

Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

## 1ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

### ΤΑΞΗ Β΄ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΤΗΝ

# ΑΛΓΕΒΡΑ



## *ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ*

**ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022 – 2023**

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν ένα γραμμικό σύστημα έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
2. Υπάρχει συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία A(1,2) και B(1,3).
3. Η συνάρτηση  $f: [-1,3] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x)=3x^2$  είναι άρτια.
4. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = 3^x$ , τότε ισχύει  $f(2) > f(3)$
5. Η λογαριθμική συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \log_{\alpha} x$  με  $0 < \alpha < 1$  είναι πάντοτε γνησίως αύξουσα

**A2)** Να αποδείξετε ότι ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-\rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του πολυωνύμου, δηλαδή αν και μόνο αν  $P(\rho)=0$

**ΘΕΜΑ 2**

2-15175

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ .

- α) Να αποδείξετε ότι το 1 είναι μία ρίζα του πολυωνύμου.
- β) Να αποδείξετε ότι  $P(x) = (x - 1) \cdot (x^2 + 1)$ .
- γ) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

**ΘΕΜΑ 3**

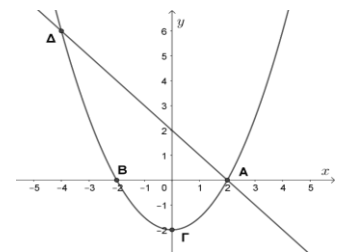
Δίνεται η συνάρτηση  $f(w) = w^2 - 101w + 100$ .

**Γ1)** Να επιλυθεί η ανίσωση  $f(w) < 0$  και στη συνέχεια

**Γ2)** η ανίσωση  $10^{2x} - 101 \cdot 10^x + 100 < 0$ .

**ΘΕΜΑ 4**

4-14294



Στο σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις μιας παραβολής  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$  και της ευθείας  $g(x) = -x + 2$ .

- α) Δεδομένου ότι η παραβολή διέρχεται από τα σημεία A, B, Γ, να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ .
- β) Αν  $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = 0$  και  $\gamma = -2$ , να βρείτε αλγεβρικά τις συντεταγμένες των κοινών σημείων της ευθείας και της παραβολής.
- γ) Αν μετατοπίσουμε την παραβολή κατά 4,5 μονάδες προς τα πάνω, να δείξετε ότι η ευθεία και η παραβολή θα έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα και έχει ρίζα τον αριθμό 1, τότε θα ισχύει  $f(0) < 0$ .
2. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι άρτια, τότε η  $-f$  είναι περιττή.
3. Η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \ln x$  είναι άρτια.
4. Υπάρχει γωνία  $\omega$  ώστε  $\eta\omega = 0,05$ .
5. Το σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.

**A2)** Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi = 1$ .

**ΘΕΜΑ 2**

**2-15999**

Δίνεται η παράσταση  $A = 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \eta\mu(-\theta)$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $A = \eta\mu\theta$ .

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A$ , όταν  $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  και  $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{12}{13}$ .

**ΘΕΜΑ 3**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{16 - x^2}$

**Γ1)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

**Γ2)** Να εξετάσετε αν η  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

**Γ3)** Υπάρχει συμμετρία στη γραφική της παράσταση;

**ΘΕΜΑ 4**

**4-15431**

α) Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 5$ , με  $x \in \mathbb{R}$ .

- i. Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το  $(x - 1)$  και το υπόλοιπο της διαίρεσής του με  $(x - 2)$  είναι  $-1$ , να δείξετε ότι:

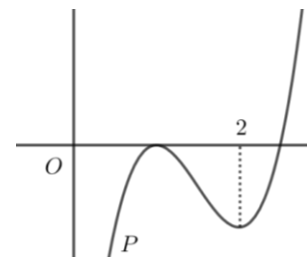
$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = -6 \\ \text{και} \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases}$$

- ii. Να δείξετε ότι  $\alpha = -9$  και  $\beta = 12$ .

β) Να βρείτε τις τιμές του  $x \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η γραφική

παράσταση της συνάρτησης  $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$  είναι κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

γ) Αν η γραφική παράσταση της  $P(x)$  είναι η ακόλουθη, να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της.



**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν σε ένα γραμμικό σύστημα οι συντελεστές είναι ανάλογοι, τότε το σύστημα είναι κατ' ανάγκη αδύνατο
2. Όταν οι συντελεστές και ο σταθερός όρος πολυωνύμου είναι ομόσημοι αριθμοί τότε το πολυώνυμο δεν έχει θετικές ρίζες.
3. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα, τότε η  $-f$  είναι γνησίως φθίνουσα.
4. Εάν μια γωνία  $\phi$  είναι αρνητική τότε ένας τουλάχιστον από τους  $\eta\mu\phi$  και  $\sigma\upsilon\upsilon\phi$  είναι επίσης αρνητικός.
5. Εάν μια γωνία  $\omega$  αυξηθεί κατά  $\pi$ , τότε το  $\sigma\upsilon\upsilon\omega$  και το  $\eta\mu\omega$  αλλάζουν πρόσημο.

**A2)** Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με το  $x-\rho$

είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για  $x = \rho$ , δηλαδή  $u = P(\rho)$ .

**ΘΕΜΑ 2**

**2-20941**

α) Να λύσετε το σύστημα 
$$\begin{cases} 5x - y = 5 \\ -5x + y = 2 \end{cases}$$

β) Να σχεδιάσετε τις ευθείες  $(\varepsilon_1): 5x - y = 5$  και  $(\varepsilon_2): -5x + y = 2$  και να ερμηνεύσετε γραφικά το αποτέλεσμα του α) ερωτήματος.

**ΘΕΜΑ 3**

**G1)** Αν το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^3 + Ax^2 - 4x - 4$  έχει παράγοντα το  $(3x+2)$  να δειχθεί ότι  $A=5$

**G2)** Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση  $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4$

**G3)** Να βρεθούν οι τιμές του τόξου  $\omega$ ,  $0^\circ < \omega < 180^\circ$  ώστε να ισχύει  $3\eta\mu^3\omega + 5\eta\mu^2\omega - 4\eta\mu\omega - 4 = 0$ .

**ΘΕΜΑ 4**

**4-15591**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+5}\right)^x$ .

α) Να βρείτε τις τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  είναι εκθετική και ορίζεται στους πραγματικούς αριθμούς.

β) Να βρείτε τις τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.

γ) Για τη μεγαλύτερη τιμή του  $\alpha \in \mathbb{Z}$  για την οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα εκθετική με βάση ακέραιο αριθμό, να λύσετε την εξίσωση:

$$f(x) + f(x+1) = 14$$

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχει γνησίως μονότονη συνάρτηση που διέρχεται από τα σημεία A (1,2), B(2,1) και Γ (3,3).
2. Η συνάρτηση  $F:[0,2] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = 2x^3$  είναι περιττή.
3. Εάν ο  $\gamma$  αλλάξει πρόσημο, τότε αλλάζει και το πρόσημο του ημγ και του συνγ.
4. Για οποιαδήποτε γωνία  $x$  ισχύει:  $\eta\mu x^2 = \eta\mu^2 x$ .
5. Η συνάρτηση  $f(x) = \ln x$  έχει σύνολο τιμών το  $\mathbb{R}$ .

**A2)** Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu^2 \omega + \sigma\upsilon\nu^2 \omega = 1$ .

**ΘΕΜΑ 2**

**2-15989**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$ .

α) Δίνεται ότι το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει μοναδική ακέραια ρίζα. Να προσδιορίσετε τη μοναδική ακέραια ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του  $P(x)$  και να το γράψετε ως γινόμενο πρωτοβαθμίων παραγόντων.

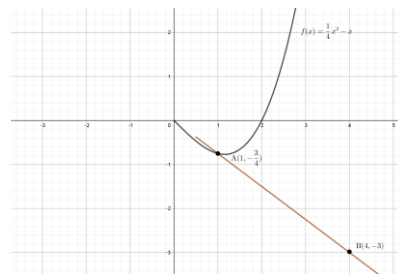
**ΘΕΜΑ 3**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{5x^3 + 1}{x^2 - 1} + \frac{3}{1 - x}$

**G1)** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

**G2)** Να επιλυθεί η εξίσωση  $f(x) = 2$ .

**G3)** Να επιλυθεί η ανίσωση  $f(x) \geq 2$ .



**ΘΕΜΑ 4**

**4-17919**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τμήμα της γραφικής παράστασης της συνάρτησης

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A\left(1, -\frac{3}{4}\right)$  και  $B(4, -3)$ .

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AB$ .

β) i. Να αποδείξετε ότι  $f(-x) = -f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

ii. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας το σχήμα και να συμπληρώσετε τη γραφική παράσταση της  $f$  για  $x < 0$ .

γ) Αν η ευθεία  $AB$  έχει εξίσωση  $y = -\frac{3}{4}x$ , με χρήση του β) ερωτήματος ή με όποιον άλλο

τρόπο θέλετε, να βρείτε τα κοινά σημεία της ευθείας με την γραφική παράσταση της  $f$ .

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Υπάρχουν γωνίες  $\omega$  τέτοιες ώστε  $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 1$ .
2. Αν  $\eta\mu\chi = 0$  τότε  $\sigma\upsilon\nu\chi = 0$ .
3. Το μηδενικό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
4. Ο δεκαδικός λογάριθμος λέγεται και Κοινός λογάριθμος.
5. Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης είναι  $-1$  τότε η εξίσωση  $f(x)=0$  είναι αδύνατη.

**A2)** Να αποδείξετε ότι Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιουσδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  ισχύει:

$$\log_a(\theta_1\theta_2) = \log_a\theta_1 + \log_a\theta_2.$$

**ΘΕΜΑ 2**

**2-20807**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu(\pi + x) + \eta\mu(-x)$ ,  $\chi \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = -2\eta\mu\chi$ , για κάθε  $\chi \in \mathbb{R}$  και να βρείτε την περίοδο αυτής.

β) i. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών.

$x$	$0$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$f(x) = -2\eta\mu\chi$					

ii. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  για  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

**ΘΕΜΑ 3**

Να επιλυθούν οι εξισώσεις:

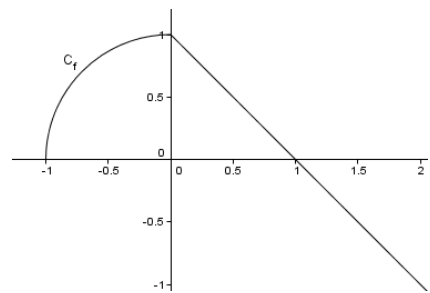
**Γ1)**  $2^{\sigma\upsilon\nu\chi} + 2 \cdot 2^{-\sigma\upsilon\nu\chi} - 3 = 0$  στο  $[0, 2\pi]$

**Γ2)**  $e^{3 \cdot \ln\chi} = 7 e^{\ln\chi} - 6$

**ΘΕΜΑ 4**

**4-18231**

Έστω  $f: [-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  μια συνάρτηση της οποίας η γραφική παράσταση  $C_f$  φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να βρείτε τη μονοτονία και τη μέγιστη τιμή της.

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f\left(-\frac{3}{5}\right)$ ,  $f\left(-\frac{5}{9}\right)$

γ) Αν ο τύπος της συνάρτησης είναι  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$ ,

να βρείτε τους αριθμούς  $f(\sigma\upsilon\nu 120^\circ)$ ,  $f(\eta\mu 120^\circ)$

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = f(x-2)$ ,  $x \geq 1$ .

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν  $\eta\mu x > 0$  και  $\sigma\upsilon\nu x > 0$  τότε  $\epsilon\phi x > 0$ .
2. Ισχύει  $3\eta\mu 30^\circ = \eta\mu 90^\circ$ .
3. Ο φυσικός λογάριθμος λέγεται και Νεπέριος λογάριθμος.
4. Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μια ρίζα.
5. Το ομογενές σύστημα έχει πάντοτε λύση.

**A2)** Διατυπώστε και αποδείξτε το θεώρημα των ακεραίων ριζών πολυωνυμικής εξίσωσης.

**ΘΕΜΑ 2**

**2-21675**

Δίνεται η εξίσωση  $\log(x^2 + 1) = 1 - \log 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $1 - \log 2 = \log 5$ .

β) Να επιλύσετε την παραπάνω εξίσωση.

**ΘΕΜΑ 3**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ ,  $x \in \mathfrak{R}$ .

**G1)** Να δείξετε ότι  $f(x) = 2\eta\mu 3x$ .

**G2)** Να βρεθεί η περίοδος και τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$

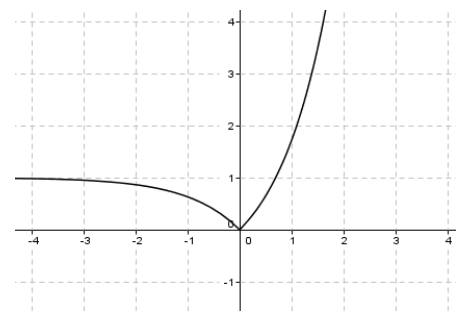
**G3)** Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  σε διάστημα μιας περιόδου.

**ΘΕΜΑ 4**

**4-18235**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση  $C_f$

της συνάρτησης  $f(x) = |e^x - 1|$ ,  $x \in \mathfrak{R}$ .



α) Να γράψετε τον τύπο της χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να περιγράψετε πως αυτή μπορεί να προκύψει από τη γνωστή γραφική παράσταση της  $g(x) = e^x$ ,  $x \in \mathfrak{R}$ .

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να συμπεράνετε τη μονοτονία και την ελάχιστη τιμή της  $f$ .

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \frac{1}{2}$ .

δ) Να βρείτε, για τις διάφορες τιμές του  $a$ , το πλήθος των κοινών σημείων της γραφικής της παράστασης  $C_f$  με την ευθεία  $y = a$ .

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

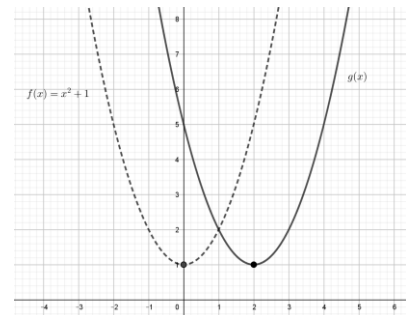
1. Αν  $0^\circ < x < 360^\circ$  και  $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$  τότε  $x = 45^\circ$  ή  $x = 225^\circ$ .
2. Αν  $0 < \omega < \phi < \pi$  τότε  $\sigma\upsilon\nu\omega < \sigma\upsilon\nu\phi$ .
3. Αν ένα γραμμικό σύστημα  $2 \times 2$  έχει δύο διαφορετικές λύσεις, τότε θα έχει άπειρο πλήθος λύσεων.
4. Τα ίσα πολυώνυμα είναι του ίδιου βαθμού.
5. Οτιδήποτε εκθετικό είναι πάντοτε θετικό.

**A2)** Να αποδείξετε:  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

**ΘΕΜΑ 2**

**2-20671**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 + 1$  και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $g(x)$  με  $x \in \mathbb{R}$ .



α) i. Είναι η  $f$  άρτια ή περιττή συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ii. Έχει η  $f$  μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$  προέκυψε η γραφική παράσταση της  $g$ ;

ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $g$ .

**ΘΕΜΑ 3**

Για ποιες τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  με την σειρά που δίνονται οι αριθμοί  $\log 178$ ,  $\log \sqrt{81(2^x + 2 \cdot 3^x)}$ ,  $x \log 3$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**ΘΕΜΑ 4**

**4-20635**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ,  $g(x) = \sigma\upsilon\nu x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να περιγράψετε με ποιο τρόπο από τη γραφική παράσταση της  $g$  προκύπτει η γραφική παράσταση της  $f$ .

β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

γ) Να βρείτε τις τιμές  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ,  $f(\pi)$ .

δ) Να λύσετε την εξίσωση  $\sqrt{2}f(x) + 1 = 0$ .



8<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν  $\omega + \phi = 180^\circ$  τότε  $\sin\phi = \eta\mu\omega$ .
2. Αν  $0 < \phi < \omega < \pi$  τότε  $\eta\mu\phi < \eta\mu\omega$ .
3. Ο άρρητος αριθμός  $e$  είναι περίπου 2,71828.
4. Οι ρητές και άρρητες εξισώσεις ανάγονται σε πολυωνυμικές.
5. Αν η  $f$  είναι άρτια, τότε είναι και γνησίως αύξουσα.

**A2)** Να αποδείξετε:  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$

**ΘΕΜΑ 2**

**2-21997**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$ .

- α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου  $P(x)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- β) Ποιο είναι το πηλίκο  $\pi(x)$  και το υπόλοιπο  $\upsilon(x)$  που προκύπτει από την διαίρεση  $P(x) : (x - 2)$ ;

**ΘΕΜΑ 3**

Αν  $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$  και για τη γωνία  $\omega$  επιπλέον ισχύει  $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$ , τότε:

**Γ1)** να δείξετε ότι  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{4}{5}$ .

**Γ2)** να υπολογίσετε την τιμή  $\Pi = \frac{5\sigma\upsilon\nu\omega - 10\eta\mu\omega}{4\epsilon\phi\omega + 6\sigma\phi\omega}$

**ΘΕΜΑ 4**

**4-20870**

Το βάθος  $y$ , σε μέτρα, του νερού σε ένα λιμάνι επηρεάζεται από το φαινόμενο της παλίρροιας κατά τη διάρκεια μιας ημέρας (εντός 24 ωρών). Το πρώτο (μετά τα μεσάνυχτα) μέγιστο βάθος είναι 5,8 μέτρα και συμβαίνει στις 3:00 π.μ. Το πρώτο ελάχιστο βάθος είναι 2,6 μέτρα και συμβαίνει στις 9:00 π.μ. Το βάθος  $y$  δίνεται ως συνάρτηση του χρόνου  $t$  (σε ώρες) από τη σχέση:  $y = \alpha\eta\mu(\omega t) + \beta$ , με  $\alpha, \omega, \beta > 0$  και  $0 \leq t \leq 24$ .

α) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \omega$  και  $\beta$ . β) Αν  $\alpha = 1,6$ ,  $\omega = \frac{\pi}{6}$  και  $\beta = 4,2$ ,

i. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της  $y = 1,6 \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 4,2$ , με  $0 \leq t \leq 24$ .

ii. Ποιο θα είναι το βάθος του νερού στις 12 το μεσημέρι;

iii. Ένα μεγάλο πλοίο χρειάζεται τουλάχιστον 4,2 μέτρα βάθος νερού για να δέσει στο λιμάνι. Στη διάρκεια ποιου χρονικού διαστήματος από τις 12 το μεσημέρι και μετά θα μπορεί να δέσει με ασφάλεια;

9<sup>ο</sup> ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

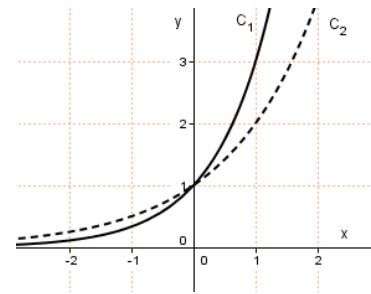
1. Αν  $\eta\mu\omega < 0$  τότε  $0 < \omega < \pi$  ή  $0 < \omega < 2\pi$ .
2. Υπάρχουν  $\alpha, \beta$  με  $\alpha = 2\beta$  ώστε  $\eta\mu\alpha = 2\eta\mu\beta$ .
3. Αν μια συνάρτηση είναι φθίνουσα και έχει ρίζα το 1, τότε θα ισχύει  $f(0) < 0$ .
4. Ο δεκαδικός λογάριθμος λέγεται και Κοινός Λογάριθμος.
5. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών αυτών.

**A2)** Να αποδείξετε:  $\epsilon\phi\omega \sigma\phi\omega = 1$

**ΘΕΜΑ 2**

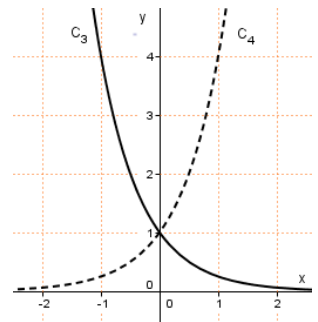
2-21954

α) Ποια από τις δύο καμπύλες  $C_1$  (συνεχής γραμμή) και  $C_2$  (διακεκομμένη γραμμή) είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 2^x$  και ποια της συνάρτησης  $g(x) = 3^x$ ;



Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Ποια από τις δύο καμπύλες  $C_3$  (συνεχής γραμμή) και  $C_4$  (διακεκομμένη γραμμή) είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $\phi(x) = 4^x$  και ποια της συνάρτησης  $\psi(x) = 4^{-x}$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



**ΘΕΜΑ 3**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = \alpha x^3 + (\beta - 1)x^2 - 3x - 2\beta + 6$ , όπου  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί.

**G1)** Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x+1$  είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι  $\alpha=2$  και  $\beta=4$ .

**G2)** Για τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  του ερωτήματος α), να λύσετε την εξίσωση  $P(x)=0$ .

**ΘΕΜΑ 4**

4-21244

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\alpha+1}{2} \sigma\upsilon\nu(\beta x)$ , με  $\alpha, \beta > 0$ , η οποία έχει ελάχιστο  $-2$  και περίοδο  $\frac{\pi}{2}$ .

α) Να δείξετε ότι  $\alpha = 3$  και  $\beta = 4$ .

β) Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \epsilon\phi(\pi - x) \cdot \eta\mu(2\pi + x)}{\sigma\upsilon\nu(3\pi - x) \cdot \sigma\phi\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$ . Να δείξετε ότι  $A = -1$ .

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 2A$ , στο διάστημα  $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ .

**ΘΕΜΑ 1**

**A1)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ισχύει  $e^x = \theta \Leftrightarrow \ln \theta = x$  ,  $\theta > 0$ .
2. Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιουδήποτε  $\theta_1, \theta_2 > 0$  ισχύει:  
 $\log_a(\theta_1 \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$ .
3. Η εφαπτομένη γωνίας είναι πάντοτε πραγματικός αριθμός.
4. Αν μια συνάρτηση είναι άρτια η περιττή και έχει ρίζα τον αριθμό  $\rho$  τότε θα έχει ρίζα και τον αριθμό  $-\rho$ .
5. Η ημιτονοειδής καμπύλη είναι άρτια.

**A2)** Να αποδείξετε ότι Αν  $a > 0$  με  $a \neq 1$ , τότε για οποιουδήποτε  $\theta > 0$  ,  $\kappa \in \mathbb{R}$  ισχύει:  
 $\log_a \theta^\kappa = \kappa \cdot \log_a \theta$ .

**ΘΕΜΑ 2**

**2-21858**

Δίνεται η παράσταση  $A = 2\log 5 + 2\log 2$ .

- α) Να αποδείξετε ότι  $A = 2$ .
- β) Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  για την οποία ισχύει ότι  $e^\lambda = A$ .
- γ) Για την τιμή του  $\lambda$  που βρήκατε στο ερώτημα β), να αποδείξετε ότι  $\ln \lambda < 0$ .

**ΘΕΜΑ 3**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = kx^3 - (k + \lambda)x^2 + \lambda x + 1$ .

**Γ1)** Αν  $P\left(-\frac{1}{2}\right) = 7$  και  $P(-1) = 23$ , να αποδείξετε ότι  $k = -6$  και  $\lambda = -5$ .

**Γ2)** Να γίνει η διαίρεση του  $P(x)$ , για  $k = -6$  και  $\lambda = -5$ , με το πολυώνυμο  $2x + 1$  και να γραφεί το  $P(x)$  με την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

**Γ3)** Να λυθεί η ανίσωση  $P(x) > 7$  για  $k = -6$  και  $\lambda = -5$ .

**ΘΕΜΑ 4**

**4-20854**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια.
- β) Να αποδείξετε ότι η  $f$  παρουσιάζει ελάχιστο για  $x = 0$  και να βρεθεί η ελάχιστη τιμή της.
- γ) Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση  $f$ .
- δ) Αν  $g(x) = \sin x$ ,  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  τότε να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

## Τελευταίες συμβουλές

### 1<sup>η</sup> συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

### 2<sup>η</sup> συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

### 3<sup>η</sup> συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου, κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

### 4<sup>η</sup> συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον, μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

### 5<sup>η</sup> συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

Και μετά.....



**Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!**