**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γʹ ΤΑΞΗΣ**

**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β)**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: MAΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, να αποδείξετε ότι .

**(Μονάδες 10)**

**Α2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα μέσης τιμής του διαφορικού λογισμού και να το ερμηνεύσετε γεωμετρικά.

**(Μονάδες 5)**

**Α3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Ισχύει ότι .
2. ισχύει ότι + =0
3. Για κάθε συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη στο Α = (-∞, 0) (0 , +∞) με για κάθε , ισχύει ότι η f είναι σταθερή στο Α.
4. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f τέμνει τον άξονα xx΄ τουλάχιστον μια φορά, ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις του θεωρήματος Bolzano.
5. Κάθε γνησίως μονότονη συνάρτηση σε ένα διάστημα Δ είναι αντιστρέψιμη στο Δ.

**(Μονάδες 10)**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση f(x)=-ln(1-lnx) , xϵ(0,e)

**Β1.** Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία της.

**(Μονάδες 6)**

**Β2.** Να βρεθεί το σύνολο τιμών της.

**(Μονάδες 6)**

**Β3.** Να βρείτε το πλήθος των ριζών της εξίσωσης 1-lnx= για τις διάφορες τιμές του αϵR.

**(Μονάδες 6)**

**Β4.** Να βρείτε την τιμή του x για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος.

**(Μονάδες 7)**

**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω μια παραγωγίσιμη συνάρτηση f:( 0, +∞)->R, για την οποία ισχύουν :

• f(1)=0

•x2f’(x)+1=4-xf(x) , x>0

**Γ1**. Να αποδείξετε ότι =

**(Μονάδες 7)**

**Γ2**. Να βρεθεί ο τύπος της f

αν f(x)= , x>0

**(Μονάδες 4)**

**Γ3**. Να αποδείξετε ότι f(x)≤x-1 , x>0

**(Μονάδες 7)**

**Γ4**. Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g , με g(x)=-x2 έχουν μια τουλάχιστον κοινή εφαπτομένη

**(Μονάδες 7)**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω συνάρτηση f : ( -∞ , 0)→R\* ,παραγωγίσιμη στο για την οποία ισχύει : , για κάθε x<0 και

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι ο τύπος της f είναι , x<0.

**(Μονάδες 6)**

**Δ2.** Να βρείτε το πλήθος των αρνητικών ριζών της εξίσωσης :

**(Μονάδες 7)**

**Δ3.** Αν οι ρίζες της εξίσωσης του Δ2, να αποδείξετε ότι υπάρχουν διακεκριμένα , τέτοια ώστε

**(Μονάδες 7)**

**Δ4.** Να υπολογιστεί το παρακάτω όριο

**(Μονάδες 5)**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για σας εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμία άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

1. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
2. Να γράψετε σας απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
3. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΝΑ ΕΧΕΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΠΑΝΑΓΟΥ ΓΙΩΡΓΟΣ (Ακαδημαϊκός Υπεύθυνος)**

**ΣΠΥΡΟΠΟΥΛΟΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ (Διακρότημα Πειραιάς -Μοσχάτο - Διακρότημα@Home)**