλαιο 2

### Σχόλιο για το Θέμα 16041 :

Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει ότι το ερώτημα 4.4 αναφέρεται στο μέτρο της μεταβολής της ορμής του **συσσωματώματος**.

### Σχόλιο για το Θέμα 16042 :

Το ερώτημα 4.3 δεν διευκρινίζει αν ζητά το μέτρο ή την αλγεβρική τιμή της μέσης δύναμης.

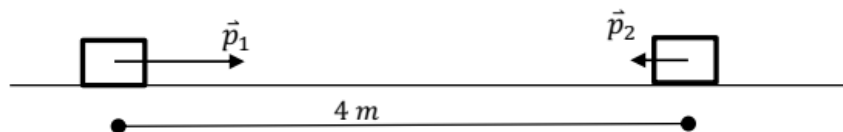
### Σχόλιο για το Θέμα 16050 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 δεν γράφει τις εξισώσεις της κίνησης των δύο σωμάτων, ώστε να υπολογίσει τη χρονική στιγμή της σύγκρουσης, αλλά χρησιμοποιεί μία σχέση με αναλογίες χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.

4.1. Το μέτρο της ορμής των δύο σωμάτων είναι:

$$p_1 = m \cdot v_1 = 0,2 \cdot 6 = 1,2 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ με κατεύθυνση προς τα δεξιά}$$

$$\text{και } p_2 = m \cdot v_2 = 0,2 \cdot 2 = 0,4 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ με κατεύθυνση προς τα αριστερά.}$$



**Μονάδες 6**

4.2. Τα δύο σώματα κινούνται ευθύγραμμα και ομαλά. Έστω ότι θα συγκρουστούν τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

Αν το πρώτο σώμα έχει διανύσει απόσταση  $x$  τότε το άλλο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση  $4 - x$ , οπότε:

$$\frac{x}{v_1} = \frac{4-x}{v_2} \text{ ή } \frac{x}{6} = \frac{4-x}{2}, \text{ άρα το πρώτο σώμα θα έχει καλύψει απόσταση } x = 3 \text{ m σε χρόνο:}$$

$$t_1 = \frac{x}{v_1} = \frac{3}{6} \text{ s} = 0,5 \text{ s}$$

**Μονάδες 6**

### Σχόλια για το Θέμα 16072 : Η εκφώνηση

1) στην 1η πρόταση λέει ότι «Δύο σώματα . . . κινούνται πάνω σε λείο».

Λείπει η φράση «οριζόντιο επίπεδο».

2) Στο ερώτημα 4.3 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής.

Σχόλια για το Θέμα 16093 :

- 1) Η διατύπωση στο ερώτημα 4.2 «να υπολογίσετε τη χρονική άφιξη» είναι **λάθος**. Προφανώς, εννοεί να υπολογιστεί **η χρονική στιγμή της άφιξης** στο μέγιστο ύψος.
- 2) Στο ερώτημα 4.4 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο της μεταβολής της ορμής.

Σχόλια για το Θέμα 16270 :

- 1) Στο ερώτημα 4.2 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο της δύναμης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 γράφει «. . η σφαίρα  $m_1$  δέχεται τη μέση δύναμη  $\vec{F}_1$  . . . ». Στη συνέχεια αναφέρεται στο **μέτρο** της μέσης δύναμης  $\vec{F}_1$ , ενώ γράφει τη διανυσματική και την αλγεβρική σχέση για τη δύναμη.

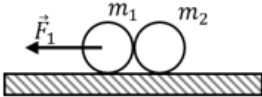
Στη διάρκεια της κρούσης η σφαίρα δέχεται δύναμη  $\vec{F}_1$  μεταβλητού μέτρου.

Η αλγεβρική τιμή της μέσης δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση :  $\bar{F}_1 = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$ .

**4.2.** Κατά τη σύγκρουση των δύο μαζών η σφαίρα  $m_1$  δέχεται τη μέση δύναμη  $\vec{F}_1$  από τη σφαίρα  $m_2$ , το μέτρο της οποίας υπολογίζεται από τη σχέση

$$\vec{F}_1 = \frac{\Delta \vec{P}_1}{\Delta t} \Leftrightarrow \bar{F}_1 = \frac{\vec{P}_1 \tau \epsilon \lambda - \vec{P}_1 \alpha \rho \chi}{\Delta t}$$
$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot U_1' - (+m_1 \cdot U_1)}{\Delta t}$$
$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot U_1' - m_1 \cdot U_1}{\Delta t}$$
$$F_1 = \frac{-m_1 \cdot (U_1' + U_1)}{\Delta t}$$

Αντικαθιστώ αριθμητικές τιμές και η

$$F_1 = -3600N$$


Η δύναμη αυτή έχει μέτρο  $F_1 = 3600N$  και κατεύθυνση προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα.

**Μονάδες 6**

Σχόλια για το Θέμα 16111 :

- 1) Στα ερωτήματα 4.1, 4.2, 4.3 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο του μεγέθους.
- 2) Οι δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωμάτων κατά τη διάρκεια της κρούσης **δεν είναι σταθερές** και η αλγεβρική τιμή της ορμής κάθε σώματος δεν μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο.

Σχόλια για το Θέμα 16271 :

- 1) Στα ερωτήματα 4.1, 4.2, 4.4 δεν διευκρινίζει αν ζητά την αλγεβρική τιμή ή το μέτρο του μεγέθους.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) στο ερώτημα 4.2 υπολογίζει την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας  $v_B = -20 \text{ m/s}$ , ενώ στη συνέχεια γράφει ότι το **μέτρο** της ταχύτητας είναι  $v_B = 20 \text{ m/s}$ .  
Το σωστό είναι : το μέτρο της ταχύτητας είναι  $|v_B| = 20 \text{ m/s}$ .
  - β) στο ερώτημα 4.4, στη σχέση υπολογισμού της  $\Delta P_B$ , το μέτρο της ταχύτητας του B είναι  $|v_B|$ .

**4.2.** Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για το βλήμα για την κατακόρυφη μετακίνηση του κατά  $y=60\text{m}$  από τη θέση Α στη θέση (Γ)

$$K_{\text{τελ}}^{(\Gamma)} - K_{\text{αρχ}}^{(A)} = W_W$$
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 = -m \cdot g \cdot y \Leftrightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2g \cdot y}$$
$$v = 20 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζω Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.) κατά την έκρηξη του βλήματος στα τμήματα Α και Β. Εάν  $m$  είναι η μάζα του βλήματος τα τμήματα Α και Β έχουν ίσες μάζες  $m_A = m_B = \frac{m}{2}$ .

$$\vec{P}_{\text{αρχ}} \text{ συσ} = \vec{P}_{\text{τελ}} \text{ συσ}$$
$$\vec{P}_{\beta\lambda} = \vec{P}_A + \vec{P}_B$$
$$m \cdot v = \frac{m}{2} v_A + \frac{m}{2} v_B \Leftrightarrow 2m \cdot v = m \cdot v_A + m \cdot v_B \Leftrightarrow 2m \cdot v = m \cdot (v_A + v_B) \Leftrightarrow 2v = v_A + v_B$$

$$v_B = 2v - v_A \Leftrightarrow v_B = -20 \text{ m/s}$$

Μετά την κρούση το σώμα Β κινείται κατακόρυφα με φορά προς τα κάτω και με ταχύτητα μέτρου

$$|v_B| = 20 \text{ m/s}$$

**Μονάδες 6**

**4.4.**

Εφαρμόζω για το τμήμα Β Θεώρημα Μηχανικής Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) από τη θέση ακριβώς μετά την έκρηξη μέχρι την προσεδάφισή του για να βρω με τι ταχύτητα φτάνει στο έδαφος.

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_{WB}$$
$$\frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_B'^2 - \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_B^2 = +m_B \cdot g \cdot y$$
$$v_B' = \sqrt{v_B^2 + 2g \cdot y}$$
$$v_B' = 40 \text{ m/s}$$
$$\Delta \vec{P}_\beta = \vec{P}_{\beta\text{τελ}} - \vec{P}_{\beta\text{αρχ}}$$
$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot v_B' - (-m_B \cdot |v_B|)$$
$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot v_B' + m_B \cdot |v_B|$$
$$\Delta P_\beta = -m_B \cdot (v_B' - |v_B|)$$
$$\Delta P_\beta = -\frac{m}{2} \cdot (v_B' - |v_B|)$$
$$\Delta P_\beta = -100 \text{ kg m/s}$$

Σχόλιο για το Θέμα 16366 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα.

β) αντικαθιστά στο ΘΜΚΕ το μέτρο της τριβής ολίσθησης, χωρίς προηγουμένως να εφαρμόσει τον 1ο νόμο του Newton για να υπολογίσει το μέτρο της κάθετης δύναμης και στη συνέχεια το νόμο της τριβής ολίσθησης.

4.4. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος (λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης) θα είναι:

$$0 - \frac{1}{2} \cdot (M + m) \cdot V_{\sigma}^2 = W_T \text{ ή } -\frac{1}{2} \cdot (M + m) \cdot V_{\sigma}^2 = -\mu \cdot (M + m) \cdot g \cdot s$$

όπου το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι ίσο με  $T = \mu N = \mu(M + m)g = 2 \text{ N}$ .

Με αντικατάσταση των δεδομένων στην πιο πάνω σχέση προκύπτει ότι το διάστημα είναι  $s = 9 \text{ m}$ .

**Μονάδες 7**

Σχόλιο για το Θέμα 16368 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη σφαίρα στις τρεις χαρακτηριστικές θέσεις, την ταχύτητά της πριν και μετά την επαφή με το δάπεδο και τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της επαφής με το δάπεδο.

Σχόλιο για το Θέμα 16369 :

Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση ζητά το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής και όχι το μέτρο της μεταβολής της ορμής που αναφέρει ο συγγραφέας στην απάντησή του.

4.4. Με το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε το μέτρο <sup>του ρυθμού</sup> της μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής. Η τιμή <sup>του</sup> της είναι ίση με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, δηλαδή με το βάρος του σώματος.

$$\left| \frac{\Delta p}{\Delta t} \right| = \Sigma F = w = (m_1 + m_2)g = 100 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 100 \text{ N}$$

**Μονάδες 8**

Σχόλιο για το Θέμα 16051 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

1) στο ερώτημα 4.2 γράφει ότι «η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά τη διάρκεια της κρούσης». Όμως, αφού υπάρχει τριβή, το σύστημα δεν είναι αυστηρά μονωμένο άρα η ορμή διατηρείται (προσεγγιστικά) μόνο κατά τη διάρκεια της κρούσης (που είναι ασήμαντη) και όχι πριν ή μετά την κρούση.

2) στο ερώτημα 4.3

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά μετά την κρούση, τις δυνάμεις που ασκούνται στο συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της κίνησης στο επίπεδο και την επιτάχυνσή του.

β) αντικαθιστά στον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής το μέτρο της  $F_{ολ}$  με το γινόμενο  $\mu m_{ολ}g$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

Η σχέση  $T = \mu mg$  δεν είναι γενική, δεν θεωρείται γνωστή και πρέπει να αποδειχθεί.

**4.2.** Στο σύστημα που αποτελείται από τα δύο σώματα η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά τη διάρκεια της κρούσης. Θεωρούμε ως θετική φορά κίνησης από αριστερά προς τα δεξιά, οπότε:

$$\begin{aligned}\vec{p}_{τελ} &= \vec{p}_{1αρχ} + \vec{p}_{2αρχ} \\ (m_1 + m_2) \cdot v_{τελ} &= m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2 \\ v_{τελ} &= \frac{m_1 \cdot v_1 - m_2 \cdot v_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{8 - 3}{1} \frac{m}{s} = 5 \frac{m}{s}\end{aligned}$$

**Μονάδες 6**

**4.3.** Το συσσωμάτωμα θα κινηθεί για χρόνο  $\Delta t_2$  πριν ακινητοποιηθεί λόγω της τριβής. Από το 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο της επιτάχυνσης (επιβράδυνση) με την οποία κινείται το συσσωμάτωμα λόγω της τριβής ολίσθησης στο οριζόντιο επίπεδο.

$$\begin{aligned}F_{ολ} &= m_{ολ} \cdot a \\ \mu \cdot m_{ολ} \cdot g &= m_{ολ} \cdot a, \text{ άρα} \\ \alpha &= \frac{\mu \cdot m_{ολ} \cdot g}{m_{ολ}} = \frac{0,2 \cdot 1 \cdot 10}{1} \frac{m}{s^2} = 2 \frac{m}{s^2} \\ \Delta t_2 &= \frac{|\Delta v|}{a} = \frac{5}{2} s = 2,5 s\end{aligned}$$

**Μονάδες 7**

Σχόλιο για το Θέμα 16052 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα δύο κομμάτια στις χαρακτηριστικές θέσεις, τις αποστάσεις που έχουν διανύσει και τη μεταξύ τους απόσταση τη χρονική στιγμή  $t = 2 \text{ s}$ , τις συνιστώσες ταχύτητες και τη συνισταμένη ταχύτητα του 1ου κομματιού τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- 2) στο ερώτημα 4.2 γράφει ότι «η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά την έκρηξη».  
Όμως μετά τη διάσπαση στα σώματα ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις (βάρη), άρα το σύστημα δεν είναι αυστηρά μονωμένο και η ορμή διατηρείται μόνο πριν και (προσεγγιστικά) κατά τη διάρκεια της έκρηξης (που είναι ασήμαντη) και όχι μετά την έκρηξη.
- 3) στο ερώτημα 4.4 γράφει ότι «οι δύο μάζες κινούνται με την ίδια κατακόρυφη ταχύτητα».  
Όμως, στη διάρκεια της κίνησης η κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας αυξάνεται ( $v_y = gt$ ).  
Η σωστή διατύπωση είναι : «τα δύο κομμάτια κινούνται κατακόρυφα με την ίδια επιτάχυνση  $g$ ».

**4.1.** Οι δύο μάζες φτάνουν στο οριζόντιο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα 3 s. Εκτελούν οριζόντια βολή, άρα, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κίνηση της κάθε μάζας στον κατακόρυφο άξονα περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

$$H = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0,5 \cdot 10 \cdot 9 \text{ m} = 45 \text{ m}$$

**Μονάδες 6**

**4.2.** Στο σύστημα των δύο μαζών η ορμή διατηρείται πριν, μετά και κατά την έκρηξη, συνεπώς:

$$\vec{p}_{\text{τελ}} = \vec{p}_{\text{αρχ}}$$

Ορίζουμε ως θετική ~~φορά~~ τη φορά της ταχύτητα της μάζας  $m_1$ , οπότε:

$$m_1 \cdot v_{1x} - m_2 \cdot v_{2x} = 0$$

$$m_1 \cdot v_{1x} - 2m_1 \cdot v_{2x} = 0$$

$$v_{1x} = 2 \cdot v_{2x} \quad (1)$$

Οι δύο μάζες εκτελούν οριζόντια βολή, άρα στον οριζόντιο άξονα σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων η κίνηση της κάθε μάζας περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης. Οι δύο μάζες διανύουν οριζόντια απόσταση  $S_1 + S_2 = D$ , σε χρόνο  $t = 3 \text{ s}$ , άρα:

$$t \cdot v_{1x} + t \cdot v_{2x} = D, \text{ ή}$$

$$3 \cdot 2 \cdot v_{2x} + 3 \cdot v_{2x} = 180 \text{ m}, \text{ άρα}$$

$$v_{2x} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{και από τη σχέση (1) : } v_{1x} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Μονάδες 6**

**4.4.** Μετά την έκρηξη οι δύο μάζες κινούνται με τις ταχύτητες που αναφέρθηκαν στο ερώτημα 4.2. Και οι δύο μάζες κινούνται με την ίδια **κατακόρυφα επιτάχυνση  $g$**  **κατακόρυφη ταχύτητα** άρα είναι στο ίδιο ύψος κάθε χρονική στιγμή, δεδομένου ότι πραγματοποιούν οριζόντια βολή, και κινούνται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα. Συνεπώς:

$$D' = x_1 + x_2 = t' \cdot v_{1x} + t' \cdot v_{2x} = 120 \text{ m}$$

**Μονάδες 7**

Σχόλιο για το Θέμα 16054 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες πριν και μετά την κρούση με τον τοίχο, καθώς και τη δύναμη που δέχεται το αυτοκινητάκι από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ενώ δεν έχει ορίσει τη θετική φορά, γράφει «θετική είναι η φορά της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο αυτοκινητάκι». Όμως, η φορά της δύναμης είναι άγνωστη και ζητείται από την εκφώνηση. Η θετική φορά είναι από τον τοίχο προς το αυτοκινητάκι (η φορά της  $\vec{v}_3$ ). Αφού η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι θετική, άρα η δύναμη έχει τη θετική φορά (από τον τοίχο προς το αυτοκινητάκι).

**4.3.** Η μέση δύναμη που δέχεται το αυτοκινητάκι από τον τοίχο προκύπτει από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Newton για το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ .

$$\vec{F} = \frac{\vec{P}_{\tau\epsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

όπου θετική είναι η φορά της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο αυτοκινητάκι κατά την πρόσκρουση:

$$F = \frac{m_2 \cdot v_3 - (-m_2 \cdot v_2)}{\Delta t} = \frac{0,3 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,5}{0,07} N = 3 N$$

**Μονάδες 6**

Σχόλια για το Θέμα 16463 :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η ταχύτητα  $\vec{v}_2$  έχει την ίδια κατεύθυνση με τη  $\vec{v}_1$ .
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση, τη δύναμη που δέχεται το βλήμα από το κιβώτιο κατά τη διάρκεια της κρούσης καθώς και τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης.



Σχόλια για το Θέμα 16496 :

- 1) Η εκφώνηση δεν καθορίζει τη φορά της ταχύτητας  $\vec{v}_A$  αμέσως μετά την κρούση.
- 2) Το ερώτημα 4.3 είναι ασαφές. Έπρεπε να ζητά την οριζόντια απόσταση του σημείου πτώσης του A στο έδαφος από το σημείο της έκρηξης.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) προσδιορίζει τις συντεταγμένες του σημείου πτώσης του A στο έδαφος, ως προς το σημείο της έκρηξης, χωρίς να σχεδιάσει το σύστημα αξόνων και έχοντας σαν θετική φορά στον άξονα x (αυθαίρετα) τη φορά της  $\vec{v}_A$  (ενώ η εκφώνηση δεν καθορίζει τη φορά της  $\vec{v}_A$ ).
  - β) στο ερώτημα 4.4 γράφει «Τα δύο κομμάτια . . . θα έχουν πέσει κατά το ίδιο ύψος  $h_1$ ». Το σωστό είναι : «Τα δύο κομμάτια . . . θα έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση  $s_1$ ». Το ύψος h είναι η απόσταση από το έδαφος.
  - γ) στο ερώτημα 4.4 συμβολίζει με  $\Delta x$  την απόσταση μεταξύ των A, Γ και όχι με d.

**4.3.** Το κομμάτι A του πυραύλου εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα  $u_A=30\text{m/s}$ .

Στον άξονα των  $xx'$  εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με χρονική διάρκεια ίδια με εκείνη στον  $yy'$ :

$$yy': h_{max} = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = 10\text{s}$$

$$xx': x = u_A t = 30 \cdot 10 = 300\text{m}$$

Άρα το σώμα θα συναντήσει το έδαφος στο σημείο (300, -500) ως προς το σημείο της έκρηξης.

**Μονάδες 7**

**4.4.** Τα δύο κομμάτια του πυραύλου εκτελούν επίσης οριζόντιες βολές. Σε χρόνο 3s θα έχουν πέσει κατά τον ίδιο ύψος  $h_1$ :

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

Η μεταξύ τους απόσταση καθορίζεται μόνο από την κίνηση στον άξονα των  $xx'$ .

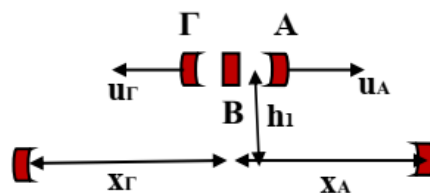
Οπότε για το κομμάτι A του πυραύλου:

$$x_A = u_A t_1 = 30 \times 3 = 90\text{m}$$

Αντίστοιχα, για το κομμάτι Γ του πυραύλου:

$$x_\Gamma = u_\Gamma t_1 = -40 \times 3 = -120\text{m}$$

$u_\Gamma$



Άρα, η μεταξύ τους απόσταση θα είναι :  $\Delta x = x_A - x_\Gamma = 90 - (-120) = 210\text{m}$

**Μονάδες 8**

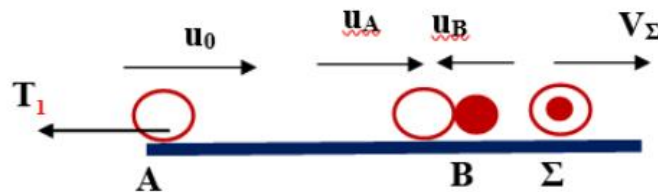
### Σχόλια για το Θέμα 16738 :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να αναφέρει ότι η  $\vec{u}_0$  έχει διεύθυνση κάθετη στην πρόσοψη του απέναντι κτιρίου, ώστε τη στιγμή που φτάνει απέναντι η οριζόντια απόσταση  $x$  που διάνυσε να είναι ίση με την απόσταση  $d$  των κτιρίων.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες της μπάλας, την τροχιά της και τις αποστάσεις που διανύει.

### Σχόλια για το Θέμα 16741 :

- 1) Στο σχήμα της άσκησης τα σώματα παριστάνονται σαν σφαίρες. Όμως η σφαίρα σε μη λεία επιφάνεια, εκτός από τη μεταφορική κίνηση εκτελεί και στροφική κίνηση.
- 2) Στο ερώτημα 4.4 η διατύπωση «... τη θερμότητα που παράχθηκε» δεν είναι ακριβής. Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «... το ποσό της κινητικής ενέργειας που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια».
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.1 δεν σχεδιάζει στο σχήμα το βάρος και την κάθετη δύναμη στη σφαίρα A.  
Στη συνέχεια γράφει : «Η μόνη δύναμη στο σώμα A είναι η τριβή» και χωρίς να εφαρμόσει τον 1ο νόμο του Newton και το νόμο της τριβής, αντικαθιστά την τριβή με τη σχέση :  $T = \mu m_A g$ .  
Η σχέση  $T = \mu m_A g$  δεν θεωρείται γνωστή (πρέπει να αποδειχθεί) και δεν ισχύει πάντοτε.

4.1. Το σώμα A κινούμενο με αρχική ταχύτητα  $u_0 = 10 \text{ m/s}$  στο τραχύ επίπεδο, επιβραδύνει με αποτέλεσμα την στιγμή της κρούσης να έχει ταχύτητα  $u_A$ :



$$\vec{u}_A = \vec{u}_0 + \vec{\alpha} \cdot t_1 \quad (1)$$

όπου η επιβράδυνση  $\alpha$  προκύπτει από τον 2<sup>ο</sup> v. του Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m_A \cdot \vec{\alpha} \quad (2)$$

Η μόνη δύναμη στο σώμα A είναι η τριβή, οπότε η (2) γίνεται:

$$-T_1 = m_A \cdot \alpha \Leftrightarrow -\mu \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot \alpha \Leftrightarrow \alpha = -0,2 \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (3)$$

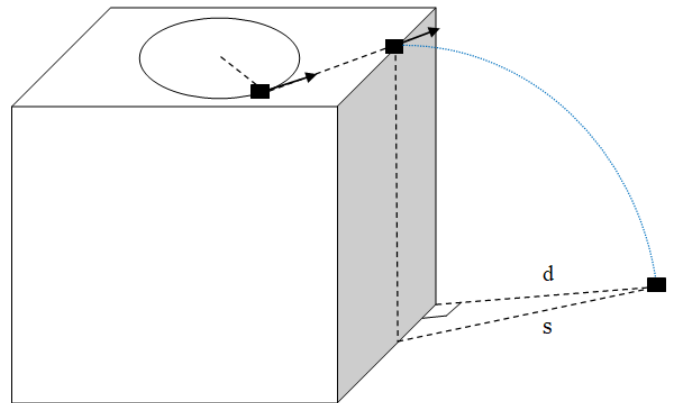
Η (1) λόγω της (3), γίνεται:

$$u_A = (10 - 2 \cdot 2) \text{ m/s} = 6 \text{ m/s}$$

**Μονάδες 5**

Σχόλιο για το Θέμα 16853 :

Αν η ταχύτητα του συσσωματώματος δεν είναι κάθετη στην πλευρά από την οποία εγκαταλείπει την ταράτσα, τότε η απόσταση  $d$  του σημείου πτώσης από τη βάση του κτιρίου δεν είναι ίση με το βεληνεκές  $s$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο ερώτημα 4.2 η εκφώνηση έπρεπε να ζητά την οριζόντια απόσταση του σημείου πτώσης του συσσωματώματος στο έδαφος από το σημείο που εγκατέλειψε την ταράτσα.

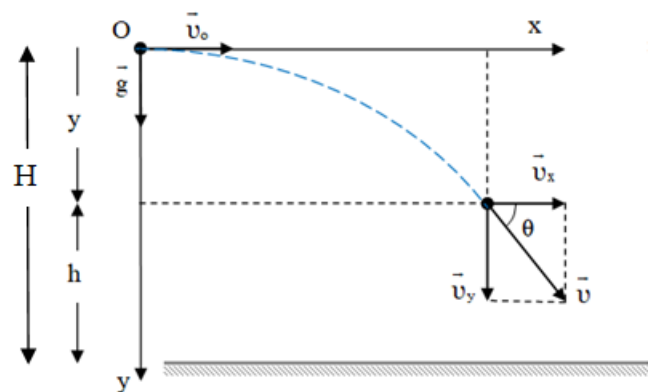


Σχόλιο για το Θέμα 17062 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας  
α) συμβολίζει με  $\Delta x$  (και όχι με  $d$ ) την απόσταση των δύο σωμάτων στο έδαφος.  
β) στο ερώτημα 4.2 χρησιμοποιεί λάθος σύμβολα. Η κατακόρυφη μετατόπιση τη χρονική στιγμή  $t_1$

είναι :  $y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$ .

Η απόσταση από το έδαφος είναι :  $h_1 = H - y_1$ .



**4.1.** Οι δύο σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος σε

χρόνο:  $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0,5 \text{ sec}$ . Οι οριζόντιες αποστάσεις που διανύουν οι σφαίρες είναι:

$$x_1 = u_1 \cdot t = 1 \text{ m} \text{ και } x_2 = u_2 \cdot t = 5 \text{ m}.$$

Άρα, η απόσταση των σφαιρών στο έδαφος:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4 \text{ m}$$

**Μονάδες 6**

**4.2.** Την χρονική στιγμή  $t_1$  η σφαίρα  $m_1$  έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά:

$$y_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = 0,2 \text{ m} .$$

Άρα απέχει από το έδαφος:  $h_1 = H - y_1 = 1,05 \text{ m}$

**Μονάδες 6**

### Σχόλια για το Θέμα 20110 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων μετά την έκρηξη, τις δυνάμεις που ασκούνται στο πυροβόλο και τη μετατόπισή του μέχρι να σταματήσει, την τροχιά του βλήματος, το αρχικό ύψος και το βεληνεκές, την ταχύτητα του βλήματος τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.
- 2) στο ερώτημα 4.2 δεν εφαρμόζει τον 1ο νόμο του Newton στον άξονα y και το νόμο της τριβής.
- 3) στο ερώτημα 4.3 εφαρμόζει το Θ.Δ.Μ.Ε. χωρίς να ορίσει επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

για το πυροβόλο

4.2. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{T}}, \quad 0 - K_{\alpha\rho\chi} = 0 + 0 - T \cdot \Delta x, \quad -K_{\alpha\rho\chi} = -\mu \cdot N \cdot \Delta x,$$

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = \mu \cdot M \cdot g \cdot \Delta x, \quad \Delta x = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}, \quad \Delta x = 2,5m$$

για το βλήμα

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}, \quad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0,$$
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \quad v^2 = v_0^2 + g^2 \cdot t^2, \quad (50\sqrt{5})^2 = 100^2 + 10^2 \cdot t^2, \quad t = 5s$$

απλά :  $v^2 = v_0^2 + v_y^2$ , με  $v_y = gt$

Μονάδες 7

### Σχόλια για το Θέμ 20113 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 δεν διευκρινίζεται ότι ζητείται **το μέτρο** της γωνιακής ταχύτητας.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει τα σχήματα με το  $\Sigma_1$  όταν εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του τη στιγμή που κόβεται το νήμα, το  $\Sigma_2$  πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
  - β) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει την αλγεβρική μεταβολή της ορμής, ενώ η εκφώνηση ζητά το μέτρο της μεταβολής της ορμής.

4.4. Για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας  $m_1$  είναι:

$$\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}'_1 - \vec{p}_1, \quad \Delta p_1 = p'_1 - p_1, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot V - m_1 \cdot v, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot (V - v),$$

$$\Delta p_1 = 0,1 \cdot (2 - 20)Kg \frac{m}{s}, \quad \Delta p_1 = -1,8 Kg \frac{m}{s}$$

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  είναι:

$$\Delta K_1 = K'_1 - K_1, \quad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v^2, \quad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (V^2 - v^2),$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot (2^2 - 20^2) J, \quad \Delta K_1 = -19,8J$$

Μονάδες 7

Σχόλια για το Θέμα 20112 :

- 1) Στο ερώτημα 4.2 δεν διευκρινίζεται αν ζητείται η αλγεβρική μεταβολή της ορμής ή το μέτρο μεταβολής της ορμής.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση, τη δύναμη που ασκεί ο στόχος στο βλήμα, την τροχιά του συσσωματώματος, το ύψος από το έδαφος και το βεληνεκές.
  - α) στο ερώτημα 4.2 υπολογίζει την αλγεβρική μεταβολή της ορμής χωρίς να έχει ορίσει θετική φορά και δεν ερμηνεύει το αρνητικό πρόσημο στο αποτέλεσμα.
  - β) στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο βλήμα με τη σχέση  $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ , ενώ το σωστό είναι  $F = \frac{|\Delta p_{\beta}|}{\Delta t}$ .

4.1. Για το μονωμένο σύστημα, βλήμα – ξύλινος στόχος, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}$$
$$m \cdot v = (m + M) \cdot \cancel{v}, \quad \cancel{v} = \frac{m \cdot v}{M + m}, \quad \cancel{v} = \frac{0,02 \cdot 200 \text{ m}}{0,98 + 0,02 \text{ s}}, \quad \cancel{v} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.2. **Η** μεταβολή της ορμής **του βλήματος** είναι: **Μονάδες 6**

$$\Delta \vec{p}_{\beta\lambda} = \vec{p}'_{\beta\lambda} - \vec{p}_{\beta\lambda}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = p'_{\beta\lambda} - p_{\beta\lambda}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot V - m \cdot v, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot (V - v),$$
$$\Delta p_{\beta\lambda} = 0,02 \cdot (4 - 200) \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = -3,92 \text{Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.3. **Το** μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα είναι: **Μονάδες 6**

$$F = \frac{|\Delta p_{\beta}|}{\Delta t} \quad F = \frac{3,92}{0,01} \text{N}, \quad F = 392 \text{N}$$

**Μονάδες 7**

Σχόλια για το Θέμα 21182 :

- 1) Τα δεδομένα της άσκησης δεν είναι ρεαλιστικά.  
**Η χρονική διάρκεια της κρούσης  $\Delta t = 2 \text{ s}$  είναι πολύ μεγάλη και το σύστημα δεν μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο, αφού υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις (βάρος, τριβή).**  
Η μέση ταχύτητα του βλήματος κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι  $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .  
Στη χρονική διάρκεια της κρούσης  $\Delta t = 2 \text{ s}$  το βλήμα έχει μετακινηθεί κατά  $\Delta x = \bar{v}(\Delta t) = 400 \text{ m}$  !  
Η εκφώνηση έπρεπε να δίνει πολύ μικρότερη χρονική διάρκεια κρούσης, π.χ.  $\Delta t = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα πριν και μετά την κρούση, τις ταχύτητές τους, τη δύναμη που δέχεται το βλήμα καθώς και τις δυνάμεις που ασκούνται στο ξύλινο σώμα κατά τη διάρκεια της ολίσθησης στο οριζόντιο επίπεδο.

Σχόλια για το Θέμα 21184 :

- 1) Στο ερώτημα 4.2 έπρεπε να ζητείται η οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα **μέχρι να φτάσει** στο έδαφος.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα πριν και μετά την κρούση, τις ταχύτητές τους, την τροχιά της κίνησης, την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Σχόλια για το Θέμα 21396 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα και τις ταχύτητές τους πριν και μετά από κάθε κρούση.

Σχόλιο για το Θέμα 21603 :

- 1) Το ερώτημα 4.3 είναι ασαφές.

**Η ενέργεια που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη δεν μπορεί να υπολογιστεί.**

Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά **την αύξηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της έκρηξης.**

**Η ζητούμενη ενέργεια είναι κινητική ενέργεια και δεν συμβολίζεται με Q.**

- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σώματα και τις ταχύτητές τους πριν και μετά την έκρηξη.

**4.3.** Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε για πριν και μετά την έκρηξη του τρένου:

$$K_{\text{πριν}} + Q = K_{\text{μετά}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2} m v^2 + Q = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$
$$\text{ή} \quad \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2^2 + Q = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 12^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 \quad \text{ή} \quad 6 + Q = 72 + 9 \quad \text{ή} \quad Q = 75 \text{ J}$$

**Μονάδες 6**

**4.4.** Η γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  του κάθε βαγονιού του τρένου καθώς εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση υπολογίζεται από την σχέση:

$$v = \omega r \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{v}{r}$$

Η γωνία στροφής του κάθε βαγονιού υπολογίζεται για κίνηση σε χρόνο  $t$  ως:

$$\varphi = \omega t$$

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις προκύπτει για τη γωνία στροφής του κάθε βαγονιού ότι:

$$\varphi_1 = \omega_1 t \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = \frac{v_1}{r} t \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = \frac{12\pi}{2} t$$

$$\varphi_2 = \omega_2 t \quad \text{ή} \quad \varphi_2 = \frac{v_2}{r} t \quad \text{ή} \quad \varphi_2 = \frac{3\pi}{2} t$$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη τις γωνίες στροφής θα έχουμε:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 4 \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = 4\varphi_2 \quad (1)$$

Όταν θα συναντηθούν τα βαγόνια για πρώτη φορά μετά το διαχωρισμό τους, θα έχουν διαγράψει συνολικά έναν πλήρη κύκλο ~~οι γωνίες στροφής τους~~. Δηλαδή προκύπτει ότι η συνολική γωνία στροφής και των δύο θα είναι  $2\pi$  οπότε:  $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$  (2)

Επομένως με επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε ότι η γωνία

$$\varphi_1 = \frac{8\pi}{5} \text{ rad} \quad \text{και} \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$$

**Μονάδες 7**

Σχόλια για το Θέμα 21695 :

1) Στα δύο ψάρια ασκείται (στη διεύθυνση κίνησης) η αντίσταση  $F_a$  από το νερό.

Για να θεωρηθεί μονωμένο το σύστημα πρέπει η διάρκεια του φαινομένου να είναι πολύ μικρή και οι εσωτερικές δυνάμεις να είναι πολύ μεγαλύτερες από τις εξωτερικές.

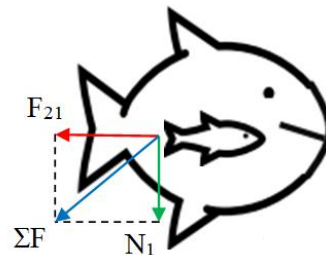
Όμως η χρονική διάρκεια του φαινομένου είναι σημαντική ( $\Delta t = 2 \text{ s}$ ) και οι εσωτερικές δυνάμεις έχουν μικρή τιμή ( $\bar{F} = 0,4 \text{ N}$ , ενώ  $B_1 = 80 \text{ N}$  &  $B_2 = 20 \text{ N}$ ), άρα **το σύστημα δεν μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο με αποτέλεσμα να μην ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.**

2) Στο ερώτημα 4.4 ζητείται η συνισταμένη δύναμη που ασκήθηκε στο μεγάλο ψάρι από το μικρό, ενώ έπρεπε να ζητηθεί **η μέση δύναμη που ασκήθηκε στο μεγάλο ψάρι από το μικρό στη διεύθυνση της κίνησης.**

Εκτός από τη δύναμη  $F_{2,1} = \frac{\Delta p_1}{\Delta t}$ , το μεγάλο ψάρι δέχεται από το μικρό μία κατακόρυφη δύναμη  $N_1$  (ίση με το βάρος του μικρού ψαριού).

Η συνισταμένη δύναμη είναι :  $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{2,1} + \vec{N}_1$ .

Τη δύναμη  $N_1$  δεν την λαμβάνει υπ' όψη ο συγγραφέας στην απάντησή του.



**Συμπέρασμα : Η άσκηση είναι ακατάλληλη για θέμα εξετάσεων.**

Σχόλια για το Θέμα 21698 :

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπ' όψη.

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 δεν σχεδιάζει το σχήμα με το μπαλάκι τη στιγμή που φτάνει στο φιλέ, την κατακόρυφη απόσταση  $y_1$  που διάνυσε μέχρι το φιλέ, το ύψος του φιλέ και το αρχικό ύψος  $h$ .

**4.4.** Με βάση την οριζόντια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, για να φτάσει το μπαλάκι στο φιλέ θα χρειαστεί χρόνο  $t_1$  :

$$x_1 = v_0 t_1 \Rightarrow 12 \text{ m} = \left(20 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) t_1 \Leftrightarrow t_1 = 0,6 \text{ s} \text{ (2 μονάδες)}$$

Την ίδια χρονική στιγμή, το μπαλάκι θα έχει κατέβει από την αρχική του θέση κατά  $y_1$  :

$$y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2} (10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (0,6 \text{ s})^2 = 1,8 \text{ m} \text{ (2 μονάδες)}$$

Το μπαλάκι ξεκίνησε από ύψος  $h = 2,45 \text{ m}$ , άρα τη χρονική στιγμή  $t_1$  θα βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος:

$$h_1 = 2,45 \text{ m} - 1,8 \text{ m} = 0,65 \text{ m} < 0,912 \text{ m} \text{ (1 μονάδα)}$$

Συνεπώς, αφού όταν θα φτάσει στο φιλέ, θα βρίσκεται σε ύψος μικρότερο από το ύψος του φιλέ, θα χτυπήσει σε αυτό. (1 μονάδα)

Σχόλιο για το Θέμα 21887 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί τη σχέση  $H' = L(1 - \sin\theta)$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε η σχέση αυτή.



Σχόλιο για το Θέμα 21888 :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι δεν υπάρχει τριβή ανάμεσα στο έλασμα και το συσσωμάτωμα.

Σχόλιο για το Θέμα 21889 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) στο ερώτημα 4.3 αντικαθιστά λάθος τιμή για το  $\Delta t$ .

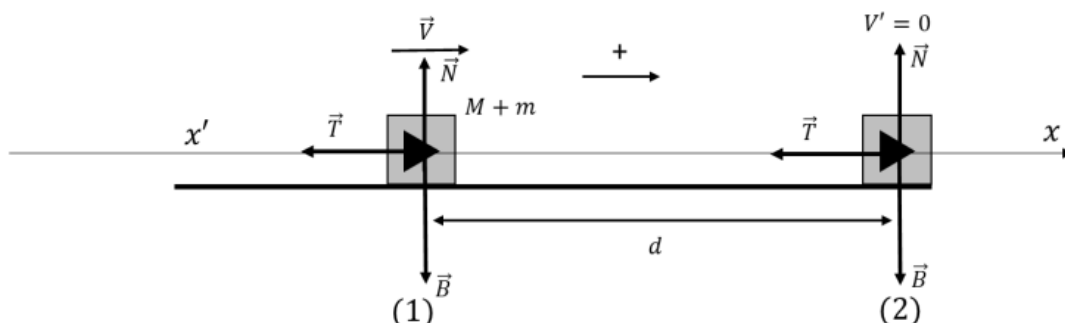
β) στο ερώτημα 4.4 αντικαθιστά το μέτρο της τριβής  $T = \mu N = \mu(m + M)g$ , χωρίς να εφαρμόσει τον 1ο νόμο του Newton στον άξονα  $y$  για να υπολογίσει το μέτρο της δύναμης  $N$ , ούτε αναφέρει το νόμο της τριβής ολίσθησης.

**4.3.** Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής του κιβωτίου κατά την διάρκεια της ενσφήνωσης του βλήματος μέσα σ' αυτό (θεωρούμενος σταθερός καθ' όλη την διάρκεια της ενσφήνωσης), είναι ίσος με την μέση δύναμη που ασκεί το βλήμα στο κιβώτιο κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια. Άρα:

$$\bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_{\kappa}}{\Delta t} = \frac{M \cdot V - 0}{\Delta t} \Rightarrow \bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_{\kappa}}{\Delta t} = \frac{1,9 \text{ kg} \cdot 8 \text{ m/s}}{0,2 \text{ s}} \Rightarrow$$
$$\bar{F}_{\beta-\kappa} = \frac{\Delta p_{\kappa}}{\Delta t} = 760 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Μονάδες 6

**4.4.**



**α.** Το συσσωμάτωμα κινούμενο στο μη λείο οριζόντιο επίπεδο δέχεται σταθερή δύναμη τριβής, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, οπότε εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Εφαρμόζοντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του συσσωματώματος έχουμε:

$$\Sigma F_x = (m + M) \cdot a \Rightarrow -T = (m + M) \cdot a \Rightarrow \xrightarrow{T = \mu \cdot N = \mu \cdot (m + M) \cdot g} -\mu \cdot (m + M) \cdot g = (m + M) \cdot a \Rightarrow$$

$$a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$V' = V + a \cdot \Delta t \Rightarrow 0 = 8 \text{ m/s} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \Delta t \Rightarrow$$

$$\Delta t = 4 \text{ s}$$



Σχόλιο για το Θέμα 21971 :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπ' όψη.

Σχόλια για το Θέμα 21992 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$  και της κεντρομόλου επιτάχυνσης  $\alpha_{\kappa}$  ή ζητείται να καθοριστεί και η κατεύθυνσή τους.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.1 εκφράζει την κεντρομόλο επιτάχυνση  $\alpha_{\kappa}$  σε  $\text{rad/s}^2$ , ενώ η μονάδα επιτάχυνσης είναι το  $1 \text{ m/s}^2$ .

**4.1.** Το σώμα  $m_1$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση.

Για τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$ , της περιόδου  $T$  και της κεντρομόλου επιτάχυνσης  $\alpha_{\kappa}$  του σώματος έχουμε

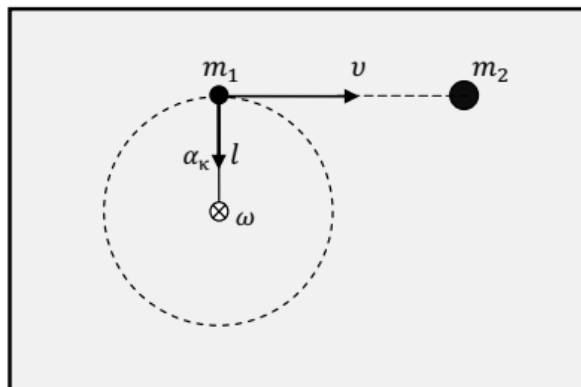
$$\omega = \frac{v}{l} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{10} \text{ s}$$

$$\alpha_{\kappa} = \frac{v^2}{l} \Rightarrow \alpha_{\kappa} = 200 \text{ rad/s}^2$$

Οι φορές των διανυσμάτων της γωνιακής

ταχύτητας  $\omega$  και της κεντρομόλου επιτάχυνσης  $\alpha_{\kappa}$  του σώματος φαίνονται στο σχήμα.



**Μονάδες 6**

## Κεφάλαιο 5

### Ηλεκτρικό πεδίο

#### Σχόλια για το Θέμα 15896 :

- 1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ή όγκο ούτε ταχύτητα.  
Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Δύο σωματίδια με φορτία  $q_1, q_2$  έχουν ίσες μάζες . . . ».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σωματίδια στις αρχικές και τις τελικές θέσεις, τις ταχύτητές τους και τις αποστάσεις μεταξύ τους.

#### Σχόλια για το Θέμα 15897 :

- 1) Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση έπρεπε να λέει : « . . . σωματίδιο με φορτίο  $q = -1 \mu\text{C}$  και μάζας  $m = 72 \text{ mg}$  . . . ». Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ή όγκο.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στα ερωτήματα 4.2, 4.3, 4.4 χρησιμοποιεί λάθος συμβολισμούς.  
Το δυναμικό του πεδίου των δύο φορτίων στο σημείο M είναι :  $V_M = V_{M,1} + V_{M,2}$  (όχι  $\Sigma V = V_A + V_B$ ), όπου :

$$V_{M,1} = K_c \cdot \frac{q_1}{r_1} \text{ το δυναμικό του πεδίου του φορτίου } q_1 \text{ στο σημείο M,}$$

$$V_{M,2} = K_c \cdot \frac{q_2}{r_2} \text{ το δυναμικό του πεδίου του φορτίου } q_2 \text{ στο σημείο M.}$$

#### ΘΕΜΑ 4

##### 4.1.

$$\text{ισχύει: } U = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{10^{-1}} J = 0,09 J$$

Μονάδες 6

##### 4.2. Ισχύει:

$$\sum V_M = V_{M,1} + V_{M,2} = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{\frac{r}{2}} + k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_2}{\frac{r}{2}} = 4 \cdot k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1}{r} = 4 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6}}{10^{-1}} V = 3,6 \cdot 10^5 V$$

Μονάδες 6

$$\text{4.3. Ισχύει: } W_{\bar{w}} (M \rightarrow \infty) = \sum V_M \cdot q = 3,6 \cdot 10^5 \cdot (-1) \cdot 10^{-6} J = -0,36 J$$

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική δύναμη και συνεπώς η μηχανική ενέργεια του βλήματος διατηρείται σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησής του. Έτσι:

$$E_M = E_{\infty}, U_M + K_M = U_{\infty} + K_{\infty}, \sum V_M \cdot q + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = 0 + 0, v_0 = \sqrt{\frac{-2 \cdot \sum V_M \cdot q}{m}} = 10^2 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

#### Σχόλιο για το Θέμα 16328 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σφαιρίδια στις αρχικές και τις τελικές θέσεις, τις ταχύτητες, τις δυνάμεις που δέχονται και τις αποστάσεις μεταξύ τους.

Σχόλια για το Θέμα 16109 :

- 1) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει στο ερώτημα 4.4 αν ισχύει η σχέση  $m_A \gg m_B$  που δίνεται στο ερώτημα 4.3. Το ερώτημα 4.4 είναι ασαφές και ακατάλληλο για τις εξετάσεις.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στα ερωτήματα 4.1, 4.2 δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σφαιρίδια στις αρχικές και τις τελικές θέσεις, τις ταχύτητες, τις δυνάμεις που δέχονται και τις αποστάσεις μεταξύ τους.

Σχόλιο για το Θέμα 16367 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στη σταγόνα, την επιτάχυνση, την ταχύτητα όταν φτάσει στη θετική πλάκα και την απόσταση που διάνυσε.

Σχόλια για το Θέμα 16108 :

- 1) Η έννοια του πυκνωτή είναι εκτός διδακτέας ύλης.  
Η διατύπωση «στο θετικό οπλισμό του **οριζόντια επίπεδου πυκνωτή**» είναι λάθος.  
Η σωστή διατύπωση είναι : «στο θετικό οπλισμό του **επίπεδου πυκνωτή**».
- 2) Η εκφώνηση αναφέρει ότι οι σταγόνες είναι αρνητικά φορτισμένες και στη συνέχεια δίνει το φορτίο μιας σταγόνας :  $q = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ . Το σωστό είναι :  $q = - 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ .
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 γράφει  
α) «η ηλεκτρική δύναμη κάνει αρνητικό έργο».  
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «το έργο της ηλεκτρικής δύναμης είναι αρνητικό».  
β) (η ηλεκτρική δύναμη) «ασκείται κατακόρυφα προς τα επάνω».  
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «έχει κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα επάνω».

**4.3.** Η ηλεκτρική δύναμη κάνει αρνητικό έργο, αφού είναι αντίθετη (ασκείται κατακόρυφα προς τα επάνω) στην κίνηση του σώματος (η οποία γίνεται κατακόρυφα προς τα κάτω). (Ισοδύναμα,  $\sin\theta = \sin 180^\circ = -1$  για αντικατάσταση στον τύπο του έργου) (2 μονάδες). Υπολογισμός (4 μονάδες):

$$W_{F_{\eta\lambda}} = -F_{\eta\lambda}d = -(9 \times 10^{-4} \text{ N})(10 \text{ mm}) = -(9 \times 10^{-4} \text{ N})(10 \times 10^{-3} \text{ m}) = -9 \times 10^{-6} \text{ J}$$

**Μονάδες 6**

Σχόλιο για το Θέμα 16130 :

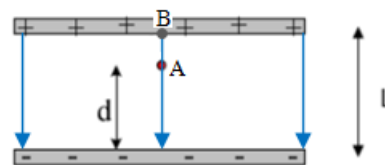
Η έννοια του πυκνωτή είναι εκτός διδακτέας ύλης.

Σχόλια για το Θέμα 16137 :

- 1) Η έκφραση «οριζόντιο ηλεκτροστατικό πεδίο» είναι λάθος.  
Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες.
- 2) Στο σχήμα, έπρεπε οι δυναμικές γραμμές του 2ου πεδίου να είναι πιο αραιές από του 1ου, αφού η ένταση  $\vec{E}_2$  έχει μικρότερο μέτρο από την  $\vec{E}_1$ .

Σχόλια για το Θέμα 16739 : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- 1) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τις δυνάμεις που ασκούνται στο σωματίο και την επιτάχυνση που αποκτά.
- 2) στο ερώτημα 4.4 γράφει τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A, B :  $V_{AB} = E_1 \cdot s = 50 \text{ V}$ . Αυτό είναι **λάθος!**



Η φορά από το A προς το B είναι αντίθετη από τη φορά των δυναμικών

γραμμών, άρα το δυναμικό αυξάνεται :  $V_B > V_A \Rightarrow V_B - V_A = E_1 s = 50 \text{ V} \Rightarrow V_{AB} = -V_{BA} = -50 \text{ V}$ .

Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης είναι :  $W_{A \rightarrow B} = q(V_A - V_B) = (-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (-50 \text{ V}) = 10^{-4} \text{ J}$ .

#### ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ομογενές πεδίο μεταξύ των παράλληλων μεταλλικών πλακών, θα έχει ένταση

$$E = \frac{V}{L} = \frac{100 \text{ V}}{2 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

**Μονάδες 5**

4.2. Το φορτίο ισορροπεί υπό την επίδραση δύο δυνάμεων, της βαρυτικής και της ηλεκτρικής δύναμης, οι οποίες πρέπει να είναι αντίθετες. Συνεπώς το φορτίο έλκεται ηλεκτρικά από τον πάνω σπλισμό, ο οποίος έχει θετικό φορτίο, άρα το σωματίδιο έχει αρνητικό φορτίο. Αν εφαρμόσουμε τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow F = W \Leftrightarrow E|q| = mg \Leftrightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{10^{-3} \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{5 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

**Μονάδες 6**

4.3. Από την σχέση  $E = \frac{V}{L}$  προκύπτει ότι η ένταση  $E$  του πεδίου είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού  $V$  μεταξύ των πλακών. Άρα, όταν διπλασιαστεί η διαφορά δυναμικού, θα διπλασιαστεί η ένταση και, κατά συνέπεια, η ηλεκτρική δύναμη, με αποτέλεσμα το φορτίο να πάψει να ισορροπεί. Αντίθετα, θα αποκτήσει επιτάχυνση, κινούμενο προς την θετική μεταλλική πλάκα. Η επιτάχυνση έχει μέτρο

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{2E|q| - mg}{m} = \frac{2mg - mg}{m} = g$$

Το σωματίδιο επιταχύνεται ομαλά και για να φτάσει στην θετική μεταλλική πλάκα θα διανύσει απόσταση  $s = L - d = 0,5 \text{ m}$ . Θα χρειαστεί χρόνο

$$s = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{10^{-2}}{10}} \text{ s} = \frac{0,1}{\sqrt{10}} \text{ s} = \frac{\sqrt{10}}{100} \text{ s}$$

**Μονάδες 7**

4.4. Όταν διπλασιαστεί η ένταση του πεδίου θα έχει μέτρο

$$E_1 = 2E = 2 \cdot 5 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Από το σημείο A μέχρι το σημείο συνάντησης, έστω B, του φορτίου με την θετική μεταλλική πλάκα η διαφορά δυναμικού είναι

$$V_{BA} = V_B - V_A = E_1 s = 50 \text{ V}$$

$$V_{AB} = E_1 s = 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 50 \text{ V} \quad (V_{AB} = -E_1 s = -50 \text{ V})$$

Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης από το A στο B είναι

$$W_{A \rightarrow B} = |q|V_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 50 \text{ V} = 10^{-4} \text{ J}$$

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 50 \text{ V} = -10^{-4} \text{ J}$$

**Μονάδες 7**

Σχόλια για το Θέμα 16329 :

- 1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ή όγκο ούτε κινείται ή επιταχύνεται. Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : « . . . ένα σωματίδιο με θετικό φορτίο  $q_1$  επιταχύνεται . . . », « . . . η μάζα του σωματιδίου είναι . . . », « . . . για τη μετακίνηση του σωματιδίου . . . ».
- 2) Η μονάδα έργου 1 eV (ηλεκτρονιοβόλτ) είναι εκτός διδακτέας ύλης.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυνάμεις που ασκούνται στα δύο σωματίδια, τις επιταχύνσεις τους και την ταχύτητα του 1ου όταν φτάσει στο B.

Σχόλιο για το Θέμα 17169 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 χρησιμοποιεί το σύμβολο  $\Delta V$  για τη διαφορά δυναμικού. **Το  $\Delta V$  είναι το σύμβολο της μεταβολής του δυναμικού.**

Κατά τη φορά των δυναμικών γραμμών το δυναμικό ελαττώνεται, άρα :  $V_A > V_B$ .

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A, B είναι :  $V_{AB} = V_A - V_B = E \cdot d$ .

Η μεταβολή του δυναμικού για την κίνηση αυτή είναι :  $\Delta V = V_B - V_A = -V_{AB} = -E \cdot d$ .

**4.1.** Το σωματίδιο δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qE}{m} \text{ και τελικά } \alpha = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2)$$

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}a\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 2 \text{ s} \quad (3)$$

και  $v = \alpha\Delta t \xrightarrow{(2),(3)} v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4)$

**Μονάδες 8**

**4.2.** Μεταξύ της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B ισχύει η σχέση

$$E = \frac{\Delta V}{d} \quad V_{AB} = E \cdot d = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

και τελικά

$$\Delta V = 2 \cdot 10^4 \text{ V} \quad (5) \quad \Delta V = V_B - V_A = -V_{AB} = -2 \cdot 10^4 \text{ V}$$

**Μονάδες 4**

Σχόλια για το Θέμα 17171 :

- 1) Στο ερώτημα 4.3 δεν αναφέρει η εκφώνηση ότι οι ταχύτητες έχουν τέτοια φορά ώστε τα σωματίδια να απομακρύνονται.
- 2) Στο ερώτημα 4.4 πρέπει οι ταχύτητες να είναι εφαπτομενικές στις κυκλικές ράγες και αντίρροπες, ώστε τα σωματίδια να είναι συνεχώς αντιδιαμετρικά.

### Σχόλιο για το Θέμα 17478 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, το σωματίδιο στην αρχική και την τελική θέση, την απόσταση των δύο θέσεων, τη δύναμη που δέχεται, την επιτάχυνση και τις ταχύτητες στις δύο θέσεις.

### Σχόλια για το Θέμα 18608 :

- 1) **Η μονάδα έργου – ενέργειας 1 eV (ηλεκτρονιοβόλτ) είναι εκτός διδακτέας ύλης.**
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, το ηλεκτρόνιο στην αρχική και την τελική θέση, την απόσταση των δύο θέσεων, τη δύναμη που δέχεται, την επιτάχυνση και την ταχύτητα στην τελική θέση.

### Σχόλια για το Θέμα 17478 : Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, το σωματίδιο στην αρχική και την τελική θέση, την απόσταση των δύο θέσεων, τη δύναμη που δέχεται, την επιτάχυνση και τις ταχύτητες στις δύο θέσεις.

β) στο ερώτημα 4.4 γράφει τη σχέση :  $V_1 - V_0 = E \cdot x_1 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ V}$ . Αυτό είναι **λάθος** !

Αφού το σωματίδιο κινείται κατά τη φορά των δυναμικών γραμμών το δυναμικό ελαττώνεται, άρα :  $V_0 > V_1$ . Επομένως, η σωστή σχέση είναι :  $V_0 - V_1 = E \cdot x_1 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ V}$ .

#### 4.1. Ισχύουν:

$$|F_{\eta\lambda}| = |E| \cdot q = 10^{-4} \text{ N.}$$
$$|F_{\eta\lambda}| = m \cdot |a|, |a| = \frac{|F_{\eta\lambda}|}{m}, |a| = 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σημειακό φορτισμένο σωματίδιο είναι  $|a| = 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  είναι ίδια με την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης  $\vec{F}_{\eta\lambda}$ , αφού αυτή είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής του Newton). Η κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης  $\vec{F}_{\eta\lambda}$  είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης  $\vec{E}$  του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου, επειδή το φορτίο  $q$  του σωματιδίου είναι θετικό. Η ένταση  $\vec{E}$  του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας  $\vec{v}_0$ , αφού εφάπτεται στις δυναμικές γραμμές και έχει την ίδια φορά με αυτές. Έτσι, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης  $\vec{a}$  είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας  $\vec{v}_0$ .

**Μονάδες 6**

**Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.**

#### 4.2. Ισχύει: $v_1 = v_0 + a \cdot t_1 = 3 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Μονάδες 6**

#### 4.3.

Ισχύει:

$$\Delta K = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}, W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}, W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v^2 - v_0^2) =$$
$$= 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ J.}$$

**Μονάδες 6**

#### 4.4. Ισχύει: $x_1 = v_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 250 \text{ m}$ και

$$E = \frac{V_1 - V_0}{x_1}, V_1 - V_0 = E \cdot x_1 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

$$V_0 - V_1 = E \cdot x_1 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

**Μονάδες 7**

Σχόλια για το Θέμα 19536 :

- 1) Η μονάδα έργου – ενέργειας 1 eV (ηλεκτρονιοβόλτ) είναι εκτός διδακτέας ύλης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, το πρωτόνιο στην αρχική και την τελική θέση, την απόσταση των δύο θέσεων, τη δύναμη που δέχεται, την επιτάχυνση και την ταχύτητα στην τελική θέση.

Σχόλιο για το Θέμα 19490 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.4 δεν βάζει τις απόλυτες τιμές στους ρυθμούς μεταβολής της ορμής των σωματιδίων.

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\left| \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \right| = F_1 \text{ και } \left| \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \right| = F_2, \text{ επομένως: } \left| \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \right| = K_C \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \Rightarrow \left| \frac{\Delta p_1}{\Delta t} \right| = \left| \frac{\Delta p_2}{\Delta t} \right| = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Μονάδες 5

Σχόλια για το Θέμα 19491 :

1) Η έκφραση «κατακόρυφο ηλεκτρικό πεδίο» είναι λάθος. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι κατακόρυφες.

2) Η εκφώνηση δεν διευκρινίζει ότι το σωματίδιο έχει θετικό φορτίο. Το «ειδικό φορτίο» είναι το πηλίκο της απόλυτης τιμής το φορτίου προς τη μάζα του σωματιδίου.

Η έννοια «ειδικό φορτίο» δεν υπάρχει στη θεωρία του σχολικού βιβλίου αλλά μόνο στο πρόβλημα 93 (σελ. 200 – 201), στο οποίο το ειδικό φορτίο του ηλεκτρονίου είναι το πηλίκο της απόλυτης τιμής του φορτίου  $e$  του ηλεκτρονίου προς τη μάζα του  $m_e$ .

93 Λεπτή δέσμη ηλεκτρονίων μπαίνει με ταχύτητα  $v_0 = 2 \times 10^7 \text{ m/s}$  στο πεδίο φορτισμένου επίπεδου πυκνωτή παράλληλα με τους οπλισμούς του. Η τάση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι 80 V, η απόστασή τους είναι  $d = 2 \text{ cm}$  και το μήκος τους είναι  $l = 12 \text{ cm}$ . Να βρεθεί η απόκλιση της δέσμης κατά την έξοδό της από το πεδίο του καθώς και η διαφορά δυναμικού μεταξύ του σημείου εισόδου και του σημείου εξόδου. Δίνεται το ειδικό φορτίο του ηλεκτρονίου

$$\frac{e}{m_e} = 1,75 \times 10^{11} \text{ C / kg.}$$



Σχόλιο για το Θέμα 20896 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 δεν βάζει την απόλυτη τιμή στον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σωματιδίου.

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής ορμής ισούται με το μέτρο της συνισταμένης δύναμης. Άρα:

$$\left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| = F \Rightarrow \left| \frac{\Delta P}{\Delta t} \right| = 3,2 \text{ kg m/s}^2$$

Μονάδες 6

Σχόλιο για το Θέμα 20898 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει **το μέτρο** του ρυθμού μεταβολής της ορμής χωρίς να το αναφέρει και δεν βάζει την απόλυτη τιμή στον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σωματιδίου.

4.3.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma \vec{F} \Rightarrow \left| \frac{dP}{dt} \right| = F'_{\eta\lambda} = \frac{K_c \cdot |Q| \cdot |q|}{r'^2} \Rightarrow \left| \frac{dP}{dt} \right| = 22,5 \text{ kg m/s}^2$$

Η κατεύθυνση του ρυθμού μεταβολής της ορμής  $\frac{d\vec{P}}{dt}$  είναι από το φορτίο  $q$  προς το φορτίο  $Q$ .

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 21598 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο ή και η κατεύθυνση της έντασης και της δύναμης.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις δύο πλάκες και τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τη δύναμη που δέχεται το σωματίδιο από το πεδίο, την απόσταση των σημείων Α, Γ και την ταχύτητα του σωματιδίου στο Γ.



Σχόλια για το Θέμα 21398 :

- 1) Στο ερώτημα 4.1 η εκφώνηση δεν διευκρινίζει αν ζητείται μόνο το μέτρο ή και η κατεύθυνση της επιτάχυνσης.
  - 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
    - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη δύναμη που δέχεται το σωματίδιο, την επιτάχυνση, την αρχική ταχύτητα την απόσταση μέχρι να σταματήσει και την ταχύτητα όταν επιστρέφει στο Ο.
    - β) στο ερώτημα 4.1 υπολογίζει μόνο το μέτρο της επιτάχυνσης και δεν καθορίζει την κατεύθυνσή της.
    - γ) στο ερώτημα 4.3 δεν κάνει ολοκληρωμένη περιγραφή της κίνησης του σωματιδίου μέχρι να επιστρέψει στο Ο.
- Η κίνηση του σωματιδίου μέχρι να σταματήσει (στιγμιαία) είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη ενώ όταν επιστρέφει στο Ο είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

**4.1.** Η επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο οφείλεται μόνο στην ηλεκτροστατική δύναμη, οπότε από τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα προκύπτει

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{E|q|}{m} = \frac{10^5 \cdot |-10^{-2}| \text{ m}}{10^{-3} \text{ s}^2} = 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Μονάδες 6**

**4.2.** Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωματίδιο από την αρχή Ο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, έστω μέχρι το σημείο Α.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \Leftrightarrow 0 - \frac{mv_0^2}{2} = qV_{OA} \Leftrightarrow V_{OA} = -\frac{mv_0^2}{2q} \Leftrightarrow$$

$$V_{OA} = -\frac{10^{-3}(4 \cdot 10^3)^2}{2(-10^{-2})} \text{ V} = 8 \cdot 10^5 \text{ Volt}$$

**Μονάδες 6**

**4.3.** Το σωματίδιο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση όταν θα βρεθεί στην θέση  $x = 0$ . Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, δέχεται ηλεκτρική δύναμη αντίθετη με την αρχική ταχύτητα και **μέχρι να σταματήσει στιγμιαία και στη συνέχεια επιταχύνεται προς την αρνητική φορά.** επιβραδύνεται ομαλά. Έχουμε **Τη στιγμή που επιστρέφει στο Ο ισχύει :  $x = 0$ .**

$$x = v_0 t - \frac{\alpha t^2}{2} \Leftrightarrow 0 = t \left( v_0 - \frac{\alpha t}{2} \right) \Leftrightarrow t = 0 \text{ (αρχή)} \text{ ή } v_0 - \frac{\alpha t}{2} = 0$$

Η πρώτη λύση αντιστοιχεί στην αρχική θέση του σωματιδίου. Από την δεύτερη λύση προκύπτει

$$v_0 = \frac{\alpha t}{2} \Leftrightarrow t = \frac{2v_0}{\alpha} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^6} \text{ s} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

**Μονάδες 6**

**4.4.** Η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το σωματίδιο στην αρχική θέση μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά **μεταβαλλόμενη επιβραδυνόμενη** κίνηση.

$$v = v_0 - \alpha t = v_0 - \alpha \left( \frac{2v_0}{\alpha} \right) = v_0 - 2v_0 = -v_0 = -4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά έχουμε

$$\Delta P = mv - mv_0 = m(-v_0) - mv_0 = -2mv_0 = -2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = -8 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Κατά συνέπεια, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου είναι  $8 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

**Μονάδες 7**

Σχόλια για το Θέμα 21604 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.2 γράφει : «Εάν αφήσουμε ελεύθερο το ηλεκτρικό φορτίο  $q$  θα ασκηθεί σε αυτό ηλεκτρική δύναμη . . . ».

Στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται ηλεκτρική δύναμη είτε συγκρατείται είτε είναι ελεύθερο να κινηθεί.

**4.2. Εάν αφήσουμε ελεύθερο το ηλεκτρικό φορτίο  $q$  θα ασκηθεί σε αυτό ηλεκτρική δύναμη**

και θα μετακινηθεί. Όταν βρεθεί στη θέση  $\Gamma$  η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια των δύο ηλεκτρικών φορτίων είναι:

$$U_{\tau\epsilon\lambda} = K_c \frac{Qq}{A\Gamma} \text{ ή } U_{\tau\epsilon\lambda} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{2} \text{ J ή } U_{\tau\epsilon\lambda} = 36 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια θα ελαττωθεί και η τιμή της μεταβολής  $\Delta U$  είναι:

$$\Delta U = U_{\tau\epsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} \text{ ή } \Delta U = 36 \cdot 10^{-6} \text{ J} - 72 \cdot 10^{-6} \text{ J ή } \Delta U = -36 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

**Μονάδες 6**

Σχόλια για το Θέμα 21670 :

1) Το ηλεκτρικό φορτίο είναι φυσικό μέγεθος και δεν έχει μάζα ή όγκο ούτε κινείται ή επιταχύνεται. Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Τοποθετούμε στο σημείο Α ένα σωματίδιο με φορτίο  $q$  . . . », « . . . η μάζα του σωματιδίου είναι  $m = 1 \text{ g}$  », « . . . την ταχύτητα που θα αποκτήσει το σωματίδιο . . . », « . . . την επιτάχυνση του σωματιδίου . . . ».

2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ζ, τη δυναμική γραμμή που διέρχεται από αυτά, τη δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο, την επιτάχυνση που αποκτά και την ταχύτητά του στο Ζ.

Σχόλιο για το Θέμα 21822 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σωματίδια στις αρχικές θέσεις, τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, την αρχική ταχύτητα του  $\Sigma_1$ , τις ταχύτητές τους τη στιγμή που η απόσταση μεταξύ τους είναι ελάχιστη και την ελάχιστη απόσταση  $d_{\min}$ .

Σχόλιο για το Θέμα 21990 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τα σωματίδια στις αρχικές θέσεις, τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης, τις ταχύτητές τους τη στιγμή που εκτοξεύονται από άπειρη απόσταση και την ελάχιστη απόσταση  $d_{\min}$ .

Σχόλιο για το Θέμα 21991 :

Η έννοια του πυκνωτή είναι εκτός διδακτέας ύλης.

Σχόλια για το Θέμα 22075 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι οι δυνάμεις από τον ατμοσφαιρικό αέρα δεν λαμβάνονται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις σφαίρες στις αρχικές θέσεις, τις δυνάμεις που ασκούνται στη 2η σφαίρα, τις αποστάσεις της 2ης σφαίρας από την αρχική θέση και από το έδαφος στις άλλες δύο χαρακτηριστικές θέσεις της κίνησης.

Σχόλια για το Θέμα 22166 :

- 1) Το 1 C είναι πολύ μεγάλη ποσότητα ηλεκτρικού φορτίου.

**Είναι αδύνατο ένα σωματίο με μάζα 20 g να αποκτήσει φορτίο 2 C.**

Η διηλεκτρική αντοχή του αέρα είναι  $E_{\max} = 3 \cdot 10^6$  V/m.

Μία μεταλλική σφαίρα (που περιβάλλεται από αέρα) για να συγκρατήσει φορτίο 2 C πρέπει να έχει ακτίνα τουλάχιστο 77,5 m !

- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις φορτισμένες πλάκες και τις δυναμικές γραμμές, το σωματίο στις θέσεις Α, Γ, τη δύναμη που δέχεται από το πεδίο, την ταχύτητά του πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση, τις αποστάσεις των σωμάτων από τις πλάκες . . .

Σχόλιο για το Θέμα 22516 :

Η διατύπωση «οριζόντιο ηλεκτρικό πεδίο» είναι λάθος.

Οι δυναμικές γραμμές του ηλεκτρικού πεδίου είναι οριζόντιες.

Σχόλια για το Θέμα 22521 :

- 1) **Οι έννοιες «πυκνωτής», «επίπεδος πυκνωτής», «ηλεκτρονιοβόλτ» είναι εκτός διδακτέας ύλης.**

- 2) Η διατύπωση «το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο που μετακινείται» δεν είναι σωστή.

Η εκφώνηση αναφέρεται στο στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο (την απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου).

- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις φορτισμένες πλάκες και τις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τη δύναμη που δέχεται το ηλεκτρόνιο και τις δύο κινήσεις που εκτελεί.

## Βαρυτικό πεδίο

Σχόλια για τα Θέματα 15893, 15894 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη και το σώμα τη στιγμή της εκτόξευσης και τη στιγμή που βγαίνει από το πεδίο βαρύτητας καθώς και τις ταχύτητες του σώματος σε αυτές τις θέσεις.
- β) αντικαθιστά το γινόμενο  $GM_{\Gamma}$  με το γινόμενο  $g_0 R_{\Gamma}^2$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

Σχόλιο για το Θέμα 16076, 16077, 16203 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας αντικαθιστά το γινόμενο  $GM_{\Gamma}$  με το γινόμενο  $g_0 R_{\Gamma}^2$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

Σχόλια για τα Θέματα 16201 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη και το σώμα τη στιγμή της εκκίνησης, τη στιγμή που φτάνει σε ύψος  $h$  και τη στιγμή που βγαίνει από το πεδίο βαρύτητας, την επιτάχυνση καθώς και τις ταχύτητες του σώματος σε αυτές τις θέσεις.
- β) στο ερώτημα 4.3 χρησιμοποιεί το σύμβολο  $F$  για τη συνισταμένη δύναμη αντί για  $\Sigma F$ .
- γ) στο ερώτημα 4.4 χρησιμοποιεί για το χρόνο και για το ύψος, τα ίδια σύμβολα  $t$ ,  $h$  που είχε και στο ερώτημα 4.3.

4.1. Τη στιγμή που σταματάει η λειτουργία του προωθητικού μηχανισμού, το διαστημικό όχημα έχει ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διαφυγής  $v_{\delta}$  από το πεδίο βαρύτητας της Γης και από το ύψος που βρίσκεται τότε από την επιφάνειά της. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του οχήματος από το σημείο εκείνο μέχρι την έξοδό του από το πεδίο της Γης:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\delta}^2 - \frac{G \cdot M_{\Gamma} \cdot m}{R_{\Gamma} + h} = 0$  και επειδή  $h = R_{\Gamma}$  και  $G \cdot M_{\Gamma} = g_0 \cdot R_{\Gamma}^2$  προκύπτει:

$$v_{\delta} = \sqrt{g_0 \cdot R_{\Gamma}} = 8000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Μονάδες 6**

4.2. Επειδή το όχημα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, δέχεται σταθερή συνισταμένη δύναμη με τη δράση του προωθητικού μηχανισμού, για την οποία σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής ισχύει:

$\Sigma F = \cancel{F} = m \cdot a$ . Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου - ενέργειας για την κίνηση του οχήματος μέχρι να σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\delta}^2 = \cancel{F} \cdot h = m \cdot a \cdot h \quad \text{οπότε} \quad a = \frac{v_{\delta}^2}{2 \cdot h} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**Μονάδες 6**

4.3.  $v_{\delta} = a \cdot t$  άρα  $t = 1600 \text{ s}$

**Μονάδες 6**

4.4. Στη χρονική διάρκεια που ζητήθηκε, δεν έχει ακόμη σταματήσει ο προωθητικός μηχανισμός. Έτσι ισχύει:

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Τότε η δυναμική ενέργεια του οχήματος είναι:

$$U = -G \frac{M_{\Gamma} \cdot m}{R_{\Gamma} + h_1} = -\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}^2 \cdot m}{R_{\Gamma} + h_1} = -1,28 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

**Μονάδες 7**

Σχόλια για τα Θέματα 16202 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη και τον δορυφόρο τη στιγμή που εισέρχεται στο πεδίο βαρύτητας, στην ατμόσφαιρα της Γης και τη στιγμή που φτάνει στην επιφάνειά της και τις ταχύτητες του σώματος σε αυτές τις θέσεις.

β) στο ερώτημα 4.2 υπολογίζει το μέτρο της ταχύτητας :  $v_1 = 4,8 \cdot 10^{3,5} \text{ m/s}$ .

Όμως, δεν συνηθίζεται απάντηση με κλασματικό εκθέτη.

Η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εισέρχεται στην ατμόσφαιρα είναι  $v_1 = 4800\sqrt{10} \text{ m/s}$ .

Σχόλιο για το Θέμα 16327 :

Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα και η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπ' όψη.

Σχόλια για το Θέμα 16461 :

1) Οι διατυπώσεις «τοποθετούμε μια μάζα», «αν οι μάζες αφεθούν ελεύθερες» δεν είναι σωστές.

Η μάζα είναι φυσικό μέγεθος και όχι σώμα.

2) Στο ερώτημα 4.3 ζητείται το έργο του πεδίου βαρύτητας των δύο σφαιρών με μάζες  $m_1$ ,  $m_2$ .

3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τις δύο σφαίρες και τις μεταξύ τους βαρυτικές δυνάμεις, το τρίτο σώμα μάζας  $m_3$ , τις αποστάσεις μεταξύ τους, τις ταχύτητες των σφαιρών όταν αρχίσουν να κινούνται.

Σχόλια για το Θέμα 17063 :

1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.

2) Η απόσταση από την επιφάνεια της Γης (ύψος) συμβολίζεται με  $h$ . Με  $r$  συμβολίζεται η απόσταση από το κέντρο της Γης.

**Το δεδομένο  $r_2 = R_{\Gamma}$  από την επιφάνεια της Γης είναι παραπλανητικό.**

Το σωστό είναι :  $h_2 = R_{\Gamma}$  (ή  $r_2 = 2 R_{\Gamma}$  από το κέντρο της Γης).

3) Η εκφώνηση αναφέρει : «απελευθερώνεται η σεληνάκατος (με μηδενική ταχύτητα)».

**Η ταχύτητα της σεληνάκατος αναφέρεται ως προς τη Γη.**

**Τη στιγμή που απελευθερώνεται η σεληνάκατος έχει την ταχύτητα του οχήματος.**

Για να έχει μηδενική ταχύτητα (ως προς τη Γη) η σεληνάκατος πρέπει να εκτοξευτεί με ταχύτητα  $-\vec{u}_1$  ως προς το όχημα (επομένως δεν «απελευθερώνεται»).

4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το όχημα και τη σεληνάκατο πριν και μετά τη διάσπαση, τις ταχύτητες πριν και μετά τη διάσπαση και τη στιγμή που φτάνουν στο έδαφος.

β) αντικαθιστά το γινόμενο  $GM_{\Gamma}$  με το γινόμενο  $g_0 R_{\Gamma}^2$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

Σχόλια για το Θέμα 16493 :

1) Η εκφώνηση

α) χρησιμοποιεί το ίδιο σύμβολο  $h$  για δύο διαφορετικά ύψη.

β) δεν αναφέρει ότι η Σελήνη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.

2) Η άσκηση απαιτεί πολύπλοκους υπολογισμούς και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

4.1. Η ένταση του βαρυντικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης, δίνεται:

$$g_{\Sigma} = G \cdot \frac{M_{\Sigma}}{R_{\Sigma}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \cdot 7,4 \cdot 10^{22} \text{Kg}}{(1750 \cdot 10^3)^2 \text{m}^2} = 1,6 \text{ m/s}^2$$

**Μονάδες 5**

4.2. Η δύναμη που ασκεί η σεληνάκος στην Σελήνη προκύπτει από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης:

$$F = G \cdot \frac{M_{\Sigma} \cdot m_{\Delta}}{(R_{\Sigma} + h)^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 7,4 \cdot 10^{22} \text{Kg} \cdot 5000 \text{Kg}}{(3 \cdot 10^6)^2 \text{m}^2} = 2742 \text{ N}$$

Η δυναμική ενέργεια της σεληνάκος όταν βρίσκεται σε ύψος  $h$  είναι:

$$U = -G \cdot \frac{M_{\Sigma} \cdot m_{\Delta}}{R_{\Sigma} + h} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 7,4 \cdot 10^{22} \text{Kg} \cdot 5000 \text{Kg}}{3 \cdot 10^6 \text{m}^2} = -82,2 \cdot 10^8 \text{ J}$$

**Μονάδες 6**

4.3. Το εξάρτημα αποκολλάται σε ύψος  $h = 120 \text{ m}$  και ενώ η σεληνάκος κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $u = 10 \text{ m/s}$ . Άρα και αυτό έχει εκείνη τη στιγμή την ίδια ταχύτητα. Λόγω της έλλειψης ατμόσφαιρας και άρα τριβών, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα με την οποία φθάνει στην επιφάνεια με την βοήθεια του Θ.Ε.Ε.:

$$\begin{aligned} \Delta K &= \Sigma W \Leftrightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_W \\ \frac{1}{2} \cdot m_{\Delta} \cdot u_{\text{τελ}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m_{\Delta} \cdot u_{\text{αρχ}}^2 &= m_{\Delta} \cdot g_{\Sigma} \cdot h \Leftrightarrow u_{\text{τελ}}^2 = 2 \cdot g \cdot h + u_{\text{αρχ}}^2 \\ u_{\text{τελ}} &= \sqrt{2 \cdot g_{\Sigma} \cdot h + u_{\text{αρχ}}^2} = \sqrt{484} = 22 \text{ m/s} \end{aligned}$$

**Μονάδες 7**

4.4. Μετά την αποκόλληση, η μεν σεληνάκος συνεχίζει να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $u=10\text{m/s}$  ενώ το εξάρτημα **επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση  $g_{\Sigma}$  από την αρχική ταχύτητα  $u$** . Η επιτάχυνση  $g_{\Sigma}$  θεωρείται σταθερή λόγω του μικρού ύψους από το οποίο έγινε η αποκόλληση.

Άρα το εξάρτημα θα φθάσει γρηγορότερα στην επιφάνεια της Σελήνης.

Ο χρόνος για να διανύσει τα  $120\text{m}$  η σεληνάκος είναι :

$$t_{\text{σελην}} = \frac{h}{u} = \frac{120\text{m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 12 \text{ s}$$

Αντίστοιχα, για το εξάρτημα που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, είναι:

$$\begin{aligned} u_{\text{τελ}} &= u + g_{\Sigma} \cdot t \\ h &= u \cdot t + \frac{1}{2} \cdot g_{\Sigma} \cdot t^2 \end{aligned}$$

Με δεδομένο τον υπολογισμό της ταχύτητας από το προηγούμενο ερώτημα:

$$u_{\text{τελ}} = u + g_{\Sigma} \cdot t_{\text{εξαρχτ}} \Leftrightarrow 22 = 10 + 1,6 \cdot t \Leftrightarrow t_{\text{εξαρχτ}} = 7,5 \text{ s}$$

Οπότε η ζητούμενη χρονική διαφορά θα είναι

$$\Delta t = t_{\text{σελην}} - t_{\text{εξαρχτ}} = 4,5 \text{ s}$$



Σχόλια για το Θέμα 17066 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα και η αντίσταση του αέρα δεν λαμβάνεται υπ' όψη.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σημειώνει στο σχήμα τις ταχύτητες του οχήματος τη στιγμή της εκτόξευσης και ελάχιστα πριν τη διάσπαση, την ταχύτητα του 1ου κομματιού μετά τη διάσπαση και του 2ου κομματιού τη στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια της Γης.

Σχόλια για το Θέμα 20656 :

Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- α) δεν σχεδιάζει τα σχήματα με τα δύο σώματα και τις μεταξύ τους βαρυτικές δυνάμεις, το σημείο μηδενισμού της έντασης και τις αποστάσεις του από τα σώματα, τις ταχύτητες των σωμάτων όταν αρχίσουν να κινούνται.
- β) δεν αναφέρει ότι το σημείο μηδενισμού της έντασης βρίσκεται στην ευθεία των δύο σωμάτων και ανάμεσα σε αυτά.
- γ) δεν εξηγεί γιατί όταν αφεθούν ελεύθερα τα σώματα κινούνται αντίρροπα ώστε να πλησιάζουν.

Σχόλια για το Θέμα 21387 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Σελήνη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με το σώμα τη στιγμή που εκτοξεύεται, την αρχική ταχύτητα, την τροχιά, την ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t$  και τις συνιστώσες της, το ύψος  $h$  και το βεληνεκές  $S_{\max}$ .
  - β) δεν περιγράφει τα είδη των επιμέρους κινήσεων που εκτελεί το σώμα στους δύο άξονες.

Σχόλια για το Θέμα 16092 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.

Σχόλια για το Θέμα 16205 :

- 1) Η εκφώνηση έπρεπε να διευκρινίζει ότι η ταχύτητα του σώματος  $m_1$  μετά την εκτόξευση αναφέρεται ως προς τον πλανήτη (και όχι ως προς το διαστημικό όχημα).
- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο πλανήτης θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.

Σχόλια για το Θέμα 16332 :

- 1) Η εκφώνηση δεν έχει αριθμητικά δεδομένα, επομένως δεν μπορεί να προσδιοριστεί το μέτρο της ταχύτητας και η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου.
- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου γύρω από τη Γη, τη δύναμη που δέχεται, την ταχύτητά του πριν τη διάσπαση, τις ταχύτητες των δύο κομματιών αμέσως μετά τη διάσπαση.

Σχόλια για το Θέμα 16091 :

- 1) **Οι ταχύτητες των δορυφόρων είναι αντίθετες μόνο τις χρονικές στιγμές που διέρχονται από το ίδιο σημείο και από το αντιδιαμετρικό του.** Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «οι δορυφόροι περιστρέφονται στην ίδια κυκλική τροχιά προς αντίθετες φορές».
- 2) Η διατύπωση «Αν οι δύο δορυφόροι ξεκινούν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  από το ίδιο σημείο» δεν είναι σωστή, αφού οι δορυφόροι κινούνται συνεχώς με ταχύτητες σταθερού μέτρου. Η εκφώνηση έπρεπε να λέει : «Οι δύο δορυφόροι **διέρχονται** τη χρονική στιγμή  $t = 0$  από το ίδιο σημείο».
- 3) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 4) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, τους δορυφόρους τη στιγμή  $t = 0$  και τη στιγμή που συναντώνται, τις δυνάμεις που δέχονται και τις ταχύτητές τους.
  - β) στο ερώτημα 4.4 γράφει ότι «στη διεύθυνση κίνησης στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις . . . οπότε θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής».  
**Στους δύο δορυφόρους ασκούνται συνεχώς οι βαρυτικές δυνάμεις από τη Γη οι οποίες μεταβάλλουν τις διευθύνσεις των ορμών τους.**  
**Η διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη άρα οι εξωτερικές (βαρυτικές) δυνάμεις δεν προκαλούν σημαντική μεταβολή στην ορμή του συστήματος. Επομένως ισχύει (κατά προσέγγιση) η αρχή διατήρησης της ορμής.**

4.4. Στην οριζόντια διεύθυνση (διεύθυνση κίνησης) στην διάρκεια της κρούσης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στο σύστημα των οχημάτων, οπότε για το σύστημα θα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Συνεπώς σε όλη τη διάρκεια της κρούσης η ολική ορμή του συστήματος διατηρείται.

**Η διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη άρα οι εξωτερικές (βαρυτικές) δυνάμεις δεν προκαλούν σημαντική μεταβολή στην ορμή του συστήματος. Επομένως ισχύει (κατά προσέγγιση) η αρχή διατήρησης της ορμής.**

$$\begin{aligned}\vec{P}_{αρχ\ σ\sigma\sigma} &= \vec{P}_{τελ\ σ\sigma\sigma} \\ \vec{P}_1 + \vec{P}_2 &= \vec{P}_{\sigma\sigma\sigma} \\ m \cdot u - m \cdot u &= (m + m) \cdot u_{\sigma\sigma\sigma} \\ 0 &= 2 \cdot m \cdot u_{\sigma\sigma\sigma} \Leftrightarrow u_{\sigma\sigma\sigma} = 0\end{aligned}$$



Σχόλια για το Θέμα 16074 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας στο ερώτημα 4.3 γράφει ότι «Κατά διάρκεια της κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο στη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα».

**Στους δύο δορυφόρους ασκούνται συνεχώς οι βαρυντικές δυνάμεις οι οποίες μεταβάλλουν τις διευθύνσεις των ορμών τους.**

**Η διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη άρα οι εξωτερικές (βαρυντικές) δυνάμεις δεν προκαλούν σημαντική μεταβολή στην ορμή του συστήματος. Επομένως δεχόμαστε ότι το σύστημα είναι κατά προσέγγιση μονωμένο και μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.**

**4.3.** Κατά τη διάρκεια της πλαστικής κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο στη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα. Έστω  $m_3 = m_1 + m_2 = 3m_1$ , η μάζα του συσσωματώματος. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής κατά την πλαστική κρούση.

$\Sigma \vec{F}_{εξ} = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow -m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_3 v_3 \Rightarrow v_3 = \frac{v_1}{3}$

Επομένως,  $v_3 = 2 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$ .

πριν

$m_1$   
 $\vec{u}_1$   
 $\vec{u}_2$   
 $m_2$

μετά

$\vec{u}_3$   
 $m_3$

**Μονάδες 6**

Σχόλια για το Θέμα 16112 :

- 1) Γεωσύγχρονοι ονομάζονται οι δορυφόροι που περιφέρονται γύρω από τη Γη με περίοδο ίση με την περίοδο περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της ( $T_δ \cong 24 \text{ h}$ ) με αποτέλεσμα να βρίσκονται συνεχώς πάνω από το ίδιο σημείο της επιφάνειας της Γης.

Δεν έχει νόημα ο όρος «γεωσύγχρονος» για ένα δορυφόρο άλλου πλανήτη εκτός από τη Γη.

- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο πλανήτης θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.

Σχόλια για το Θέμα 16124 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη **δεν είναι δυνατό να υπολογιστεί.**

Η εκφώνηση έπρεπε να ζητά **την αύξηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της έκρηξης.**

- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται, την ταχύτητά του πριν τη διάσπαση και τις ταχύτητες των δύο κομματιών αμέσως μετά τη διάσπαση.

β) στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει το λόγο των μαζών  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5} = 0,2$ , ενώ η ακριβής απάντηση είναι

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_δ - v}{2v} \cong 0,214. \text{ Η προσέγγιση αυτή επηρεάζει φυσικά και την απάντηση στο επόμενο ερώτημα.}$$

γ) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει την αύξηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος λόγω της έκρηξης και την αποκαλεί «η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη».

Σχόλια για το Θέμα 16460 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.
  - β) στο ερώτημα 4.2 παρέλειψε τον υπολογισμό της περιόδου περιφοράς του δορυφόρου.

4.2. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου θα είναι

$$\text{Περίοδος περιφοράς } T = \frac{2\pi(R_{\Gamma} + h)}{v} = \frac{8\pi R_{\Gamma}}{v} = 12,8\pi \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$u = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h}} = \sqrt{\frac{g_0 R_{\Gamma}^2}{4R_{\Gamma}}} = \frac{\sqrt{g_0 R_{\Gamma}}}{2} = \frac{\sqrt{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}}}{2} = 4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 16702 :

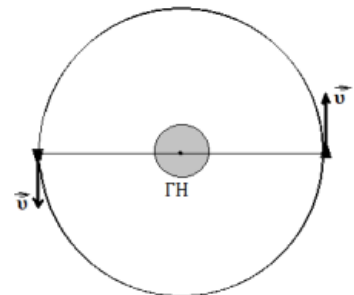
- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) στο ερώτημα 4.3 δεν σχεδιάζει στο σχήμα τη δύναμη που δέχεται ο δορυφόρος.  
Για τη μεταβολή της ορμής γράφει :  $\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} = mv - (-mv) = 2mv = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$   
δηλαδή εξισώνει το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής με το μέτρο της. Αυτό είναι λάθος!  
Η (αλγεβρική) μεταβολή της ορμής είναι :  $\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} = mv - (-mv) = 2mv = 16 \cdot 10^6 \text{ g} \cdot \text{m/s}$ ,  
όπου :  $p_{\text{τελ}} = mv$  και  $p_{\text{αρχ}} = -mv$  οι αλγεβρικές τιμές της ορμής του δορυφόρου.
  - β) στο ερώτημα 4.4 δεν σχεδιάζει το σχήμα με τις ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση.

4.3. Σε χρονικό διάστημα  $\Delta t = T/2$ , ο δορυφόρος έχει περιστραφεί κατά ένα ημικύκλιο (όπως φαίνεται στο σχήμα), συνεπώς:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{τελ}} - \vec{p}_{\text{αρχ}} = mv - (-mv) = 2mv = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$

**Αφού οι ορμές είναι αντίρροπες, ισχύει :**

$$\Delta p = p_{\text{τελ}} - p_{\text{αρχ}} = mv - (-mv) = 2mv = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$



Μονάδες 6

Σχόλια για το Θέμα 18060 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση, καθώς και τις ταχύτητες των δύο κομματιών μετά τη διάσπαση.
  - β) αντικαθιστά το γινόμενο  $GM_{\Gamma}$  με το γινόμενο  $g_0 R_{\Gamma}^2$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

Σχόλια για το Θέμα 16492 :

- 1) Η μάζα της Γης δεν είναι δυνατό να μετρηθεί αλλά έχει υπολογιστεί με διάφορες μεθόδους.
- 2) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.
  - β) αντικαθιστά το γινόμενο  $GM_{\Gamma}$  με το γινόμενο  $g_0 R_{\Gamma}^2$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.
  - γ) στο ερώτημα 4.2 δεν γράφει την τελική σχέση  $E_M = -\frac{1}{2} m_{\Sigma} V_{\Sigma}^2$  στην οποία κάνει την αριθμητική αντικατάσταση.

Σχόλια για το Θέμα 16740 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο Δίας θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
  - 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
    - α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τον Δία, την τροχιά της Ιούς, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά της σε μία θέση.
    - β) στο ερώτημα 4.1 υπολογίζει το μέτρο της ταχύτητας της Ιούς, θεωρώντας γνωστή τη μάζα του Δία!  
**Η μάζα του Δία είναι άγνωστη και ζητείται στο ερώτημα 4.2.**
- Η ταχύτητα της Ιούς υπολογίζεται από τη σχέση :  $u_I = \frac{2\pi R_I}{T_I}$ .
- γ) στο ερώτημα 4.3 υπολογίζει το **πηλίκο** των περιόδων 1,95 **ημέρες!** Αυτό είναι λάθος!  
Το πηλίκο των περιόδων είναι 0,512 (αριθμός) και η περίοδος περιφοράς της Ευρώπης είναι (περίπου) 3,066 ημέρες.
  - δ) στο ερώτημα 4.4 υπολογίζει την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, χωρίς να λάβει υπ' όψη τη βαρυτική επίδραση του Δία! Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας του Δία σε ένα σημείο της επιφάνειας της Ιούς είναι εκατοντάδες φορές μεγαλύτερο από το αντίστοιχο της Ιούς!

Συμπέρασμα : Η άσκηση έχει περίπλοκους υπολογισμούς, ασάφειες, ελλιπή δεδομένα και δεν είναι κατάλληλη για θέμα εξετάσεων.

**ομαλή**

**4.1.** Η γραμμική ταχύτητα  $u$  κατά την περιστροφή ενός σώματος προκύπτει από την συνθήκη για την κυκλική κίνηση:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_K$$

**του Δία**

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο  $I\omega$  του Δία, είναι η βαρυτική έλξη, οπότε:

$$F_{\beta\alpha\rho} = F_K \Leftrightarrow G \frac{M_{\Delta} \cdot m_I}{R_I^2} = \frac{m_I \cdot u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow u_I = \sqrt{G \frac{M_{\Delta}}{R_I}} \quad (1)$$
$$u_I = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,59 \cdot 10^{27}}{432 \cdot 10^6}} = 2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση υπολογίζεται από τη σχέση :

$$u_I = \frac{2\pi R_I}{T_I} = \frac{2\pi \cdot 432 \cdot 10^6 \text{ m}}{1,57 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} \cong 2 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Μονάδες 6**

4.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης της Ιούς δίνεται από την:

$$T_I = \frac{2\pi R_I}{u_I} \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1):

$$T_I = 2\pi \sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}} \Leftrightarrow M_\Delta = \frac{4\pi^2 \cdot R_I^3}{G \cdot T^2}$$

όπου :  $T_I = 1.57 \text{ days} = 1,57 \cdot 86400 \text{ s}$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

$$R_I = 432 \cdot 10^3 \text{ km} = 432 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Η βαρυντική έλξη του Δία στην Ιώ είναι η κεντρομόλος δύναμη :

$$F_\beta = F_\kappa \Leftrightarrow G \frac{M_\Delta m_I}{R_I^2} = m_I \frac{u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow$$

$$M_\Delta = \frac{R_I u_I^2}{G} \Rightarrow M_\Delta \cong 2,59 \cdot 10^{27} \text{ Kg}$$

και τελικά

$$M_\Delta = 2,59 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

4.3. Υπολογίσαμε την περίοδο περιστροφής της Ιούς :  $T_I = 2\pi \sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Ομοίως για την Ευρώπη θα είναι :  $T_{Ev} = 2\pi \sqrt{\frac{R_{Ev}^3}{G \cdot M_\Delta}}$

$$= 0,512$$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη :  $\frac{T_I}{T_{Ev}} = \sqrt{\frac{R_I^3}{R_{Ev}^3}} \Leftrightarrow \frac{1,57}{T_{Ev}} = \left(\frac{432 \cdot 10^6}{675 \cdot 10^6}\right)^{\frac{3}{2}} = 1,95 \text{ days}$

$$\frac{T_I}{T_E} = 0,512 \Leftrightarrow T_E = \frac{1,57 \text{ ημ}}{0,512} \cong 3,066 \text{ ημέρες}$$

Μονάδες 6

4.4. Για την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, ισχύει:

$$u_\delta = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_I}{r_I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{22}}{18 \cdot 10^5}} = 2,58 \cdot 10^3 = 2,58 \text{ km/s}$$

Μονάδες 7

Η απάντηση στο ερώτημα είναι λανθασμένη.

Για να υπολογιστεί η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Ιούς πρέπει να ληφθεί υπ' όψη και η βαρυντική επίδραση του Δία.

Στο πιο απομακρυσμένο σημείο της επιφάνειας της Ιούς το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας του Δία είναι (περίπου) 120 φορές μεγαλύτερο (κατά απόλυτη τιμή) από της Ιούς.

Η ταχύτητα διαφυγής από το σημείο αυτό (όταν ληφθεί υπ' όψη η επίδραση του Δία) είναι (περίπου) 28,3 Km/s.

Σχόλια για το Θέμα 17065 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας
  - α) στο ερώτημα 4.3 για τον υπολογισμό της μεταβολής του μέτρου της ορμής γράφει τη σχέση :  $\Delta P = P_2 - (-P_1)$ . Αυτό είναι **λάθος!** Στην περίπτωση αυτή θα ήταν :  $\Delta p = p_2 + p_1 = 2Mu \neq 0$ . Η μεταβολή του μέτρου της ορμής είναι :  $\Delta|p| = |p_2| - |p_1| = Mu - Mu = 0$ .
  - β) στο ερώτημα 4.4
    - i) δεν σχεδιάζει στο σχήμα τη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο και την ταχύτητά του σε μία θέση,
    - ii) αντικαθιστά το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου από τη σχέση:  $v^2 = G \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h}$ .

**Η σχέση αυτή δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο και πρέπει να αποδειχθεί.**

Στη συνέχεια αντικαθιστά το γινόμενο  $GM_\Gamma$  με το γινόμενο  $g_0 R_\Gamma^2$ , χωρίς να δικαιολογήσει πως προέκυψε αυτή η σχέση.

**4.3.** Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο τη γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό, όπως και το μέτρο της ορμής του. Επομένως:

$$\Delta P = P_2 - (-P_1) = M \cdot u - M \cdot u = 0$$

$$\Delta|p| = |p_2| - |p_1| = Mu - Mu = 0$$

**Μονάδες 6**

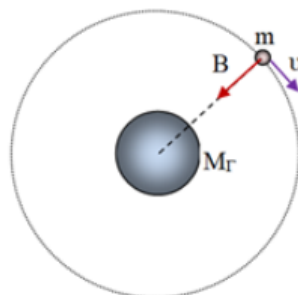
**4.4.** Σε ύψος  $h = R_\Gamma$  ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 - G \cdot \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} \cdot M \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} - G \cdot \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot M}{4}$$

$$\text{Από τη σχέση } g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} \text{ προκύπτει : } GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2. \quad (1)$$

**Η βαρυτική έλξη της Γης στον δορυφόρο είναι η κεντρομόλος δύναμη :**

$$B = F_\kappa \Leftrightarrow G \frac{M_\Gamma m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v^2 = G \frac{M_\Gamma}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{G \frac{M_\Gamma}{r}}$$



σχήμα

Σε ύψος  $h' = 5R_\Gamma$  ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \cdot M \cdot u_2^2 - G \cdot \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h'} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'} - G \cdot \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h'} = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot M}{12}$$

Η ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στον δορυφόρο είναι:

$$E_{ολ} = E_2 - E_1 = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot M}{12} + \frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot M}{4} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot M}{6} = 5,33 \cdot 10^9 \text{ J}$$

**Μονάδες 7**

### Σχόλια για το Θέμα 20661 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι η Γη θεωρείται ακίνητη ομογενής σφαίρα.
- 2) Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση έπρεπε να ζητά **το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων που μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση.**

Η διατύπωση «το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων» παραπέμπει στο ποσοστό της αρχικής **μηχανικής** ενέργειας του συστήματος, που είναι διαφορετικό από το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας.

- 3) Στην απάντησή του ο συγγραφέας

- α) δεν σχεδιάζει το σχήμα με τη Γη, την τροχιά των δορυφόρων, τις δυνάμεις που δέχονται, τις ταχύτητές τους ελάχιστα πριν την κρούση και την ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.
- β) στο ερώτημα 4.3 κάνει λάθος υπολογισμό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος Γ και της ελάχιστης ενέργειας που πρέπει να προσφερθεί σε αυτό ώστε να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας.

Οι σωστές απαντήσεις είναι :  $E_{M(αρχ)} = -32 \cdot 10^6 \text{ J}$ ,  $E_{απ(min)} = 32 \cdot 10^6 \text{ J}$ .

- γ) στο ερώτημα 4.4 γράφει : «Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Αυτό είναι λάθος!

**Στους δύο δορυφόρους ασκούνται συνεχώς οι βαρυτικές δυνάμεις από τη Γη, άρα το σύστημα δεν είναι μονωμένο.**

**Επειδή η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι πολύ μικρή, η μεταβολή της ορμής του συστήματος στη διάρκεια της κρούσης είναι ασήμαντη άρα μπορούμε να δεχτούμε ότι η ορμή του συστήματος είναι (περίπου) σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης.**

4.3. Η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος Γ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E_{M(αρχ)} = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \left(-G \frac{M_{\Gamma}m}{r}\right) = \frac{1}{2}m \frac{g_0 R_{\Gamma}}{2} - m \frac{g_0 R_{\Gamma}}{2} = -m \frac{g_0 R_{\Gamma}}{4} = \overset{-32 \cdot 10^6 \text{ J}}{-16 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

Έστω ότι η απαιτούμενη ενέργεια δίνεται με την επίδραση κατάλληλης δύναμης, η οποία παράγει έργο W, προσφέροντας έτσι την απαραίτητη ενέργεια. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Γ θα πάρουμε:

$$E_{M(αρχ)} + W_F = E_{M(τελ)} \Rightarrow E_{M(αρχ)} + W_F = K_{\infty} + U_{\infty}$$

Αλλά η ελάχιστη ενέργεια είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα  $K_{\infty} = 0$ . Επίσης τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρούμε μηδενική, οπότε  $E_{M(τελ)} = 0$ . Συνεπώς, από την τελευταία σχέση θα έχουμε:

$$W_F = -E_{M(αρχ)} = \overset{16 \cdot 10^5 \text{ J}}{32 \cdot 10^6 \text{ J}}$$

**Μονάδες 7**

4.4. Ο δορυφόρος Β κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α,

όπως φαίνεται από τη σχέση  $v = \sqrt{\frac{GM_{\Gamma}}{r}}$ . Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε

χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \frac{(m_1 - m_2)v}{m_1 + m_2} = 2800 \text{ m/s}$$

**κινητικής**

Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση είναι:

$$\pi\% = \frac{K_{αρχ} - K_{τελ}}{K_{αρχ}} 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2} 100\% = 75\%$$



Σχόλια για το Θέμα 21602 :

- 1) Στο ερώτημα 4.4 η εκφώνηση αναφέρει : «(Να υπολογίσετε) την πιθανότητα να συγκρουστεί (ο δορυφόρος) με το διαστημόπλοιο». Η διατύπωση είναι ασαφής.  
Μία καλύτερη διατύπωση είναι : «Να εξετάσετε αν είναι πιθανό να συγκρουστεί ο δορυφόρος με το διαστημόπλοιο».
- 2) Στην απάντησή του ο συγγραφέας δεν σχεδιάζει στο σχήμα τη δύναμη που δέχεται το διαστημόπλοιο και την επιτάχυνσή του, την τροχιά του δορυφόρου, τη δύναμη που δέχεται και την ταχύτητά του σε μία θέση.

Σχόλια για το Θέμα 21697 :

- 1) Η εκφώνηση δεν αναφέρει ότι ο αστέρας θεωρείται ομογενής και σφαιρικός.
- 2) Κοντά σε ουράνια σώματα τεράστιας πυκνότητας (όπως οι μαύρες τρύπες και οι αστέρες νετρονίων) το πεδίο βαρύτητας είναι πολύ ισχυρό και δεν ισχύουν οι νόμοι της κλασσικής Φυσικής (ούτε ο νόμος της βαρύτητας) αλλά η θεωρία της γενικής σχετικότητας.  
Επίσης, οι ταχύτητες που ζητούνται στα ερωτήματα 4.1, 4.4 είναι συγκρίσιμες με την ταχύτητα του φωτός στο κενό, επομένως για τον υπολογισμό τους απαιτείται η θεωρία της ειδικής σχετικότητας.

Συμπέρασμα : Η άσκηση δεν μπορεί να απαντηθεί σωστά με βάση τη Φυσική του Λυκείου και επομένως είναι ακατάλληλη για θέμα εξετάσεων.