3ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ
ΤΑΞΗ Β΄
ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ ΣΤΗΝ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022 – 2023

1ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

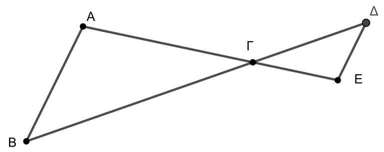
ΘΕΜΑ 1

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο. Ισχύει $α^2 > β^2 + γ^2 - 2βγ$.
2. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και $γ^2 > α^2 + β^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
3. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα.
4. Ο τύπος $Ε = \dfrac{δ_1 . δ_2}{2}$ όπου $δ_1$, $δ_2$ οι διαγώνιοι ενός τετραπλεύρου ισχύει σε κάθε τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιους.
5. Δύο κανονικά πολύγωνα είναι όμοια.

Α2) Να αποδειχθεί ότι το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με $Ε = \dfrac{β_1 + β_2}{2} \cdot υ$ **όπου $β_1$, $β_2$ οι βάσεις του και υ το ύψος του.**

ΘΕΜΑ 2 — 2_14538



Στο παρακάτω σχήμα τα τμήματα ΑΒ και ΔΕ είναι παράλληλα και τα τμήματα ΑΓ και ΓΕ είναι τέτοια, ώστε ΑΓ=2ΓΕ.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΕΔΓ είναι όμοια.

β)

i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.

ii. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;

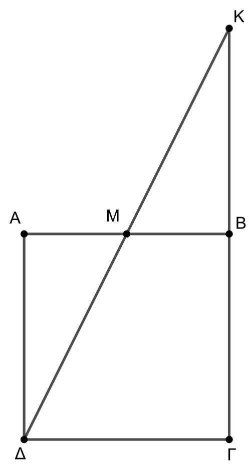
ΘΕΜΑ 3

Ενός τριγώνου ΑΒΓ τα μήκη των πλευρών του είναι 5 cm, 3 cm και 7 cm.

Γ1) Να προσδιοριστεί το είδος του ως προς τις γωνίες του

Γ2) Να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία του τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά του.

ΘΕΜΑ 4 — 4_16732



Έστω τετράγωνο ΑΒΓΔ και Μ το μέσο της ΑΒ. Οι ευθείες ΔΜ και ΓΒ τέμνονται στο Κ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΜΚΒ και ΔΚΓ είναι όμοια.

β) $(ΜΚΒ) = \dfrac{1}{4}(ΔΚΓ)$

γ) $(ΜΒΓΔ) = \dfrac{3}{4}(ΑΒΓΔ)$.

δ) Αν $(ΜΒΓΔ) = 75\ m^2$ να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου.

2ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

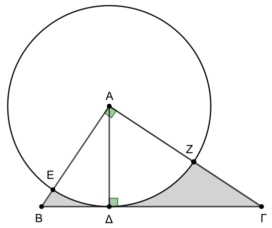
Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α. Ισχύει $β^2 < α^2 + γ^2$.
2. Δύο κυκλικοί τομείς του ίδιου κύκλου έχουν ίσα εμβαδά.
3. Η γωνία εγγεγραμμένου ν-γώνου είναι $ω_ν = \dfrac{360^0}{ν}$.
4. Η περίμετρος κανονικού πολυγώνου πλευράς $λ_ν$ δίνεται από τον τύπο $P_ν = ν. λ_ν$
5. Ένα τόξο α rad έχει μήκος α.R.

Α2) **Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο της υποτείνουσας ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του.**

ΘΕΜΑ 2 **2_21121**

Στο παρακάτω σχήμα, το ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ έχει υποτείνουσα $ΒΓ = 13$ και αντίστοιχο ύψος $ΑΔ = 6$. Με κέντρο το $Α$ και ακτίνα $ΑΔ$ γράφουμε κύκλο, ο οποίος τέμνει τις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$ του τριγώνου $ΑΒΓ$, στα σημεία $Ε$ και $Ζ$ αντίστοιχα.



α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΓ$.

β) Να υπολογίσετε τα εμβαδά:

i. του κυκλικού τομέα $Α\,\overset{\frown}{ΕΔΖ}$,

ii. του σκιασμένου χωρίου που είναι εσωτερικά του τριγώνου $ΑΒΓ$ και εξωτερικά του κύκλου, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα.

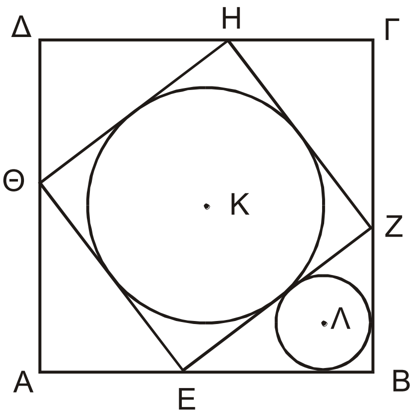
ΘΕΜΑ 3

Θεωρούμε τρεις διαδοχικές γωνίες $x\hat{O}y$, $y\hat{O}z$, $z\hat{O}x$ ώστε $x\hat{O}y = y\hat{O}z = 150^o$. Πάνω στις Ox, Oy, Oz παίρνουμε τα σημεία Α, Β, Γ ώστε ΟΑ=2, ΟΒ=4, ΟΓ=6.

Γ1) Να υπολογίσετε το (ΟΓΑ)

Γ2) Να υπολογίσετε τον λόγο: $\dfrac{(ΟΑΒ)}{(ΟΒΓ)}$

ΘΕΜΑ 4 **4_21197**



Στο σχήμα που ακολουθεί, σε τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 7 cm, εγγράφουμε τετράγωνο ΕΖΗΘ έτσι, ώστε: ΑΕ = ΒΖ = ΓΗ = ΔΘ = 3 cm.

Δ1) Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραγώνου ΕΖΗΘ.

Δ2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΕΒΖ και να αποδείξετε ότι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου (Λ , ρ) στο τρίγωνο ΕΒΖ είναι ρ = 1cm.

Δ3) Εάν (Κ, R) είναι ο εγγεγραμμένος κύκλος στο τετράγωνο ΕΖΗΘ, να υπολογίσετε το λόγο του εμβαδού του κύκλου (Κ, R) προς το εμβαδόν του κύκλου (Λ , ρ).

3ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

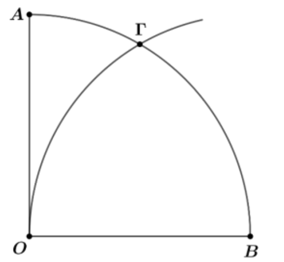
Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο στο Α. Ισχύει $β^2 < α^2 + γ^2$.
2. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $β^2 < α^2 + γ^2$, τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο.
3. Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από μια διχοτόμο του σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές
4. Ο τύπος του Ήρωνα $Ε = \sqrt{τ(τ-α)(τ-β)(τ-γ)}$ ισχύει μόνο σε ορθογώνια τρίγωνα.
5. Η ευθεία που συνδέει τα μέσα των δύο βάσεων τραπεζίου το διαιρεί σε δύο ισοδύναμα τραπέζια.

Α2) Να αποδείξετε ότι Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων ευθ. σχημάτων ισούται με τον λόγο ομοιότητας τους.

ΘΕΜΑ 2 **2_21192**

Δίνεται τεταρτοκύκλιο $Ο\overset{\frown}{ΑΒ}$ κέντρου Ο και ακτίνας R. Αν ο κύκλος κέντρου Β και ακτίνας R τέμνει το τόξο $\overset{\frown}{ΑΒ}$ στο σημείο Γ όπως στο σχήμα, τότε:



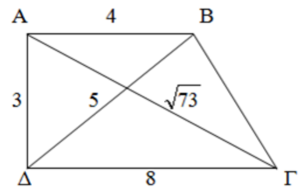
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΟΒΓ είναι ισόπλευρο και το μήκος $\ell_{ΒΓ}$ του τόξου $\overset{\frown}{ΒΓ}$ είναι $\ell_{\overset{\frown}{ΒΓ}} = \frac{π \cdot R}{3}$.

β) Να αποδείξετε ότι το μήκος του τόξου $\overset{\frown}{ΑΓ}$ είναι $\ell_{\overset{\frown}{ΑΓ}} = \frac{π \cdot R}{6}$.

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΟΑΓ που αποτελείται από το ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ και τα τόξα $\overset{\frown}{ΑΓ}$ και $\overset{\frown}{ΟΓ}$.

ΘΕΜΑ 3

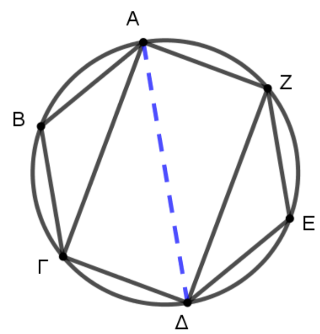
Στο διπλανό σχήμα



Γ1) Να δείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο τραπέζιο.
Γ2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
Γ1) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΒΓ

ΘΕΜΑ 4 **4_21841**

Έστω ΑΒΓΔΕΖ κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο,R).



α) Να αποδείξετε ότι:

i. Η διαγώνιος ΑΔ του εξαγώνου είναι διάμετρος του κύκλου.
ii. Οι γωνίες $Γ\hat{Α}Δ$ και $Α\hat{Δ}Ζ$ είναι ίσες.
iii. Οι διαγώνιοί ΑΓ και ΖΔ του εξαγώνου είναι παράλληλες.
iv. Το τετράπλευρο ΑΓΔΖ είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του συναρτήσει της ακτίνας R του κύκλου.

β) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι σε κάθε κανονικό πολύγωνο με περισσότερες από πέντε πλευρές υπάρχουν τουλάχιστον δύο διαγώνιοι που να είναι παράλληλες. Συμφωνείτε με την άποψη αυτού του μαθητή; Να αιτιολογήστε τον ισχυρισμό σας.

Επιμέλεια αρχείου: **Ηλίας Ράιδος** Καθηγητής Μαθηματικών. emails: **raidosi@yahoo.gr**
http://blogs.sch.gr/iraidos/ iraidos@sch.gr **iraidos@gmail.com**

4ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

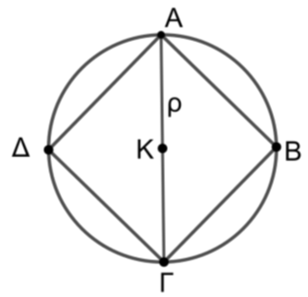
ΘΕΜΑ 1

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος***, *αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Α. Ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$.
2. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν $\hat{A} < 90°$.
3. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
4. Σε κύκλο (O,R), το εμβαδόν Ε κυκλικού τομέα μ° δίνεται από τον τύπο $E = \dfrac{\pi R^2 \mu}{180}$.
5. Μηνίσκος είναι το άθροισμα δύο κυκλικών τμημάτων που έχουν κοινή χορδή

Α2) **Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτείνουσας επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτείνουσα.**

ΘΕΜΑ 2 **2_21301**



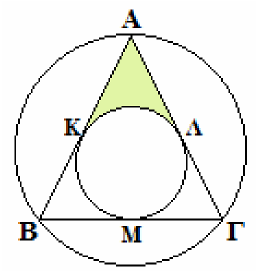
Σε κύκλο (Κ, ρ) εμβαδού Ε = 4π είναι εγγεγραμμένο τετράγωνο ΑΒΓΔ, όπως στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε:

α) την ακτίνα ρ του κύκλου (Κ, ρ).

β) το μήκος της διαμέτρου ΑΓ του κύκλου (Κ, ρ) και της πλευράς ΑΒ του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

γ) το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

ΘΕΜΑ 3



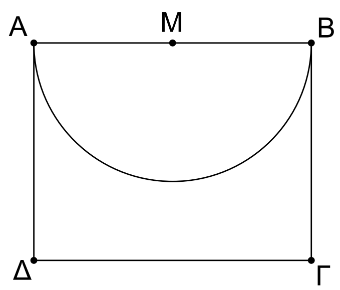
Αν ο μικρός κύκλος έχει ακτίνα R, να βρείτε:

Γ1) την ακτίνα του μεγάλου κύκλου.

Γ2) το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ

Γ3) το εμβαδόν του ΑΚΛ.

ΘΕΜΑ 4 **4_22098**



Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο με $AB = 4\alpha$ και $A\Delta = \pi\alpha$. Στο εσωτερικό του ορθογωνίου σχεδιάστηκε ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ.

α) Να αποδείξετε ότι το ημικύκλιο χωρίζει το ορθογώνιο σε δύο ισεμβαδικά χωρία.

β) Αν η διαγώνιος ΒΔ τέμνει το ημικύκλιο στο σημείο Ε και Μ είναι το μέσο της ΑΒ,

i. να αποδείξετε ότι $AB^2 = B\Delta \cdot BE$ και $A\Delta^2 = B\Delta \cdot \Delta E$.

ii. να αποδείξετε ότι $BE = \dfrac{16\alpha}{\sqrt{16+\pi^2}}$ και $\Delta E = \dfrac{\pi^2\alpha}{\sqrt{16+\pi^2}}$,

iii. να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu B\hat{M}E$.

5ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

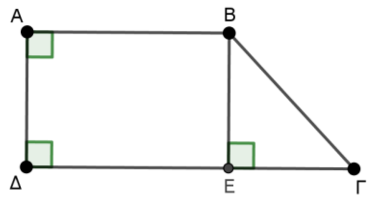
Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Οι μηνίσκοι του Ιπποκράτη ισχύουν σε τυχαίο τρίγωνο .
2. Το τρίγωνο που έχει μήκη πλευρών 5, 7, 9 είναι οξυγώνιο.
3. Η γωνία ενός κανονικού ν-γώνου και η κεντρική του γωνία είναι συμπληρωματικές.
4. Η πλευρά ενός τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο, ισούται με την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου.
5. Ο λόγος των εμβαδών δύο ισοπλεύρων τριγώνων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου των υψών τους.

Α2) Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.

ΘΕΜΑ 2 2_21823

Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος, με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^0$ και ΑΔ = 4, ΑΒ = 5, Δ Γ= 8. Από την κορυφή Β του τραπεζίου, φέρνουμε την ΒΕ κάθετη στην πλευρά ΔΓ.



α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΕΓ.

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ του τραπεζίου.

γ) Να υπολογίσετε το λόγο: $\dfrac{(ΒΔΓ)}{(ΑΒΓΔ)}$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($Α=90^0$) με μήκη πλευρών ΑΒ=R και ΑΓ=R $\sqrt{3}$. Γράφουμε τους κύκλους (Β,R) και (Γ, R $\sqrt{3}$) που τέμνονται στο Δ. Να υπολογίσετε:

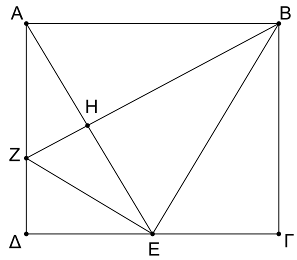
Γ1) Το μήκος της ΒΓ συναρτήσει του R

Γ2) Τις γωνίες Β και Γ του τριγώνου.

Γ3) Το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΔΓ συναρτήσει του R

Γ4) Το εμβαδόν του κοινού μέρους των δύο κύκλων συναρτήσει του R.

ΘΕΜΑ 4 4_22243



Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ και σημείο Ζ στην πλευρά ΑΔ, ώστε $AZ = \frac{3}{4}AB$.

α) Να αποδείξετε ότι $BZ = \frac{5}{4}AB$.

β) Αν το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο, Ε το μέσο της ΓΔ και Η είναι το σημείο τομής των ΑΕ, ΒΖ, να αποδείξετε ότι:

i. $BE^2 = \frac{5}{4}AB^2$ και $ZE^2 = \frac{5}{16}AB^2$,

ii. το τρίγωνο ΒΕΖ είναι ορθογώνιο.

γ) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΕΖ και ΒΓΕ είναι όμοια και να υπολογίσετε τον λόγο των εμβαδών τους.

6ο *ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ*

ΘΕΜΑ 1

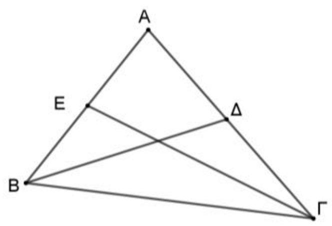
Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και $γ^2 > α^2 + β^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
2. Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από μια διχοτόμο του σε δύο ισοδύναμα τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές.
3. Δύο πολύγωνα με τον ίδιο αριθμό πλευρών είναι όμοια.
4. Για τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΔ, ισχύει $ΑΒ^2 = ΒΓ.ΒΔ$.
5. Το εμβαδό ενός τετραγώνου δίνεται από τον τύπο $\frac{1}{2}$ $δ^2$, όπου δ η διαγώνιός του.

Α2) **Διατυπώστε την Γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος για οξεία γωνία τριγώνου και αποδείξτε την.**

ΘΕΜΑ 2 **2_21838**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές ΑΒ=8 , ΑΓ=12 και γωνία $\widehat{Α} = 60^o$.



α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι (ΑΒΓ)=$24\sqrt{3}$.

β) Αν ΒΔ και ΓΕ διάμεσοι του τριγώνου ΑΒΓ, να αποδείξετε ότι :

i. Τα τρίγωνα ΒΕΓ και ΑΕΓ είναι ισοδύναμα.

ii. Τα τρίγωνα ΕΒΓ και ΔΓΒ είναι ισοδύναμα με (ΕΒΓ)=(ΔΓΒ)=$12\sqrt{3}$

ΘΕΜΑ 3

Σε ευθεία (ε) παίρνουμε σημεία Α, Β, Γ ώστε ΑΒ=2α και ΒΓ= α και με βάσεις αυτά κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα ΔΑΒ και ΕΒΓ προς το ίδιο μέρος της (ε).

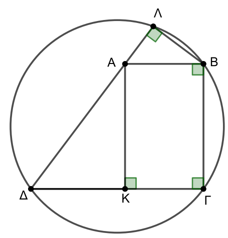
Να δείξετε ότι

Γ1) ΔΗ= ΔΕ όπου ΔΗ είναι το ύψος του ΑΔΒ.

Γ2) (ΑΓΕΔ)=$\frac{7α^2\sqrt{3}}{4}$.

ΘΕΜΑ 4 **4_22380**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\widehat{Β} = \widehat{Γ} = 90^o$ και $ΒΓ = 16$, $ΓΔ = 22$ και $ΑΔ = 20$. Έστω Κ η προβολή του σημείου Α πάνω στην ευθεία ΓΔ και Λ η προβολή του σημείου Β πάνω στη ευθεία ΑΔ.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $ΚΔ = 12$,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΚΔ είναι 96 .

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΚΔ και ΒΛΑ είναι όμοια και να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΛΑ . (Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το μήκος της διαμέτρου του περιγεγραμμένου κύκλου του τετράπλευρου ΒΓΔΛ . (Μονάδες 5)

7ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

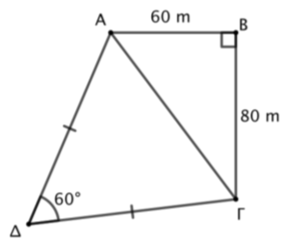
Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος***, *αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Το μήκος κύκλου είναι μεγαλύτερο από το εμβαδό του..
2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με Α < 90° ισχύει $ΒΓ^2 < ΑΒ^2 + ΑΓ^2$.
3. Δύο ισοδύναμα ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα.
4. Δύο τρίγωνα όμοια και ισεμβαδικά είναι ίσα.
5. Ρόμβος με διαγώνιες $δ_1$, $δ_2$ είναι ισοδύναμος με ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις $δ_1$, $δ_2$.

Α2) Διατυπώστε την Γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος για αμβλεία γωνία τριγώνου και αποδείξτε την.

ΘΕΜΑ 2 2_22035

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με $AB = 60\text{ m}$, $BΓ = 80\text{ m}$, $\widehat{Δ} = 60°$, $\widehat{B} = 90°$ και $AΔ = ΓΔ$.



α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΑΓ.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΓ. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος;

ΘΕΜΑ 3

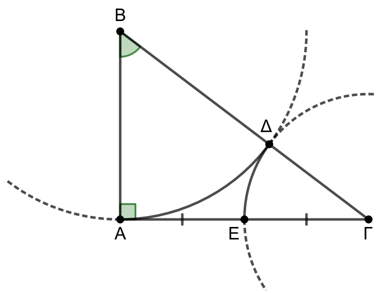
Αν ένα κανονικό εξάγωνο, τετράγωνο, ισόπλευρο τρίγωνο έχουν την ίδια ακτίνα να δείξετε ότι

Γ1) $λ_3^2 = λ_4^2 + λ_6^2$

Γ2) $λ_3^2 + λ_4^2 = (R\sqrt{5})^2$

Γ3) $α_3^2 + α_4^2 = \left(\dfrac{λ_3}{2}\right)^2$

Γ4) $3α_4 \cdot λ_4 = 2λ_3 \cdot α_6$



ΘΕΜΑ 4 4_22389

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\widehat{A} = 90°$. Με κέντρο το σημείο Β και ακτίνα $R = BA$ γράφουμε τον κύκλο (B, R) ο οποίος τέμνει την πλευρά ΒΓ στο σημείο Δ. Με κέντρο το σημείο Γ και ακτίνα $ρ = ΓΔ$ γράφουμε τον κύκλο $(Γ, ρ)$ ο οποίος τέμνει την πλευρά ΑΓ στο σημείο Ε. Έστω ότι το Ε είναι το μέσο της ΑΓ.

α) Να αποδείξετε ότι $ρ = \frac{2}{3}R$.

β) Έστω E_1 το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ και E_2 το εμβαδόν του κύκλου (B, R). Να αποδείξετε ότι $\dfrac{E_2}{E_1} = \dfrac{3\pi}{2}$.

γ) Έστω $\widehat{B} = μ°$ και E_3 και E_4 είναι το εμβαδά των κυκλικών τομέων $B\overset{\frown}{AΔ}$ και $Γ\overset{\frown}{ΔE}$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\dfrac{E_4}{E_3} = \dfrac{4(90-μ)}{9μ}$.

8ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

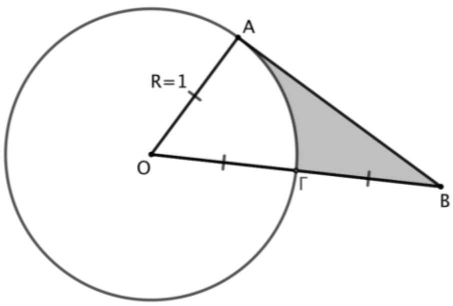
ΘΕΜΑ 1

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Η Γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος εφαρμόζεται μόνο σε οξυγώνια τρίγωνα.
2. Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε, ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο της ομοιότητας.
3. Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεών του επί το ύψος του
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύουν ταυτόχρονα: $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$, $\gamma^2 < \alpha^2 + \beta^2$, τότε το τρίγωνο είναι οξυγώνιο.
5. Τετράγωνο πλευράς α είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς ίσης με τη διαγώνιο του τετραγώνου.

Α2) Να αποδείξετε ότι: Αν μια γωνία ενός τριγώνου είναι ίση ή παραπληρωματική με μια γωνία ενός άλλου τριγώνου , τότε ο λόγος των εμβαδών των δύο τριγώνων είναι ίσος με τον λόγο των γινομένων των πλευρών που περιέχουν τις γωνίες αυτές.

ΘΕΜΑ 2 — 2_22046



Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα $R = 1$. Θεωρούμε ακτίνα ΟΓ την οποία προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Gamma B = O\Gamma = R$ και το εφαπτόμενο τμήμα ΒΑ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι $O\hat{B}A = 30^\circ$.

β) Να αποδείξετε ότι $AB = \sqrt{3}$.

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

ΘΕΜΑ 3

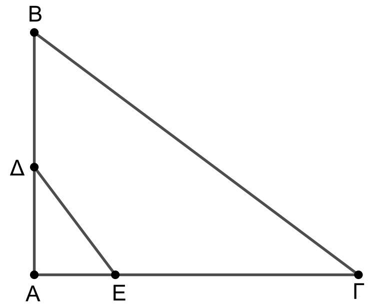
Έστω Α,Β,Γ,Δ είναι διαδοχικές κορυφές κανονικού δεκάγωνου εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο,R). Φέρουμε τις ΑΔ και ΒΟ που τέμνονται στο Λ. Να δείξετε ότι:

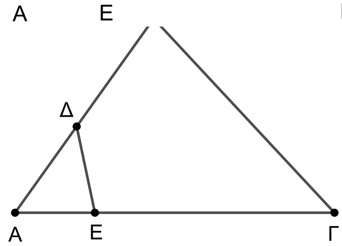
Γ1) ΑΔ−ΑΒ=R

Γ2) Τα τρίγωνα ΑΟΔ και ΑΟΛ είναι όμοια και $A\Delta \cdot AB = R^2$

Γ3) $A\Delta^2 + AB^2 = 3R^2$

ΘΕΜΑ 4 — 4_22400





Τα Δ και E είναι σημεία των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ενός τριγώνου $AB\Gamma$. Δίνεται ότι $AB = 9$, $A\Gamma = 12$, $A\Delta = 4$ και $AE = 3$.

α) Έστω ότι στο παραπάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 15$, (Σχήμα 1). Να αποδείξετε ότι:

iii. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

iv. $\Delta E = 5$.

β) Έστω τώρα ότι στο αρχικό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 10$, (Σχήμα 2). Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ δεν είναι ορθογώνιο. ιι. $\Delta E = \dfrac{10}{3}$.

9ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν ίσα εμβαδά, τότε τα τρίγωνα αυτά είναι ίσα.
2. Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς α είναι ισοδύναμο με ρόμβο πλευράς α και οξείας γωνίας 60°.
3. Δύο τετράγωνα τα οποία έχουν ίσα εμβαδά είναι ίσα.
4. Υπάρχει τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ για το οποίο να ισχύουν ταυτόχρονα: $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$, $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$, $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$.
5. Σε τετράπλευρο ΑΒΓΔ, αν Μ είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ, τότε τα σχήματα ΑΜΓΔ και ΑΜΓΒ είναι ισοδύναμα.

Α2) Να δείξετε ότι το εμβαδόν τυχόντος παραλληλογράμμου είναι ίσο προς το γινόμενο μιας πλευράς του επί το αντίστοιχο προς αυτή ύψος

ΘΕΜΑ 2 — 2_22070

Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει μήκη πλευρών α = 17, β = 8, γ = 15.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ:

i. Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους λ.

ii. Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών $\frac{(ΑΒΔ)}{(ΑΓΔ)}$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με γ = 2, β = $\sqrt{2}$ και εμβαδόν (ΑΒΓ) = $\frac{\beta\gamma\sqrt{2}}{4}$.

Γ1) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

Γ2) Να υπολογίσετε την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου του ΑΒΓ.

Γ3) Να υπολογίσετε την προβολή της ΑΒ πάνω στην ΒΓ.

ΘΕΜΑ 4 — 4_22406

Στο παρακάτω σχήμα η ΒΔ είναι διχοτόμος του τριγώνου ΑΒΓ και επίσης είναι ΒΓ = 2ΑΒ.

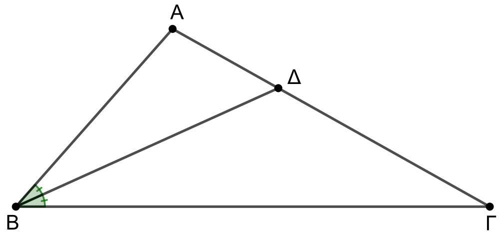
α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ είναι διπλάσιο του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΔ.

β) Να χωρίσετε το τρίγωνο ΑΒΓ σε τρία ισοδύναμα τρίγωνα.

γ) Έστω ότι ΑΒ = 12 και ημ Β = $\frac{3}{4}$.

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι 108.

ii. Να βρείτε τα εμβαδά των τριγώνων ΔΒΓ και ΑΒΔ.



10ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

Α1) *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος****, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

1. Η πρώτη Πυθαγόρεια τριάδα είναι οι αριθμοί 3, 4 και 5.
2. Αν ένα τρίγωνο χωρίζεται από ένα ύψος του σε δύο ισεμβαδικά τρίγωνα, τότε είναι ισοσκελές.
3. Ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ πλευράς 2α είναι ισοδύναμο με τετράγωνο πλευράς α.
4. Αν η πλευρά τετραγώνου τριπλασιαστεί, τότε το εμβαδόν του 9-πλασιάζεται.
5. Αν οι πλευρές τετραγώνου αυξηθούν κατά 4 cm η καθεμία, τότε το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 16 cm2.

Α2) Να αποδείξετε ότι: Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητας τους.

ΘΕΜΑ 2 **2_22511**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = 2, ΑΓ = 3 και $\hat{A} = 60°$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς ΒΓ. (Μονάδες 9)

β) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)

γ) το ύψος $υ_α$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3

Σε κύκλο (Ο,R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά ΑΒ=15.

Να υπολογίσετε:

Γ1) την ακτίνα R του κύκλου

Γ2) το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (Ο,R)

Γ3) το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ

Γ4) το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον κύκλο και το ισόπλευρο τρίγωνο.

ΘΕΜΑ 4 **4_22568**

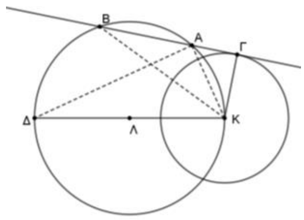
Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Λ και ακτίνα R=10, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο ενός άλλου κύκλου με κέντρο το σημείο Κ και ακτίνα ρ=6. Η εφαπτομένη του κύκλου (Κ,ρ) στο σημείο του Γ τέμνει τον κύκλο (Λ,R) στα σημεία Α και Β. Η προέκταση της ΚΛ προς το Λ τέμνει τον κύκλο (Λ,R) στο σημείο Δ.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΚΓΒ και ΚΑΔ είναι όμοια.

ii. ΚΑ·ΚΒ=120

β) Αν είναι ΚΒ=15, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΚ.



Τελευταίες συμβουλές

1η συμβουλή
Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2η συμβουλή
Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3η συμβουλή
Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου , κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4η συμβουλή
Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον , μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5η συμβουλή
Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

………………………………… και μετά

Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!