

Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

1ο ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ

ΤΑΞΗ Β΄

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΗΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022 – 2023

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
2. Υπάρχει συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία A(1,2) και B(1,3).
3. Το κλάσμα $\frac{1-\sin 60}{2}$ είναι αρνητικό.
4. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = 3^x$, τότε ισχύει $f(2) > f(3)$
5. Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο $f(x) = \log_{\alpha} x$ με $0 < \alpha < 1$ είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα

A2) Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-\rho$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου, δηλαδή αν και μόνο αν $P(\rho)=0$

ΘΕΜΑ 2-17598

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \log 2$ και $\beta = \log 5$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\alpha + \beta = 1$. (Μονάδες 13)
- β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $\ln(\alpha + \beta)$. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Γ

Για τη γωνία ω με $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$ ισχύει ότι $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$

- α) Να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu\omega$. (Μονάδες 7)
- β) Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{3}{5}$ να υπολογίσετε το $\eta\mu(\pi - \omega)$ και το $\sigma\upsilon\nu(\pi - \omega)$. (Μονάδες 8)
- γ) Να υπολογίσετε την $\epsilon\phi(\pi - \omega)$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4-20270

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + \lambda x - 2$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, το οποίο έχει παράγοντα το $x+1$.

- α) Να βρείτε την τιμή του λ . (Μονάδες 8)
- β) Για $\lambda = 3$

i. να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει παράγοντα και το $x-2$ και ότι

$$P(x) = (x-2)(x+1)(x-1)^2. \quad (\text{Μονάδες } 10)$$

ii. να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 7)

2^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν μια συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα και έχει ρίζα τον αριθμό 1, τότε θα ισχύει $f(0) < 0$.
2. Αν μία συνάρτηση f είναι άρτια, τότε η $-f$ είναι περιττή.
3. Η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \ln x$ είναι άρτια.
4. Υπάρχει γωνία ω ώστε $2 = \eta\mu\omega$
5. Το σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.

A2) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi = 1$.

ΘΕΜΑ 2-20329

α) Να λυθεί το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} 2x + 7y = -5 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ (Μονάδες 15)

β) Ποιο είναι το σημείο τομής των ευθειών που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος (Σ) ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{16 - x^2}$

Γ1) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Γ2) Να εξετάσετε αν η f είναι άρτια ή περιττή.

Γ3) Υπάρχει συμμετρία στη γραφική της παράσταση;

ΘΕΜΑ 4-20347

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - \alpha, \alpha \in \mathbb{R}$. Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό 1, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 6$. (Μονάδες 8)

β) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (x - 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης. (Μονάδες 9)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 8)

3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ είναι άρτια
2. Η ευθεία $y = 1$ και η παραβολή $y = x^2 + 1$ δεν έχουν κοινά σημεία.
3. Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα, τότε $\eta - f$ είναι γνησίως φθίνουσα.
4. Εάν μια γωνία ϕ είναι αρνητική τότε ένας τουλάχιστον από τους $\eta\mu\phi$ και $\sigma\upsilon\upsilon\phi$ είναι επίσης αρνητικός.
5. Εάν μια γωνία ω αυξηθεί κατά π , τότε το $\sigma\upsilon\upsilon\omega$ και το $\eta\mu\omega$ αλλάζουν πρόσημο.

A2) Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$

είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$, δηλαδή $u = P(\rho)$.

ΘΕΜΑ 2-21317

Δίνεται η εξίσωση $8x^4 - 9x + 1 = 0$.

- α) Να αποδείξετε ότι έχει ρίζα τον αριθμό 1. (Μονάδες 12)
- β) Να αποδείξετε ότι δεν έχει άλλη ακέραια ρίζα. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ Γ

G1) Αν το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 + Ax^2 - 4x - 4$ έχει παράγοντα το $(3x+2)$ να δειχθεί ότι $A=5$

G2) Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4$

G3) Να βρεθούν οι τιμές του τόξου ω , $0^\circ < \omega < 180^\circ$ ώστε να ισχύει $3\eta\mu^3\omega + 5\eta\mu^2\omega - 4\eta\mu\omega - 4 = 0$.

ΘΕΜΑ 4-20436

Ένα μικρό κατάστημα σε μια γειτονιά πουλάει, μεταξύ άλλων αγαθών, γάλα και ψωμί. Την Τρίτη το πρωί μέσα σε μια ώρα πούλησε 8 φρατζόλες ψωμί και 5 λίτρα γάλα και εισέπραξε 14 ευρώ. Την Πέμπτη το πρωί την ίδια ώρα πούλησε 6 φρατζόλες ψωμί και 9 λίτρα γάλα και εισέπραξε 21 ευρώ. Αν x είναι η τιμή πώλησης της μιας φρατζόλας ψωμιού και y η τιμή πώλησης του ενός λίτρου γάλακτος,

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα γραμμικό σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε την τιμή πώλησης της μιας φρατζόλας ψωμιού και του ενός λίτρου γάλακτος. (Μονάδες 7)

γ) i. Να παραστήσετε γραφικά το σύστημα του α) ερωτήματος και να ονομάσετε B το σημείο τομής των δυο ευθειών. (Μονάδες 6)

ii. Αν το σημείο τομής των ευθειών είναι $B\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, να ερμηνεύσετε τις συντεταγμένες του στο πλαίσιο του προβλήματος. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχει γνησίως μονότονη συνάρτηση που διέρχεται από τα σημεία A (1,2), B(2,1) και Γ (3,3).
2. Η συνάρτηση $F: [-1,2] \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 3x^2$ είναι άρτια.
3. Εάν ο γ αλλάξει πρόσημο, τότε αλλάζει και το πρόσημο του ημγ και του συνγ.
4. Για οποιαδήποτε γωνία x ισχύει: $\eta\mu 2x = 2\eta\mu x$.
5. Η συνάρτηση $f(x) = \ln x$ έχει σύνολο τιμών το \mathbb{R} .

A2) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

ΘΕΜΑ 2-20428

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$ και $\delta(x) = x + 1$.

- α) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : \delta(x)$. (Μονάδες 15)
- β) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του α) ερωτήματος. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{5x^3 + 1}{x^2 - 1} + \frac{3}{1 - x}$

- Γ1)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- Γ2)** Να επιλυθεί η εξίσωση $f(x) = 2$.
- Γ3)** Να επιλυθεί η ανίσωση $f(x) \geq 2$.

ΘΕΜΑ 4-20707

Η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ μετριέται σε μονάδες ASA ή σε μονάδες DIN. Αν x μονάδες ASA συνδέονται με y μονάδες DIN με τον τύπο $y = 1 + 10 \cdot \log x$, τότε:

- α) Να βρείτε πόσες μονάδες DIN είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες ASA, είναι 10. (Μονάδες 5)
- β) Να βρείτε πόσες μονάδες DIN είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες ASA, είναι 200. (Μονάδες 8)
- γ) Να επιλύσετε τον παραπάνω τύπο ως προς x . (Μονάδες 8)
- δ) Να βρείτε πόσες μονάδες ASA είναι η ευαισθησία ενός φωτογραφικού φιλμ, αν γνωρίζουμε ότι η ευαισθησία αυτού του φιλμ σε μονάδες DIN, είναι 13. (Μονάδες 4)

Δίνεται ότι $\log 2 = 0,3$ και $10^{\frac{5}{2}} \cong 15,85$.

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχουν γωνίες ω τέτοιες ώστε $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 1$.
2. Αν $\eta\mu x = 0$ τότε $\sigma\upsilon\nu x = 0$.
3. Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
4. Ο δεκαδικός λογάριθμος λέγεται και κοινός λογάριθμος.
5. Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης είναι 1 τότε η εξίσωση $f(x)=0$ είναι αδύνατη.

A2) Να αποδείξετε ότι Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 + \log_a\theta_2.$$

ΘΕΜΑ 2-21601

Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις C_1, C_2, C_3 , των συναρτήσεων f, g, h , όχι αναγκαστικά με αυτήν την αντιστοίχιση.

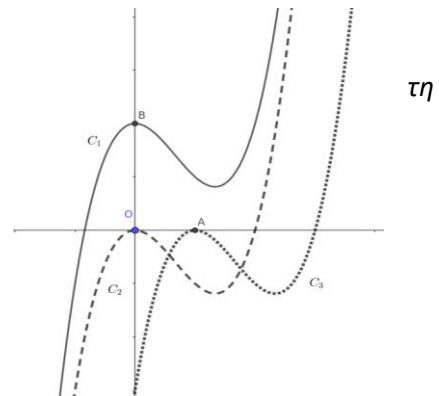
α) Αν η μία γραφική παράσταση από αυτές προκύπτει από μετατόπιση μίας άλλης κατά μία μονάδα προς τα δεξιά, να βρείτε ποιες είναι αυτές οι γραφικές παραστάσεις.

(Μονάδες 12)

β) Αν η C_2 είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = x^3 - 2x^2$, να βρείτε ποια γραφική παράσταση αντιστοιχεί στην $g(x) = x^3 - 2x^2 + 2$.

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ Γ

Να επιλυθούν οι εξισώσεις:

Γ1) $2^{\sin x} + 2 \cdot 2^{-\sin x} - 3 = 0$ στο $[0, 2\pi]$

Γ2) $e^{3 \cdot \ln x} = 7 e^{\ln x} + 6$

ΘΕΜΑ 4-21324

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - \alpha x^2 - (\beta + 2)x + 6$ και το τριώνυμο $x^2 - x - 6$.

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο. (Μονάδες 6)

β) Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα κάθε παράγοντα του τριωνύμου, τότε:

i. να αιτιολογήσετε γιατί $P(3) = P(-2) = 0$. (Μονάδες 5)

ii. να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 3$. (Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 6)

6^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\eta\mu x > 0$ και $\sigma\upsilon\nu x > 0$ τότε $\epsilon\phi x > 0$.
2. Ισχύει $3\eta\mu 30^\circ = \eta\mu 90^\circ$.
3. Ο φυσικός λογάριθμος λέγεται και νεπέριος λογάριθμος.
4. Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μια ρίζα.
5. Το ομογενές σύστημα έχει πάντοτε λύση.

A2) Διατυπώστε και αποδείξτε το θεώρημα των ακεραίων ριζών πολυωνυμικής εξίσωσης.

ΘΕΜΑ 2-21911

Δίνεται το γραμμικό σύστημα:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y = x + 1 \end{cases} \quad (1).$$

α) Δικαιολογήστε γιατί το σημείο $A(0,1)$ επαληθεύει μόνο τη μία εξίσωση από τις δύο, ενώ το σημείο $B(2,3)$ επαληθεύει και τις δύο εξισώσεις. (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε το σύστημα (1). (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$, $x \in \mathfrak{R}$.

Γ1) Να δείξετε ότι $f(x) = 2\eta\mu 3x$.

Γ2) Να βρεθεί η περίοδος και τα ακρότατα της συνάρτησης f

Γ3) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f σε διάστημα μιας περιόδου.

ΘΕΜΑ 4-21090

Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = (2 - \alpha)x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ και

$$Q(x) = x^3 - 3x^2 + (\alpha^2 + 3)x - 2$$

α) Να βρείτε το $\alpha \in \mathfrak{R}$ ώστε τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ να είναι ίσα. (Μονάδες 09)

β) Για $\alpha = 1$ να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$. (Μονάδες 08)

γ) Για $\alpha = 1$ να εξετάσετε αν το $x + 1$ είναι παράγοντας του $Q(x)$.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 08)

7^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $0^\circ < x < 360^\circ$ και $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$ τότε $x = 45^\circ$ ή $x = 225^\circ$.
2. Αν $0 < \omega < \phi < \pi$ τότε $\sigma\upsilon\nu\omega < \sigma\upsilon\nu\phi$.
3. Αν ένα γραμμικό σύστημα 2x2 έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
4. Τα ίσα πολυώνυμα είναι του ίδιου βαθμού.
5. Οτιδήποτε εκθετικό είναι πάντοτε θετικό.

A2) Να αποδείξετε τον τύπο $\epsilon\varphi\alpha = \frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha}$

ΘΕΜΑ 2-36359

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$.

α) να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x-1)$.

(Μονάδες 10)

β) να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 2$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Γ

Για ποιες τιμές του $x \in \mathfrak{R}$ με την σειρά που δίνονται οι αριθμοί

$\log 178$, $\log \sqrt{81(2^x + 2 \cdot 3^x)}$, $x \log 3$

είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΘΕΜΑ 4 -25543

α) Να λύσετε το σύστημα:

$$(\Sigma) : \begin{cases} 2\omega + 3\phi = 17 \\ 4\omega - 3\phi = 7 \end{cases}$$

(Μονάδες 10)

β) Αν η λύση του συστήματος (Σ) είναι $(\omega, \phi) = (4, 3)$ και $\ln x = \omega, \ln y = \phi$, να βρείτε τους αριθμούς x και y .

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν $\omega + \phi = 180^\circ$ τότε $\sin\phi = \eta\mu\omega$.
2. Αν $0 < \phi < \omega < \pi$ τότε $\eta\mu\phi < \eta\mu\omega$.
3. Ο άρρητος αριθμός e είναι περίπου 2,71828.
4. Οι ρητές και άρρητες εξισώσεις ανάγονται σε πολυωνυμικές.
5. Αν η f είναι άρτια, τότε είναι και γνησίως αύξουσα.

A2) Να αποδείξετε ότι **Οι αντίθετες γωνίες έχουν το ίδιο συνημίτονο και αντίθετους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.**

ΘΕΜΑ 2-36382

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(x - 2)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

(Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε τις τιμές της f για $x = 3$, $x = 12$ και $x = 102$.

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ Γ

Αν $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ και για τη γωνία ω επιπλέον ισχύει $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε:

Γ1) να δείξετε ότι $\sin 2\omega = \frac{7}{25}$ και $\eta\mu 2\omega = -\frac{24}{25}$

Γ2) να υπολογίσετε την τιμή $\Pi = \frac{13 \cdot [\eta\mu^2 2\omega + \sin^2 2\omega] + 12}{18 \cdot \epsilon\phi 2\omega \cdot \sigma\phi 2\omega + 25 \cdot [\eta\mu 2\omega + \sin 2\omega]}$

ΘΕΜΑ 4-25544

α) Να λύσετε την εξίσωση $\omega^3 - 3\omega^2 + 2\omega = 0$ (1).

(Μονάδες 10)

β) Αν οι λύσεις της εξίσωσης (1) είναι $\omega_1 = 0$, $\omega_2 = 1$, $\omega_3 = 2$, να βρείτε (αν υπάρχει) τον αριθμό x σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

i. $e^x = \omega_1$,

ii. $e^x = \omega_2$,

iii. $e^x = \omega_3$.

(Μονάδες 15)

9^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν ημω συνω < 0 τότε $0 < \omega < \pi$ ή $0 < \omega < 2\pi$.
2. Υπάρχουν α, β με $\alpha = 2\beta$ ώστε $\eta_{\alpha} = 2\eta_{\beta}$.
3. Αν μια συνάρτηση είναι φθίνουσα και έχει ρίζα το 1, τότε θα ισχύει $f(0) < 0$.
4. Μια υπερβολή και ένας κύκλος μπορεί να έχουν το πολύ 4 κοινά σημεία.
5. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών αυτών.

A2) Να αποδείξετε ότι Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:

$$\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2 .$$

ΘΕΜΑ 2-36821

α) Να αποδείξετε ότι $\log 1000 = 3$.

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίστε την τιμή της παράστασης $\Sigma = 3 \cdot \log 5 + \log 72 - \log 9$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$, όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

Γ1) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+1 είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι α=2 και β=4.

Γ2) Για τις τιμές των α και β του ερωτήματος α), να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

ΘΕΜΑ 4-36369

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + x^2 + 2x + 1$.

α) Να αποδείξετε ότι το $P(x)$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

(Μονάδες 8)

β) Να κάνετε τη διαίρεση $P(x) : (2x + 1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 8)

γ) Αν $P(x) = (2x + 1)(x^2 + 1)$ να λύσετε την ανίσωση $P(x) < 0$.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Α

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ισχύει $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x$, $\theta > 0$.
2. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ ισχύει:
 $\log_a(\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$.
3. Η λύση ενός γραμμικού συστήματος είναι μοναδική.
4. Αν μια συνάρτηση είναι άρτια η περιττή και έχει ρίζα τον αριθμό ρ τότε θα έχει ρίζα και τον αριθμό $-\rho$.
5. Η ημιτονοειδής καμπύλη είναι άρτια.

A2) Να αποδείξετε ότι Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιουδήποτε $\theta > 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει:
 $\log_a \theta^\kappa = \kappa \cdot \log_a \theta$.

ΘΕΜΑ 2 -36880

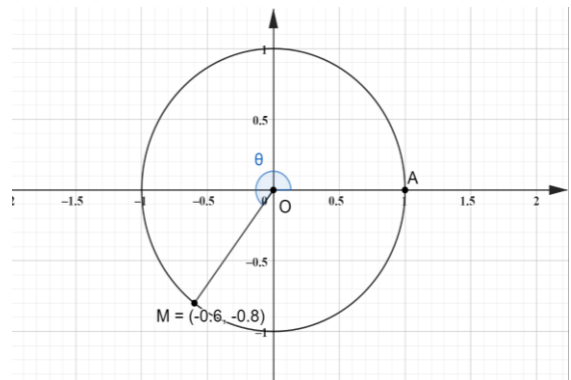
Στον παρακάτω τριγωνομετρικό κύκλο δίνονται τα σημεία $A(1,0)$, $M(-0.6,-0.8)$ και

η μη κυρτή γωνία $\theta = \widehat{AOM}$. Να βρείτε :

α) το $\sin \theta$ και το $\eta \mu \theta$. (Μονάδες 13)

β) το $\eta \mu(360^\circ + \theta)$ και το $\sin(2\pi + \theta)$.

(Μονάδες 12)



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = kx^3 - (k + \lambda)x^2 + \lambda x + 1$.

Γ1) Αν $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$ και $P(-1) = 23$, να αποδείξετε ότι $k = -6$ και $\lambda = -5$.

Γ2) Να γίνει η διαίρεση του $P(x)$, για $k = -6$ και $\lambda = -5$, με το πολυώνυμο $2x + 1$ και να γραφεί το $P(x)$ με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

Γ3) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) > 7$ για $k = -6$ και $\lambda = -5$.

ΘΕΜΑ 4 -36371

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x$ και η ευθεία $(\varepsilon): y = x$. Έστω επίσης g συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση είναι συμμετρική της f ως προς την ευθεία (ε) .

α) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g . (Μονάδες 10)

β) Να γράψετε τον τύπο της g και να βρείτε το πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι σημείο $(2, f(\ln 2))$ είναι πάνω στην ευθεία (ε) . (Μονάδες 8)

Τελευταίες συμβουλές

1^η συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2^η συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3^η συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου, κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4^η συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιους σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον, μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5^η συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

Και μετά.....



Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!