

Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

1ο ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ

ΒΟΛΟΥ

ΤΑΞΗ Β΄

**ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ**

ΣΤΗΝ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022 – 2023

Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

1^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

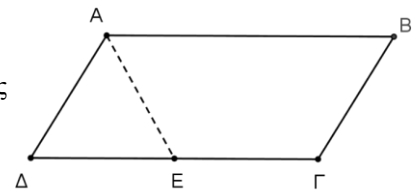
1. Το τρίγωνο ABΓ είναι αμβλυγώνιο. Ισχύει $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma$.
2. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ABΓ με πλευρές α, β, γ και $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
3. Το ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο.
4. Το παραλληλόγραμμο είναι και ρόμβος.
5. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.

A2) Να αποδείξετε ότι ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων ευθ. σχημάτων ισούται με τον λόγο ομοιότητας τους.

ΘΕΜΑ 2

Το τετράπλευρο ABΓΔ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με $A\Delta < AB$. Η διχοτόμος της γωνίας του \widehat{A} τέμνει την πλευρά ΔΓ σε σημείο Ε.

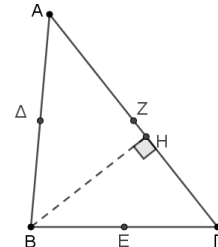
- α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες \widehat{BAE} και \widehat{AED} είναι ίσες και στη συνέχεια να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο AΔΕ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 15)
- β) Αν είναι $AB = 2A\Delta$, να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = 2\Delta E$. (Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τα μέσα Δ, Ε, Ζ των πλευρών του AB, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα. Φέρνουμε το ύψος BH. Να αποδείξετε ότι:

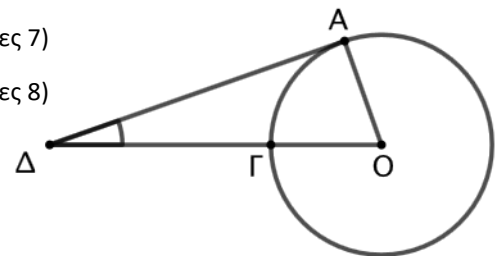
- α) $Z\Delta = E\Gamma$ (Μονάδες 07)
 $HE = E\Gamma$. (Μονάδες 07)
- β) Η ΔΕ είναι παράλληλη στην ΑΓ. (Μονάδες 06)
- γ) $\Delta H = ZE$. (Μονάδες 05)



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και εξωτερικό σημείο του Δ. Φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΔΑ και τη διακεντρική ευθεία ΔΟ η οποία τέμνει τον κύκλο στο σημείο Γ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

- α) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\widehat{\Delta\tilde{A}O}$ είναι ορθή. (Μονάδες 7)
- β) Αν $\widehat{A\tilde{D}O} = 20^\circ$, τότε να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{A\tilde{O}D}$. (Μονάδες 8)
- γ) Αν είναι $OA = 1$ και $OD = 2$, τότε:
- i. Να αποδείξετε ότι $\widehat{A\tilde{D}O} = 30^\circ$. (Μονάδες 5)
 - ii. Να υπολογίσετε το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΑΔ. (Μονάδες 5)



Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

2^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο στο A. Ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$.
2. Κάθε ισοσκελές τραπέζιο είναι έχει ίσες ή παραπληρωματικές δυο γωνίες του.
3. Ο ρόμβος είναι και τετράγωνο.
4. Το τετράγωνο είναι ρόμβος και ορθογώνιο.
5. Οι διαγώνιες τραπέζιου είναι ίσες.

A2) Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο της υποτείνουσας ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των κάθετων πλευρών του.

ΘΕΜΑ 2

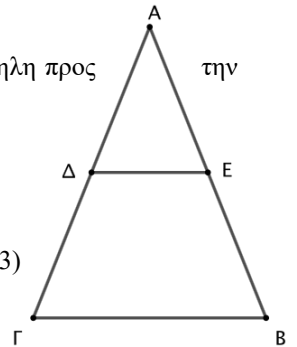
Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB = AG$. Από το μέσο Δ της πλευράς AG φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά BΓ, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο E.

α) Να αιτιολογήσετε ότι $GD = BE$.

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΓBED είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 12)

(Μονάδες 13)



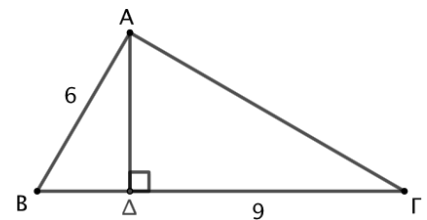
ΘΕΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα, το AD είναι ύψος του τριγώνου ABΓ. Αν είναι $AB = 6$, $BΓ = 12$ και $ΔΓ = 9$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι:

1. $AD = \sqrt{27}$. (Μονάδες 08)
2. $AG = \sqrt{108}$ (Μονάδες 08)

β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 09)



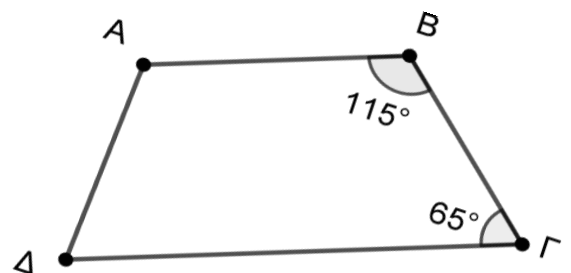
ΘΕΜΑ 4

Το τετράπλευρο ABΔΓ του παρακάτω σχήματος έχει γωνίες $\widehat{B} = 115^\circ$ και $\widehat{\Gamma} = 65^\circ$. Αν οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{A} = 115^\circ$ και $\widehat{\Delta} = 65^\circ$, (Μονάδες 9)

το ABΓΔ είναι τραπέζιο με βάσεις τις πλευρές του AB και ΔΓ. (Μονάδες 8)

β) Το ABΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)



3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

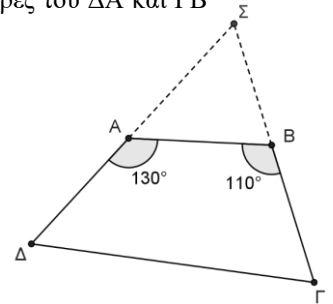
1. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο στο Α. Ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$.
2. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$, τότε το τρίγωνο είναι πάντοτε οξυγώνιο.
3. Δύο παραλληλόγραμμα με μια γωνία και μια πλευρά ίση είναι ίσα.
4. Τα ορθογώνια τρίγωνα είναι όμοια.
5. Η ευθεία που συνδέει τα μέσα των δύο βάσεων τραπέζιου το διαιρεί σε δύο ίσα τραπέζια.

A2) Οι διαγώνιοι ενός ορθογωνίου είναι ίσες.

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τετράπλευρο ΑΒΓΔ με $\widehat{\Delta\hat{A}B} = 130^\circ$ και $\widehat{A\hat{B}\Gamma} = 110^\circ$ και τις απέναντι γωνίες τους παραπληρωματικές. Έστω ότι οι απέναντι γωνίες του ΑΒΓΔ είναι παραπληρωματικές και Σ το σημείο στο οποίο τέμνονται οι πλευρές του ΔΑ και ΓΒ προεκτεινόμενες προς τα σημεία Α και Β αντίστοιχα.

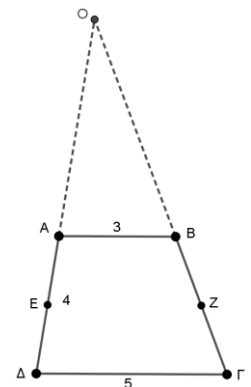
- α) Να αποδείξετε ότι $\widehat{\Gamma} = 50^\circ$ και $\widehat{\Delta} = 70^\circ$. (Μονάδες 9)
- β) Να αποδείξετε ότι $\widehat{\Sigma\hat{A}B} = \widehat{\Gamma}$ και $\widehat{\Sigma\hat{B}A} = \widehat{\Delta}$. (Μονάδες 7)
- γ) Τα τρίγωνα ΣΑΒ και ΣΔΓ είναι όμοια; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και Ε, Ζ τα μέσα των μη παραλλήλων πλευρών του ΑΔ, ΒΓ αντίστοιχα. Αν $AB = 3$, $\Delta\Gamma = 5$, $A\Delta = 4$ και οι μη παράλληλες πλευρές του ΑΔ, ΒΓ τέμνονται στο Ο, τότε:

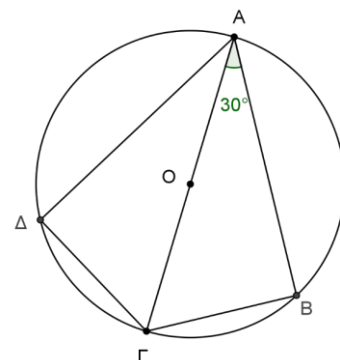
- α) να υπολογίσετε το μήκος του ΕΖ. (Μονάδες 9)
- β) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΕΖ είναι όμοια. (Μονάδες 9)
- γ) να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΟΑ. (Μονάδες 7)



ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τετράπλευρο ΑΒΓΔ του οποίου οι κορυφές είναι σημεία κύκλου κέντρου Ο και ακτίνας ρ και οι πλευρές του ΒΓ και ΔΓ είναι ίσες. Η διαγώνιος ΑΓ του ΑΒΓΔ είναι διάμετρος του κύκλου και να σχηματίζει με την πλευρά ΑΒ γωνία ίση με 30° , δηλαδή $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 30^\circ$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΓ είναι ορθογώνια. (Μονάδες 9)
- β) Αν είναι $B\Gamma = \Delta\Gamma = 4$, να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 8$, (Μονάδες 8)
να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΔ. (Μονάδες 8)



Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

4^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο στο A. Ισχύει $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$.
2. Σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν $\hat{A} < 90^\circ$.
3. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ABΓ με πλευρές α, β, γ και $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
4. Το τετράγωνο είναι και ρόμβος
5. Το ορθογώνιο τρίγωνο διαιρείται από το ύψος του σε 2 όμοια τρίγωνα

A2) Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούς επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτεινούσα.

ΘΕΜΑ 2

Οι χορδές AB και ΓΔ ενός κύκλου τέμνονται στο σημείο E και οι γωνίες με κορυφές τα σημεία A και Δ είναι ίσες, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα AEG και ΔEB είναι όμοια.

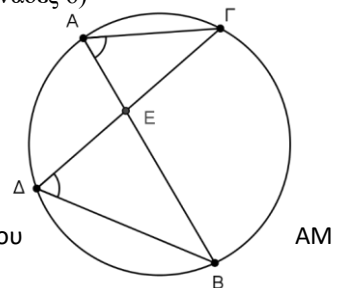
(Μονάδες 10)

β) Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

(Μονάδες 6)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται τρίγωνο ABΓ. Προεκτείνουμε το ύψος του AH κατά τμήμα ΗΔ=AH και τη διάμεσό του κατά τμήμα ME=AM.

Να αποδείξετε ότι:

Γ1) $AB=BD=GE$

Γ2) $\hat{\Gamma B \Delta} = \hat{B \Gamma E}$

Γ3) Το τετράπλευρο BΓED είναι ισοσκελές τραπέζιο.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται κύκλος κέντρου A και σημεία του Γ, B και Δ έτσι ώστε τα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓΔ τέμνονται στο K και είναι $KA = KB$ και $K\Gamma = K\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι:

$$A\Gamma = AB = A\Delta,$$

(Μονάδες 5)

το τετράπλευρο AΓBΔ είναι ρόμβος,

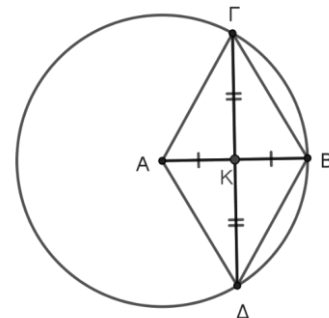
(Μονάδες 7)

$$\hat{K\Gamma B} = 30^\circ.$$

(Μονάδες 7)

β) Αν είναι $\Gamma B = 4$, τότε να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = 4\sqrt{3}$.

(Μονάδες 6)



5^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το Πυθαγόρειο τρίγωνο ισχύει και σε τυχαίο τρίγωνο .
2. Το τρίγωνο που έχει μήκη πλευρών 5, 7, 9 είναι οξυγώνιο.
3. Τα ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.
4. Οι διαδοχικές γωνίες παραλληλογράμμου είναι συμπληρωματικές.
5. Σε ισοσκελές τραπέζιο δύο γωνίες του είναι ίσες ή παραπληρωματικές

A2) Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.

ΘΕΜΑ 2

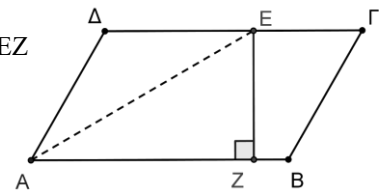
Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με $AD < AB$ και $\widehat{A} = 60^\circ$. Η ΑΕ είναι η διχοτόμος της γωνίας του \widehat{A} η οποία τέμνει την πλευρά ΔΓ σε σημείο Ε και η ΕΖ είναι η κάθετη από το Ε στην πλευρά ΑΒ.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε κάθε καθένα από τα ακόλουθα δύο ερωτήματα, αιτιολογώντας την επιλογή σας.

α) Αν είναι $AD = 6$, τότε το ΔΕ είναι ίσο με: Α: 6 Β: 12 Γ: 3 Δ: 16 (Μονάδες 15)

β) Αν η κάθετη που άγεται από το Ε προς την ευθεία ΑΒ τέμνει την πλευρά ΑΒ σε σημείο Ζ, τότε:

Α: $AE = EZ$ Β: $AE = \frac{1}{2}EZ$ Γ: $AE = 2EZ$ Δ: $AE = 3EZ$
(Μονάδες 10)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται κύκλος (Ο, R) και μια επίκεντρη γωνία του \widehat{AOB} ίση με 120° . Οι εφαπτόμενες του

κύκλου στα σημεία Α και Β τέμνονται στο σημείο Ρ. Θεωρούμε το μέσο Μ του τόξου ΑΒ και φέρουμε τις χορδές ΑΜ και ΒΜ, οι οποίες προεκτεινόμενες τέμνουν τις ΡΒ και ΡΑ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

1. Το τρίγωνο ΑΡΒ είναι ισόπλευρο.
2. $\widehat{MAB} + \widehat{MBA} = 60^\circ$
3. Τα τρίγωνα ΡΕΒ και ΡΑΔ είναι ίσα.
4. Το τετράπλευρο ΑΟΒΜ ρόμβος.

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AD < AB$, τη διχοτόμο της γωνίας του \widehat{A} η οποία τέμνει την πλευρά του ΔΓ σε σημείο Ε και τους ισχυρισμούς:

Ισχυρισμός 1: «Το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία Α, Δ και Ε είναι ισοσκελές».

Ισχυρισμός 2: « Το τμήμα ΔΕ είναι ίσο με την πλευρά ΒΓ του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ».

α) Να χαρακτηρίσετε κάθε έναν από τους παραπάνω ισχυρισμούς ως αληθή ή ψευδή, αιτιολογώντας την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση. (Μονάδες 16)

β) Ποιο θα είναι το μέτρο των γωνιών του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ ώστε το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία Α, Δ και Ε να είναι ισόπλευρο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

6^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν γ η μεγαλύτερη πλευρά τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$, τότε αυτό είναι αμβλυγώνιο.
2. Οι διαδοχικές γωνίες παραλληλογράμμου είναι παραπληρωματικές.
3. Στο ισόπλευρο τρίγωνο οι διάμεσοι και διχοτόμοι ταυτίζονται.
4. Όλες οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες.
5. Για τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ με ύψος ΑΔ, ισχύει $AB^2 = BG \cdot BD$.

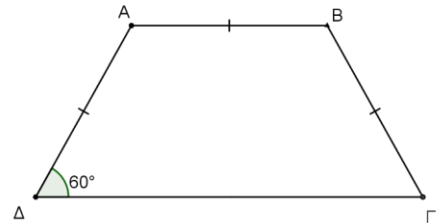
A2) Διατυπώστε την Γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος για οξεία γωνία τριγώνου και αποδείξτε την.

ΘΕΜΑ 2

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις ΑΒ και ΔΓ με $\Delta\Gamma = 2AB$ και ίσες πλευρές ΑΔ και ΒΓ. Αν είναι $AB = AD = BG = 12$ και $\widehat{\Delta} = 60^\circ$, να υπολογίσετε:

- α) τις γωνίες του τραpezίου. (Μονάδες 15)
- β) την περίμετρο του τραpezίου. (Μονάδες 10)

Σε κάθε περίπτωση να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΜΑ 3

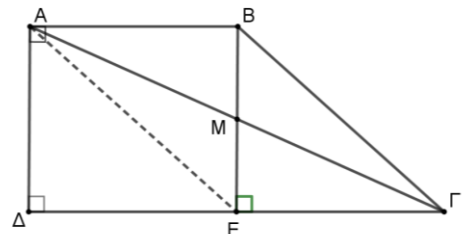
Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $AB=2BG$ και τη γωνία Β αμβλεία. Από την κορυφή Α φέρουμε την ΑΕ κάθετη στην ευθεία ΒΓ και έστω Μ, Ν τα μέσα των ΑΒ, ΔΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

1. Το τετράπλευρο ΜΒΓΝ είναι ρόμβος.
2. Το τετράπλευρο ΜΕΓΝ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
3. Η ΕΝ είναι διχοτόμος της γωνίας ΜΕΓ .

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB \parallel \Delta\Gamma$, $\widehat{A} = \widehat{\Delta} = 90^\circ$, $\Gamma\Delta = 2AB$ και $\widehat{B\Gamma\Delta} = 45^\circ$. Έστω ΒΕ κάθετη στη ΓΔ που τέμνει την ΑΓ στο σημείο Μ. Να αποδείξετε ότι :

- α) Το τετράπλευρο ΑΒΓΕ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)
- β) Το τρίγωνο ΒΕΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- γ) Το τετράπλευρο ΑΒΕΔ είναι τετράγωνο. (Μονάδες 8)



7^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

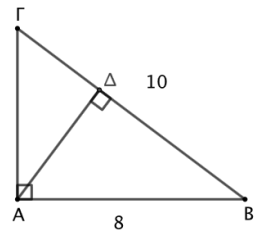
1. Οι πλευρές του ρόμβου είναι άνισες.
2. Σε τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} < 90^\circ$ ισχύει $B\Gamma^2 < AB^2 + A\Gamma^2$.
3. Οι διαγώνιες ορθογωνίου είναι ίσες
4. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες.
5. Ρόμβος με διαγώνιες d_1, d_2 είναι ίσος με ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές d_1, d_2 .

A2) Διατυπώστε την Γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος για αμβλεία γωνία τριγώνου και αποδείξτε την.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 8$ και $B\Gamma = 10$.

- α) Να υπολογίσετε το μήκος της κάθετης πλευράς AΓ. (Μονάδες 12)
- β) Έστω AΔ το ύψος στην υποτείνουσα BΓ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής ΔB της κάθετης πλευράς AB πάνω στη BΓ. (Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 3

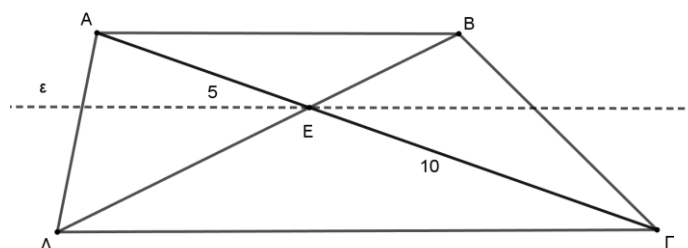
Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και σημεία K, Λ της διαγωνίου του BΔ, τέτοια ώστε να ισχύει $BK=K\Lambda=\Lambda\Delta$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο AKΓΛ είναι παραλληλόγραμμο.
- β) Να αποδείξετε ότι, αν το αρχικό παραλληλόγραμμο ABΓΔ είναι ρόμβος, τότε και το AKΓΛ είναι ρόμβος

ΘΕΜΑ 4

Έστω τραπέζιο ABΓΔ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) και E το σημείο τομής των διαγώνιων του AΓ και BΔ. Αν $AE=5$ και $E\Gamma=10$:

- α) Να αποδείξετε ότι $\frac{BE}{E\Lambda} = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 8)
- β) Αν $B\Delta = 12$ να βρείτε το μήκος των τμημάτων BE και ΔE. (Μονάδες 10)
- γ) Να δικαιολογήσετε ότι $\frac{AB}{A\Gamma} = \frac{1}{2}$. (Μονάδες 7)



8^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η Γενίκευση του Πυθαγορείου Θεωρήματος εφαρμόζεται μόνο σε οξυγώνια τρίγωνα.
2. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες.
3. Οι διαγώνιοι τετραγώνου διχοτομούν τις γωνίες του.
4. Αν σε τρίγωνο ABΓ με πλευρές α, β, γ ισχύουν ταυτόχρονα: $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$, $\gamma^2 < \alpha^2 + \beta^2$, τότε το τρίγωνο είναι οξυγώνιο.
5. Τετράγωνο πλευράς α έχει περίμετρο ίση με ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς ίσης με τη διαγώνιο του τετραγώνου.

A2) Σε κάθε παραλληλόγραμμο α) Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες. β) Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες. γ) Οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\widehat{A} = 90^\circ$) με κάθετες πλευρές

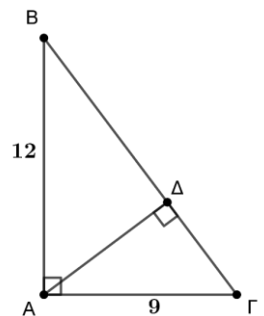
AB = 12 και ΑΓ = 9, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι ΒΓ = 15.

(Μονάδες 12)

β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα, να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΔΓ.

(Μονάδες 13)



ΘΕΜΑ 3

Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ και έστω Ο το σημείο τομής των διαγώνιων ΑΓ και ΒΔ. Φέρνουμε την ΑΕ κάθετη στην διαγώνιο ΒΔ. Εάν Ζ είναι το συμμετρικό του Α ως προς την διαγώνιο ΒΔ, τότε να αποδείξετε ότι:

Γ1) Το τρίγωνο ΑΔΖ είναι ισοσκελές.

Γ2) ΖΓ = 2ΟΕ.

Γ3) Το τετράπλευρο με κορυφές τα σημεία Β, Δ, Ζ και Γ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

ΘΕΜΑ 4

Τα Δ και Ε είναι σημεία των πλευρών AB και ΑΓ αντίστοιχα, ενός τριγώνου ABΓ. Δίνεται ότι AB = 9, ΑΓ = 12, ΑΔ = 4 και ΑΕ = 3.

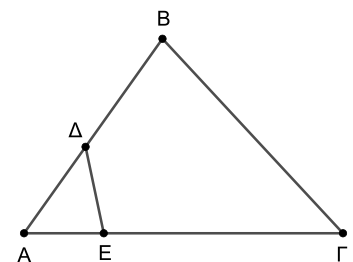
α) Έστω ότι στο παραπάνω τρίγωνο ABΓ είναι ΒΓ = 15, (Σχήμα). Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.

ii. ΔΕ = 5.

β) Έστω τώρα ότι στο αρχικό τρίγωνο ABΓ είναι ΒΓ = 10, (Σχήμα). Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο ABΓ δεν είναι ορθογώνιο. ii. $\Delta E = \frac{10}{3}$.



9^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι ίσες.
2. Οι διαγώνιοι τετραγώνου διχοτομούν τις γωνίες του.
3. Δύο τετράγωνα τα οποία έχουν ίσες περιμέτρους είναι ίσα.
4. Υπάρχει τρίγωνο ABΓ με πλευρές α, β, γ για το οποίο να ισχύουν ταυτόχρονα: $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2$, $\beta^2 < \alpha^2 + \gamma^2$, $\gamma^2 > \alpha^2 + \beta^2$.
5. Σε τετράπλευρο ABΓΔ, αν Μ είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ, τότε τα σχήματα ΑΜΓΔ και ΑΜΓΒ είναι παραλληλόγραμμα.

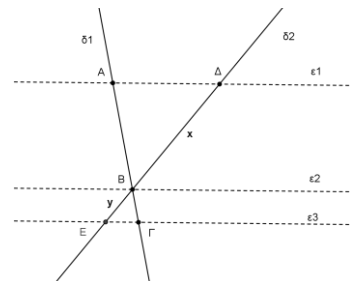
A2) Ένα τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμα αν ισχύει:

1. Οι απέναντι πλευρές του ανά δύο είναι ίσες ή
2. Δύο απέναντι πλευρές του είναι ίσες και παράλληλες.

ΘΕΜΑ 2

Στο σχήμα που ακολουθεί, οι ευθείες $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ είναι παράλληλες και τέμνουν τις ευθείες δ_1, δ_2 στα σημεία Α, Β, Γ και Δ, Β, Ε αντίστοιχα. Έστω ότι είναι $AB = 14$ και $B\Gamma = 4$.

- α) Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{AB}{B\Gamma}$. (Μονάδες 5)
- β) Να αποδείξετε ότι $\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{x}{y}$, όπου $x = B\Delta$ και $y = BE$. (Μονάδες 10)
- γ) Αν είναι $x = 16$, να υπολογίσετε το y . (Μονάδες 10)

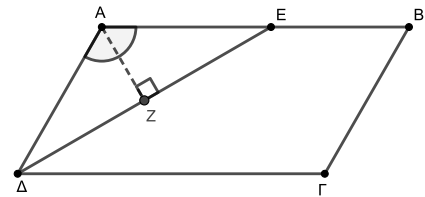


ΘΕΜΑ 3

Δίνεται παραλληλόγραμμα ABΓΔ με γωνία $\hat{A} = 120^\circ$ και $AB = 2AD$. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας Δ του παραλληλογράμμου, η οποία τέμνει την AB στο E, και στη συνέχεια το κάθετο τμήμα AZ στη ΔΕ. Να αποδείξετε ότι:

α) Η γωνία $\hat{A} \hat{D} E = 30^\circ$

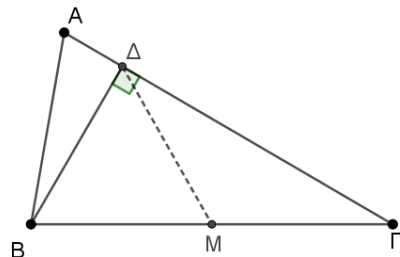
β) $AZ = AB/4$



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $B\Gamma = 8\sqrt{3}$, το ύψος του ΒΔ και το μέσο Μ της ΒΓ.

- α) Να αποδείξετε ότι $\Delta M = 4\sqrt{3}$. (Μονάδες 07)
- β) Αν $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $AB = 8$:
- i. Να υπολογίσετε την $M\hat{\Delta} \hat{\Gamma}$. (Μονάδες 06)
 - ii. Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{B\Delta}{B\Gamma}$. (Μονάδες 06)
 - iii. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΔ. (Μονάδες 06)



Θέματα προσομοίωσης για τις προαγωγικές εξετάσεις

10^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Η πρώτη Πυθαγόρεια τριάδα είναι οι αριθμοί 3, 4 και 5.
2. Όλες οι πλευρές του ρόμβου είναι ίσες.
3. Το παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος.
4. Ο ρόμβος είναι παραλληλόγραμμο.
5. Το τετράγωνο είναι παραλληλόγραμμο, ρόμβος και ορθογώνιο.

A2) Η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτεινούσας.

ΘΕΜΑ 2

Θεωρούμε τρίγωνο ABΓ με πλευρές AB = 6, AG = 6 και BΓ = 9.

α) Να δείξετε ότι η γωνία $\widehat{AB\Gamma}$ του τριγώνου είναι οξεία. (Μονάδες 9)

β) Να απαντήσετε στα επόμενα ερωτήματα αιτιολογώντας την απάντησή σας.

1. Να χαρακτηρίσετε τη γωνία $\widehat{B\Delta\Gamma}$ του τριγώνου, ως οξεία ή αμβλεία (Μονάδες 10)

2. Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου ως προς τις πλευρές και τις γωνίες του. (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 3

Σε κύκλο κέντρου O φέρουμε τις διαμέτρους του ΑΓ και ΒΔ.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ABΓΔ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

β) Τι είδους γωνία σχηματίζουν οι διάμετροι ΑΓ και ΒΔ αν το ABΓΔ είναι τετράγωνο;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 4

Σε ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 12, ΑΔ είναι το ύψος του και E, Z τα μέσα των πλευρών του AB και ΑΓ αντίστοιχα.

Αν το τμήμα EH είναι κάθετο στην πλευρά BΓ, με Η σημείο της BΓ, τότε :

α) Να αποδείξετε ότι :

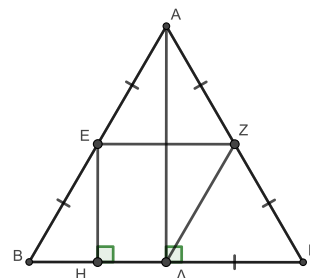
$$EZ // ΗΔ$$

$$EZ = 6 \text{ και } ΗΔ = 3.$$

β) Να εξετάσετε αν το τετράπλευρο EZΔΗ είναι παραλληλόγραμμο και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο EZΔΗ είναι τραπέζιο, τ

ου οποίου η βάση του EZ είναι ίση με τη μία από τις μη παράλληλες πλευρές του τη ΔZ. (Μονάδες 8)



(Μονάδες 10)

Τελευταίες συμβουλές

1^η συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2η συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3η συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου, κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4η συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνοπηφίους σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον, μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5η συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

..... και μετά



Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!