

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις
1ο ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΒΟΛΟΥ

Γ' ΤΑΞΗ

ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ

ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Άλγεβρα) ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ



ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2022 – 2023

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

1^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

Μονάδες 2χ5=10

Α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Μια ποιοτική μεταβλητή παίρνει τις τιμές 1 και 2.
2. Αν για μια συνάρτηση f , που έχει πεδίο ορισμού το $A \subseteq \mathbb{R}$, ισχύει $f(x) = f(y)$ για κάποια $x, y \in A$, τότε $x = y$.
3. Αν οι συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σ' ένα σύνολο A , τότε και η συνάρτηση $S = f + g$ ορίζεται στο ίδιο σύνολο.
4. Αν οι παρατηρήσεις εκφράζονται σε cm , τότε και η διακύμανση εκφράζεται σε cm .
5. Αν η παράγωγος μιας πολυωνυμικής συνάρτησης g είναι 4ου βαθμού, τότε η g είναι 5ου βαθμού.

Β) Να αποδείξετε ότι: $(x') = 1$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ με $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f'(x) = -2x + 2$ με $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την $f'(5)$.

(Μονάδες 7)

γ) Για $x > 1$, να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3

Οι αποστάσεις (σε km) των 25 κοινοτήτων ενός νομού από το πλησιέστερο νοσοκομείο είναι:

5	10	8	8	13	10	4	2	0	16	5	15	9
	4	7	5	4	6	7	7	5	8	10	3	9

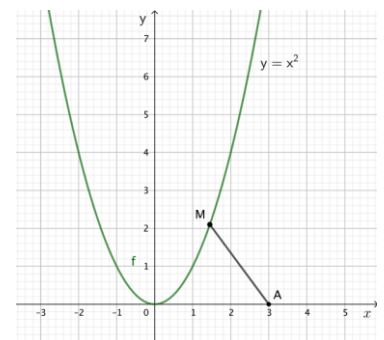
α) Να κατασκευάσετε πίνακα: i) Συχνοτήτων.

ii) Αθροιστικών συχνοτήτων των αποστάσεων.

β) Πόσες κοινότητες απέχουν από το νοσοκομείο περισσότερο από 10 km;

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται η συνάρτηση $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$, και το σημείο $A(3,0)$, όπως φαίνονται στο σχήμα. Αν $M(x,y)$ είναι τυχαίο σημείο της γραφικής παράστασης της f , τότε:



α) Να αποδείξετε ότι η απόσταση AM , συναρτήσει του x , είναι: $d(x) = \sqrt{x^4 + x^2 - 6x + 9}, x \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 08)

β) ι) Να αποδείξετε ότι $2x^3 + x - 3 = (x - 1) \cdot (2x^2 + 2x + 3)$.

(Μονάδες 03)

ii) Να βρείτε για ποιο σημείο M η απόσταση AM γίνεται ελάχιστη. Θεωρήστε ότι η ελάχιστη απόσταση θα παρουσιαστεί όταν η υπέρριζη $x^4 + x^2 - 6x + 9, x \in \mathbb{R}$, γίνει ελάχιστο.

(Μονάδες 08)

γ) Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση AM .

(Μονάδες 06)

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

2^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
$f(x)$	$f'(x)$
α	0
αx	α
$\beta x + \alpha$	β
$\alpha x^2 + \beta$	$\alpha x + \beta$
βx^2	$2\alpha x$
$\alpha x^2 - \beta x$	$2\beta x + \gamma$
$\beta x^2 + \alpha x - \gamma$	$2\beta x$
	$2\alpha x - \beta$
	$2\alpha x + \beta$
	$2\beta x + \alpha$
	$2\alpha + \beta x$

A2) Να αποδείξετε ότι: $(f + g)' = f' + g'$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x} + 2$. Να βρείτε:

- Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- Την παράγωγο f' της συνάρτησης.
- Την τιμή $f'(2)$.

(Μονάδες 7)

(Μονάδες 9)

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3

Οι 50 εκπαιδευτικοί ενός σχολείου μιας μεγάλης πόλης, για να μεταβούν στη δουλειά τους (στο σχολείο), χρησιμοποιούν τα εξής μέσα:

2 χρησιμοποιούν TAXI, 20 χρησιμοποιούν το ιδιωτικό τους ΙΧ, 10 πηγαίνουν με τη ΜΗΧΑΝΗ τους, 14 χρησιμοποιούν τα ΜΕΣΑ ΜΑΖΙΚΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ και 4 που μένουν κοντά στο σχολείο, πηγαίνουν με τα ΠΟΔΙΑ.

Μεταφορικό Μέσο x_i	Αριθμός Εκπαιδευτικών v_i
ΣΥΝΟΛΟ	50

α) Αν x_i είναι οι τιμές της μεταβλητής Χ: «μεταφορικό μέσο των καθηγητών» και v_i το πλήθος των καθηγητών που το χρησιμοποιεί, να μεταφέρετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε για τα παραπάνω δεδομένα το διπλανό πίνακα.

(Μονάδες 8)

β) Να σχεδιάσετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τη σχετική συχνότητα για το κάθε μέσο μεταφοράς και να γράψετε το ποσοστό των εκπαιδευτικών που χρησιμοποιεί το κάθε μέσο.

(Μονάδες 8)

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα από το έδαφος. Το ύψος του σε μέτρα (m) μετά από t δευτερόλεπτα (s) από την εκτόξευσή του δίνεται από την συνάρτηση $h(t) = 8t - t^2, 0 \leq t \leq 8$

- α) Να υπολογίσετε το ύψος του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s. (Μονάδες 04)
- β) Να αποδείξετε ότι η ταχύτητα του σώματος σε χρόνο t δίνεται από τη συνάρτηση $v(t) = 8 - 2t, 0 \leq t \leq 8$ (Μονάδες 08)
- γ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s. (Μονάδες 04)
- δ) Σε ποια χρονική στιγμή το σώμα φτάνει στο μέγιστο ύψος; Ποιο είναι το μέγιστο ύψος του σώματος; (Μονάδες 09)

3^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Το ζεύγος που αποτελεί την κατανομή συχνοτήτων είναι
Α. (x_i, v_i). Β. (x_i, f_i). Γ. (v_i, f_i). Δ. (x_if_i, v_{x_i}). Ε. (v_{f_i}, x_i).
- Κατά την ομαδοποίηση παρατηρήσεων, αν R είναι το εύρος του δείγματος και κ ο αριθμός των κλάσεων, το πλάτος των κλάσεων c θα είναι Α. $c \approx \frac{R}{k}$. Β. $c \approx \frac{k}{R}$. Γ. $c \approx k \cdot R$. Δ. $c \approx k - R$. Ε. $c \approx R - k$.
- Η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής είναι 30 και η τυπική απόκλιση είναι 3. Το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεταξύ 30 και 33 είναι περίπου
Α. 34%. Β. 47,5%. Γ. 68%. Δ. 95%. Ε. 99,7%.
- Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ είναι
Α. [- 1, 1] Β. [- 1, ∞) Γ. (- 1, 1) Δ. (-∞, 1] Ε. (-∞, +∞)
- Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το $A \subseteq \mathbb{R}$, τότε η συνάρτηση $h(x) = f(x) + g(x)$ έχει πεδίο ορισμού
Α. το σύνολο R Β. τα $x \in A: f(x) \neq 0$ Γ. τα $x \in A: g(x) \neq 0$
Δ. τα $x \in A: f(x) = 0, g(x) \neq 0$ Ε. τα $x \in A: f(x) = g(x) = 0$

A2) Να αποδείξετε ότι: $(x^2)' = 2x$

ΘΕΜΑ 2

Ένα δείγμα εργαζομένων μιας εταιρείας εξετάστηκε ως προς το χρόνο (σε ώρες) υπερωριακής απασχόλησης κατά της διάρκειας του μήνα Απριλίου. Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τις αθροιστικές συχνότητες N_i των ωρών της υπερωριακής απασχόλησης, οι οποίες έχουν χωριστεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους.

Ώρες υπερωριακής απασχόλησης Κλάσεις [-)	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Κεντρική τιμή x_i	$x_i \cdot v_i$
0-2		5	1	
2-4		15	3	
4-6		20	5	
6-8		35	7	
8-10		40	9	
ΣΥΝΟΛΟ				

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

- α) να βρεθεί το μέγεθος του δείγματος (Μονάδες 8)
- β) να συμπληρωθεί ο παραπάνω πίνακας (Μονάδες 8)
- γ) να βρεθεί η μέση τιμή των ωρών της υπερωριακής απασχόλησης (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3

Η θέση ενός υλικού σημείου, το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση δίνεται από τη συνάρτηση $x(t) = t^2 - 4t - 1, t \geq 0$, όπου το t μετριέται σε δευτερόλεπτα (s) και το $x(t)$ σε μέτρα (m).

- α) Να βρείτε την ταχύτητα $v(t)$ του σημείου σε χρόνο t . (Μονάδες 08)
- β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του υλικού σημείου όταν $t_1 = 1$ s και $t_2 = 3$ s. (Μονάδες 06)
- γ) Σε ποια χρονική στιγμή το σημείο είναι στιγμιαία ακίνητο; (Μονάδες 05)
- δ) Πότε το σημείο κινείται στη θετική κατεύθυνση και πότε στην αρνητική κατεύθυνση; (Μονάδες 06)

ΘΕΜΑ 4

Έστω α ένας θετικός ακέραιος αριθμός. Δίνεται η παρακάτω κατανομή συχνοτήτων: α) i. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα, αφού τον μεταφέρετε στην κόλλα σας. (Μονάδες 4)

ii. Να δείξετε ότι η μέση τιμή της κατανομής είναι $\bar{x} = 55$.

(Μονάδες 4)

β) i. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, αφού τον μεταφέρετε στην κόλλα σας.

Κλάσεις [-)	Κεντρικές τιμές x_i	v_i	$x_i v_i$
30-40		α	
40-50		2α	
50-60		3α	
60-70		4α	
Σύνολο		10α	

Κλάσεις [-)	Κεντρικές τιμή x_i	v_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
30-40		α			
40-50		2α			
50-60		3α			
60-70		4α			
Σύνολο		10α			

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

ii. Να βρείτε την διακύμανση s^2 της κατανομής. (Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε την μέση τιμή και την διακύμανση της κατανομής συχνοτήτων του παρακάτω πίνακα. (Μονάδες 8)

Κλάσεις	v_i
[-)	
30-40	10
40-50	20
50-60	30
60-70	40
Σύνολο	100

4^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Το χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής. Στην περίπτωση που έχουμε μια ποσοτική μεταβλητή χρησιμοποιείται το διάγραμμα..... .
2. Το διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των ποιοτικών όσο και των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.
3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 + 6x - 1) = \dots\dots\dots$ β) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+1}{3x} = \dots\dots\dots$ γ) $\lim_{x \rightarrow -1} [(3x+2)(5x-3)]^2 = \dots\dots\dots$

A2) Δώστε τους ορισμούς. Συνάρτηση. Συνεχής συνάρτηση στο x_0

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^3 + 3x + 6, \quad x \in \mathbb{R}$$

- α) Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης f είναι $f'(x) = 3x^2 + 3, x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 08)
- β) Να υπολογίσετε το $f'(0)$. (Μονάδες 07)
- γ) Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα. (Μονάδες 10)

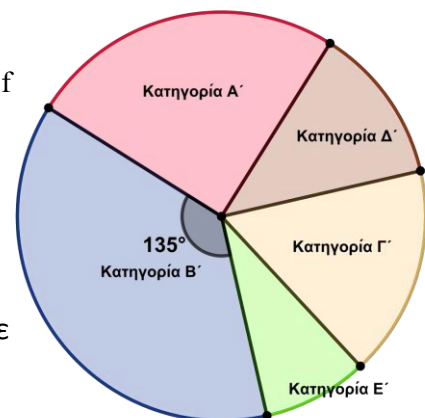
ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2, x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:

- α) Την $f'(x)$
- β) Για ποιες τιμές του x έχουμε $f'(x) = 0$
- γ) Ποιες από τις παραπάνω τιμές των x είναι θέσεις ακροτάτων για την f
- δ) Τις τιμές των ακροτάτων.

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω κυκλικό διάγραμμα παριστάνεται το μορφωτικό επίπεδο των 1200 εργαζομένων μιας επιχείρησης χωρισμένο σε πέντε κατηγορίες.



Α' Κατηγορία: Απόφοιτοι Γυμνασίου

Β' Κατηγορία: Απόφοιτοι Λυκείου

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι πέντε αριθμοί 6, 5, 28, 3, 8.

- α) Να βρείτε τη μέση τιμή των παραπάνω πέντε αριθμών. (Μονάδες 9)
- β) Να βρείτε τη διάμεσο των παραπάνω πέντε αριθμών. (Μονάδες 8)
- γ) Στους παραπάνω πέντε αριθμούς, δίνεται ως έκτος, ο αριθμός 16. Να βρείτε τη διάμεσο των έξι αριθμών. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 + 2x + 4$ με $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να δείξετε ότι $f'(x) = -2x + 2$ με $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 7)
- β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία της (Μονάδες 10)
- γ) Να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(x) \leq 5$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4

Ο κυβισμός των κινητήρων X , σε κυβικά εκατοστά ενός δείγματος 10000 αυτοκινήτων, ακολουθεί την κανονική κατανομή.

Στο παραπάνω δείγμα βρέθηκαν 5000 αυτοκίνητα με κυβισμό μικρότερο από 1800 κυβικά εκατοστά.

- α) Να αποδειχθεί ότι η μέση τιμή \bar{x} του κυβισμού των κινητήρων των αυτοκινήτων του δείγματος, είναι 1800 κυβικά εκατοστά (Μονάδες 8)
- β) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι στο παραπάνω δείγμα υπάρχουν 3400 αυτοκίνητα που ο κυβισμός τους είναι από 1800 κυβικά εκατοστά έως 2000 κυβικά εκατοστά, να βρείτε την τυπική απόκλιση s του κυβισμού των κινητήρων των αυτοκινήτων του δείγματος (Μονάδες 10)
- γ) Να εκτιμήσετε το εύρος R του κυβισμού των κινητήρων των αυτοκινήτων του δείγματος. (Μονάδες 7)

6^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Αντιστοιχίστε κάθε ποσοστό των παρατηρήσεων μιας κανονικής ή περίπου κανονικής καμπύλης της στήλης Α με το διάστημά του που βρίσκεται στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
Ποσοστό	Διάστημα
A. 68%	1. $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$
B. 95%	2. $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$
Γ. 99,7%	3. $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$
	4. $(2\mu - \sigma, 2\mu + \sigma)$
	5. $(3\mu - \sigma, 3\mu + \sigma)$

B) Να αποδείξετε ότι: $(1') = 0$.

Μονάδες 15

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3} \cdot x^3 + 1$, με $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f'(x) = x^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 09)

Έστω $y = \lambda x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(-1, \frac{2}{3})$. Να αποδείξετε ότι: $\beta) \lambda = 1$. (Μονάδες 07)

γ) Η εξίσωση της ευθείας (ε) είναι: $y = x + \frac{5}{3}$. (Μονάδες 09)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$, $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την $f'(x)$.

β) Να εξετάσετε τη μονοτονία της.

γ) Να προσδιορίσετε τα ακρότατά της (αν υπάρχουν).

ΘΕΜΑ 4

Μια εταιρεία απασχολεί 7 υπαλλήλους, οι 4 από αυτούς εργάζονται στο τμήμα Α και οι υπόλοιποι 3 στο τμήμα Β. Οι μισθοί (σε ευρώ) των 4 εργαζομένων στο τμήμα Α είναι: 990, 910, 960, 940.

Ενώ των 3 εργαζομένων στο τμήμα Β είναι: 990, 980, 1000.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των μισθών των εργαζομένων στο τμήμα Α της εταιρείας. (Μονάδες 9)

β) Να υπολογίσετε το ποσοστό των εργαζομένων στο τμήμα Α της εταιρείας, που έχουν μισθό μικρότερο από το μέσο μισθό των εργαζομένων στο τμήμα Β (Μονάδες 9)

γ) Γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή των μισθών των 4 εργαζομένων στο τμήμα Α είναι 960 ευρώ ενώ η μέση τιμή των μισθών των 3 εργαζομένων στο τμήμα Β είναι 990 ευρώ. Η εταιρεία θέλει να προσλάβει έναν υπάλληλο στο τμήμα Β ώστε η νέα μέση τιμή των μισθών των εργαζομένων του τμήματος Β να είναι ίση με αυτή του τμήματος Α, ποιος πρέπει να είναι ο μισθός του υπαλλήλου που θα προσληφθεί; (Μονάδες 7)

7^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν f_A η σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου Α τότε **A.** $1 < f_A < 2$. **B.** $f_A > 1$. **Γ.** $f_A < 0$.

Δ. $0 \leq f_A < 1$. **Ε.** κανένα από τα παραπάνω.

2. Αν α, β είναι τα άκρα των κλάσεων σε μια ομαδοποίηση παρατηρήσεων, οι κλάσεις είναι της μορφής

A. (α, β) . **B.** $[\alpha, \beta)$. **Γ.** $(\alpha, \beta]$. **Δ.** $[\alpha, \beta]$.

Ε. όλα τα παραπάνω.

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

3. Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ είναι

- A. $[-1, 1]$ B. $[-1, \infty)$ Γ. $(-1, 1)$ Δ. $(-\infty, 1]$ Ε. $(-\infty, +\infty)$

4. * Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) =$ είναι

- A. $[-1, 1]$ B. $[-1, \infty)$ Γ. $(-1, 1)$ Δ. $(-\infty, 1]$ Ε. $(-\infty, +\infty)$

5. Κατά την ομαδοποίηση παρατηρήσεων, αν R είναι το εύρος του δείγματος και k ο αριθμός των κλάσεων, το πλάτος των κλάσεων c θα είναι

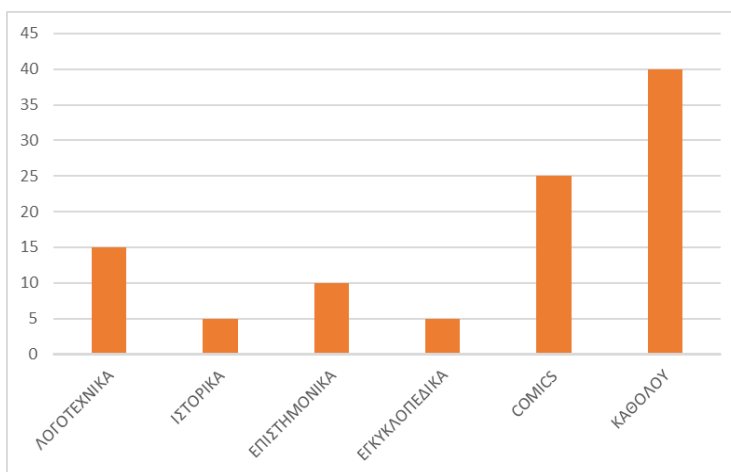
- A. $c \approx \frac{R}{k}$ B. $c \approx \frac{k}{R}$ Γ. $c \approx k \cdot R$ Δ. $c \approx k - R$ Ε. $c \approx R - k$

A2) 1. Ποια είναι τα μέτρα διασποράς ποσοτικών δεδομένων;

2. Δώστε δύο ορισμούς απ' αυτά.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το παρακάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων για το διάβασμα βιβλίων μαθητών γυμνασίου. Κάθε μαθητής απάντησε για ένα μόνο είδος βιβλίου ή «ΚΑΘΟΛΟΥ» αν δεν διαβάζει κανένα βιβλίο. Ο κατακόρυφος άξονας περιέχει τον αριθμό των μαθητών και ο οριζόντιος άξονας τα είδη των βιβλίων.



α) Ποιο είναι το μέγεθος του δείγματος των μαθητών γυμνασίου που συμμετέχουν στην έρευνα, όπως φαίνεται από το ραβδόγραμμα; (Μονάδες 7)

β) Πόσοι μαθητές διαβάζουν λογοτεχνικά βιβλία και πόσοι επιστημονικά; (Μονάδες 4)

γ) i) Πόσοι μαθητές διαβάζουν βιβλία; (Μονάδες 6)

ii) Τι ποσοστό μαθητών δεν διαβάζει καθόλου βιβλία; (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3

Ένα εργοστάσιο ζαχαροπλαστικής στο Βόλο παρασκευάζει μεταξύ άλλων ταψάκια γαλακτομπούρεκου. Υπολογίστηκε ότι η παρασκευή x ταψιών την εβδομάδα κοστίζει περίπου $(\frac{x^2}{4} + 25x + 25)$ €. Αν η τιμή πώλησης του ταψιού είναι $(1000 - \frac{x}{2})$ €, πόσα ταψάκια γαλακτομπούρεκο πρέπει να παράγει την εβδομάδα, ώστε να έχει το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος;

ΘΕΜΑ 4

Ένας καθηγητής Μαθηματικών που διδάσκει στο ΕΠΑΛ μιας πόλης, κατέγραψε τη βαθμολογία που πέτυχαν οι 20 μαθητές του, στις Πανελλαδικές Εξετάσεις, στην κλίμακα 0 – 20. Στη συνέχεια κατασκεύασε το διπλανό πίνακα, όπου σημείωσε

Βαθμός	Συχνότητα		
x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	N_i
6	3		
8	2		
10	4		
11	1		
14	5		
15	1		
18	3		
20	1		
ΣΥΝΟΛΟ	20		

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

τους βαθμούς που πέτυχαν οι μαθητές του (η στήλη των x_i) και το πλήθος-συχνότητα των μαθητών που τους πέτυχε (η στήλη των v_i). N_i είναι η αθροιστική συχνότητα.

- α) Να συμπληρώσετε τις δύο στήλες του πίνακα που δεν έχουν συμπληρωθεί. (Μονάδες 6)
- β) Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας, που πέτυχαν οι μαθητές του ΕΠΑΛ αυτού. (Μονάδες 7)
- γ) Όταν ο σύλλογος των διδασκόντων του ΕΠΑΛ αυτού, συζήτησε τα αποτελέσματα που πέτυχαν οι μαθητές τους, ο καθηγητής των Μαθηματικών υποστήριξε ότι:

- το πανελλαδικό ποσοστό, όσων μαθητών έγραψε κάτω από τη βάση (κάτω από 10) ξεπερνάει το 52% και είναι υπερδιπλάσιο από το αντίστοιχο ποσοστό των μαθητών του σχολείου.
- το πανελλαδικό ποσοστό, όσων μαθητών έγραψε άριστα (από 18 έως 20) είναι μόλις το 5%, ενώ το αντίστοιχο ποσοστό των μαθητών του σχολείου είναι τετραπλάσιο αυτού.

Συμφωνείτε με τις απόψεις που διατύπωσε ο Μαθηματικός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

8^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της συνάρτησης της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
$f(x)$	$f'(x)$
$3x^2$	$6x^2 - 1$
$3x$	$6x$
$2(x^2 - 1)$	3
$(3x)^2$	$4x$
$(3x - 1)^2$	$3x - 1$
$3x^2 - x$	$18x$
	$6(3x - 1)$
	$6x^2$
	$6x - 1$

A2) Να αποδείξετε ότι $[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$.

ΘΕΜΑ 2

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα στις εξετάσεις ήταν:

8, 18, 12, 14, 13

- α) Να υπολογίσετε τη διάμεσο των βαθμών του μαθητή. (Μονάδες 09)
- β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμών του μαθητή. (Μονάδες 07)
- γ) Αν τα μαθήματα είχαν συντελεστές στάθμισης **2, 1, 3, 3** και **1** αντίστοιχα, ποια θα ήταν η μέση τιμή των βαθμών του μαθητή; (Μονάδες 09)

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 3x^2 - 6x + 2023, \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης f είναι $f'(x) = 6x - 6, \quad x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 05)

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία. (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 2020$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 4

Δύο διαφορετικά δείγματα μίας μεταβλητής X ενός πληθυσμού έχουν τις παρακάτω τιμές:

Δείγμα 1: 8, 9, 10, 11, 12 και

Δείγμα 2: 8, 10, 10, 10, 12

α) Για κάθε δείγμα να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και τη διάμεσο δ . (Μονάδες 6)

β) Για κάθε δείγμα να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 και την τυπική απόκλιση s . (Μονάδες 6)

γ) Για κάθε δείγμα να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής CV. (Μονάδες 6)

δ) Ένας μαθητής διατύπωσε την άποψη:

«Αν δύο διαφορετικά δείγματα έχουν ίδια μέση τιμή και διάμεσο, τότε εμφανίζουν και την ίδια ομοιογένεια.»

Συμφωνείτε με αυτήν την άποψη; Χρησιμοποιώντας τα δείγματα που δόθηκαν να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

9^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις.

Για μια μεταβλητή, το σύνολο των ζευγών (x_i, v_i) λέμε ότι αποτελεί την και το σύνολο των ζευγών (x_i, f_i) , ή των ζευγών $(x_i, f_i\%)$, την

Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών εκτός από τις συχνότητες v_i και f_i χρησιμοποιούνται συνήθως και οι λεγόμενες και οι οι οποίες εκφράζουν το πλήθος και το ποσοστό αντίστοιχα των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα v_i με το μέγεθος n του δείγματος, προκύπτει η της τιμής x_i .

Το χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Στην περίπτωση που έχουμε μια ποσοτική μεταβλητή χρησιμοποιείται το διάγραμμα.....

Το διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των ποιοτικών όσο και των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

A2) 1. Ποια είναι τα μέτρα θέσης ποσοτικών δεδομένων;

1. Δώστε δύο ορισμούς απ' αυτά.

ΘΕΜΑ 2

Εξετάσαμε ένα δείγμα δέκα μαθητών ενός λυκείου ως προς τη μεταβλητή 'Βάρος' και διαπιστώσαμε ότι οι τιμές του βάρους τους ήταν σε kg: 80, 70, 75, 75, 78, 72, 70, 80, 75, 75

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

α) Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα της κατανομής του βάρους των δέκα μαθητών. (Μονάδες 07)

β) Να βρείτε:

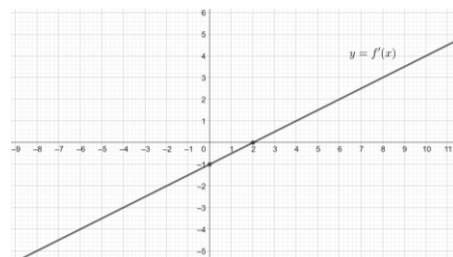
- τη μέση τιμή \bar{x} της μεταβλητής 'Βάρος' των δέκα μαθητών. (Μονάδες 09)
- τη διάμεσο δ της μεταβλητής 'Βάρος' των δέκα μαθητών. (Μονάδες 09)

ΘΕΜΑ 3

Στον πιο κάτω πίνακα δίνεται η συγκέντρωση (mg/cm³) ενός ρύπου στον αέρα 40 πόλεων της χώρας.

16 24 36 47 23 22 43 27 49 48 12 32 17 38 42 27 31 50 38 21 36 19 28 31 28 25 45 12 57 51 22 23 24 25 24 37
43 25 39 51

- Να ομαδοποιήσετε τις παρατηρήσεις στις κλάσεις: [10,20), [20,30), [30,40), [40,50) και [50,60).
- Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.
- Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.



ΘΕΜΑ 4

Δίνεται συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , τέτοια ώστε $f(2) = 5$ και $f(0) = 6$. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου f' της συνάρτησης, η οποία είναι ευθεία που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη 2 και τον άξονα $y'y$ στο σημείο με τεταγμένη -1 .

- Να αιτιολογήσετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(-\infty, 2]$. (Μονάδες 8)
- Να βρείτε τα ακρότατα της f . (Μονάδες 8)
- Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(0, f(0))$. (Μονάδες 9)

10^ο ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1

A1) Ερωτήσεις συμπλήρωσης - σύντομης απάντησης

- Ένα σύνολο στο οποίο εξετάζουμε τα στοιχεία του ως προς ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά του λέγεται
- Τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό λέγονται
- Οι δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει μια μεταβλητή λέγονται
- Διακρίνουμε τις μεταβλητές σε:
 -, των οποίων οι τιμές δεν είναι αριθμοί και
 -, των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί και διακρίνονται σε:
....., που παίρνουν μόνο "μεμονωμένες" τιμές και
....., που μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών.

A2) Να αποδείξετε ότι $[c f(x)]' = c f'(x)$.

Θέματα προσομοίωσης για τις Απολυτήριες εξετάσεις

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x + \sqrt{x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι $f'(x) = 2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ για κάθε $x > 0$.

(Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε το $f'(4)$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3

Ένας πληθυσμός μικροβίων P μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου t (σε ώρες) σύμφωνα με τον τύπο

$$P(t) = 10^3 - 5 \cdot 10^2 (1+t)^{-1}.$$

α) Να βρείτε τον αρχικό αριθμό μικροβίων ($t = 0$).

β) Να βρείτε τον αριθμό των μικροβίων όταν $t = 9$ ώρες.

γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του πληθυσμού των μικροβίων ως προς το χρόνο, όταν $t = 9$ ώρες.

ΘΕΜΑ 4

Μια μεταβλητή X παίρνει τις τιμές $x_1 = \alpha$, $x_2 = \alpha + 5$, $x_3 = \alpha + 10$ και $x_4 = \alpha + 35$, όπου α πραγματικός αριθμός.

Οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες των τιμών δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

x_i	F_i
α	$\frac{4}{\lambda}$
$\alpha + 5$	$\frac{11}{\lambda}$
$\alpha + 10$	$\frac{18}{\lambda}$
$\alpha + 35$	$\frac{25}{\lambda}$

όπου λ θετικός ακέραιος.

α) Να αποδείξετε ότι $\lambda = 25$

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_1, F_2, F_3 και F_4 αλλά και τις σχετικές συχνότητες $f_1,$

f_2, f_3 και f_4 .

(Μονάδες 8)

γ) Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 19$, να βρείτε την τιμή του α .

(Μονάδες 8)

Τελευταίες συμβουλές

1^η Συμβουλή

Μην πανηγυρίζετε την ώρα που δίνονται τα θέματα. Ενδεχόμενα να κρύβουν κάποιες παγίδες που με την πρώτη ματιά δεν φαίνονται.

2η Συμβουλή

Να είστε ψύχραιμοι κατά την διάρκεια των εξετάσεων για να αποδώσετε στο μέγιστο της προετοιμασίας σας.

3η Συμβουλή

Μην απογοητεύεστε αν τυχόν σας φαίνονται άγνωστα τα θέματα. Θα ακολουθήσουν 2 ώρες που μπορείτε να κάνετε τα πάντα. Σίγουρα είναι θέματα που κάπου , κάποτε τα έχετε διδαχθεί.

4η Συμβουλή

Μην συζητάτε με άλλους συνυποψήφιούς σας για τις λύσεις των θεμάτων μετά το τέλος της εξέτασης. Το μόνο που θα σας προσφέρει μια τέτοια κουβέντα είναι προβληματισμός. Αν θέλετε να συμβουλευτείτε κάποιον , μιλήστε με τον υπεύθυνο καθηγητή.

5η Συμβουλή

Μην επηρεάζεστε από ενδεχόμενη αποτυχία σε κάποιο μάθημα. Σκεφθείτε ότι είναι καλύτερα να έχετε αποτύχει σε ένα μάθημα παρά σε δύο ή περισσότερα.

.....και μετά ,



Εύχομαι επιτυχία στους στόχους σας!!!!!!!!!!!!!!