ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ
Τα καλύτερα Φροντιστήρια της πόλης

Απαντήσεις

Μαθηματικά

Γ ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α

Α1 σχολικό σελ.23
Α2 σχολικό σελ.28-29
Α3 α. Λ β. Σ γ. Λ δ. Σ ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. $v_1=\frac{25}{100}400=100$

$v_4=\frac{18^o}{360^o}400=20$

$v_2=6v_3$

$v_1+v_2+v_3+v_4=400 \Leftrightarrow 100+6v_3+v_3+20=400 \Leftrightarrow 7v_3=280 \Leftrightarrow v_3=40$

$v_2=6\bullet 40=240$

Β2. $f_i=\frac{\nu_i}{\nu}$

$f_1=\frac{\nu_1}{\nu}=\frac{100}{400}=0{,}25$ $F_1=0{,}25$

$f_2=\frac{240}{400}=0{,}60$ $F_2=F_1+f_2=0{,}85$

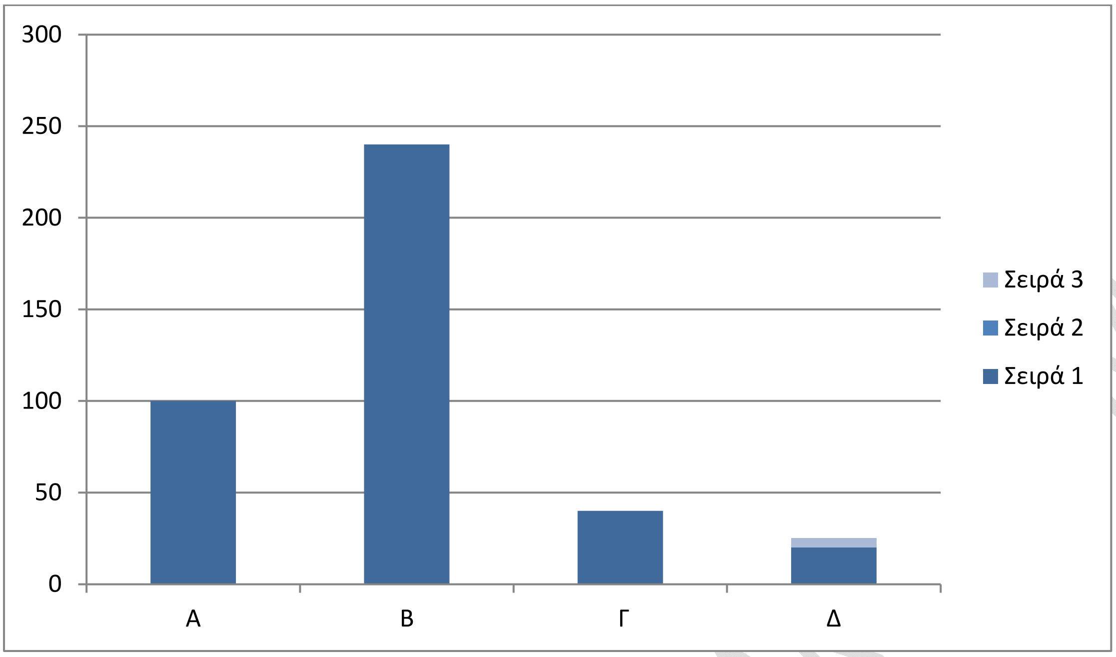
$f_3=\frac{40}{400}=0{,}10$ $F_3=F_2+f_3=0{,}95$

$f_4=\frac{20}{400}=0{,}05$ $F_4=F_3+f_4=1{,}00$

	v_i	f_i	F_i
Α(0)	100	0,25	0,25
Β(1)	240	0,60	0,85
Γ(2)	40	0,10	0,95
Δ(3)	20	0,05	1,00
	400	1,00	

Φροντιστήρια ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ

Β3.



ΘΕΜΑ Γ

Γ1. (i) πρέπει χ-2≥0⇔χ≥2 και χ-6≠0⇔χ≠6

Άρα χ∈[2,6)∪ $(6,+\infty)$

(ii) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-1}=\ldots=\frac{\frac{3\sqrt{2-2}-6}{2-6}}{2-1}=\frac{\frac{-6}{-4}}{1}=\frac{3}{2}$

Γ2. Η g είναι παραγωγίσιμη ως πολυωνυμική με g′(x)=ax+b

g′(0)=-5⇔a0+b=-5⇔b=-5

Η Cg τέμνει τον άξονα y′y στο σημείο με τεταγμένη 2 τότε ισχύει

g(0)=2⇔a0^2+b0+c=2⇔c=2

$$\lim_{x\to 6}f(x)=\lim_{x\to 6}\frac{3\sqrt{x-2}-6}{x-6}=\lim_{x\to 6}\frac{3(\sqrt{x-2}-2)(\sqrt{x-2}+2)}{(x-6)(\sqrt{x-2}+2)}=\lim_{x\to 6}\frac{3(x-6)}{(x-6)(\sqrt{x-2}+2)}=\lim_{x\to 6}\frac{3}{\sqrt{x-2}+2}=\frac{3}{4}$$

Άρα a=3•$\frac{3}{4}$=3

Φροντιστήρια ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ

Γ3. $g(x)=3x^2-5x+2$, θέλουμε $g(x)>0 \Leftrightarrow 3x^2-5x+2>0$

D=…=1>0

x1=1 , x2=1/2   xϵ(-∞,1/2)∪(1,+∞)

Γ4. (i) g′(x)=6x-5

g′(x)=0⇔x=5/6

g′(x)>0⇔x>5/6 και g συνεχής στο [5/6,+∞) άρα g γν. αύξουσα στο [5/6,+∞)

g′(x)<0⇔x<5/6 και g συνεχής στο (-∞,5/6] άρα g γν. φθίνουσα

στο (-∞,5/6]

(ii) $\frac{5}{6} < \frac{11}{10} < \frac{12}{10} \Leftrightarrow \frac{11}{10} < \frac{6}{5} \Leftrightarrow g(\frac{11}{10}) < g(\frac{6}{5})$ επειδή g γνησίως αύξουσα στο [5/6,+∞)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. •για xϵ(-∞,1) η $f(x)=x^2+2x+3$ είναι συνεχής ως πολυωνυμική.

•για xϵ(1,+∞) η $f(x)=8x-2x^2$ είναι συνεχής ως πολυωνυμική.

•για x=1 , έχουμε :

$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}(x^2+2x+3)=6$,για τα χ<1

$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}(8x-2x^2)=6$,για τα χ>1

$f(1)=8.1-2.1^2=6$

άρα η f είναι συνεχής στο $\chi_0=1$

Επομένως είναι συνεχής σε όλο το R.

Δ2.

Για τα χ <1

•$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$=$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x+3-6}{x-1}$=$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x-1}$=$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$=$\lim_{x\to 1}(x+3)$=4

Για τα χ>1

•$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$=$\lim_{x\to 1}\frac{8x-2x^2-6}{x-1}$=$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(-2x+6)}{x-1}$=$\lim_{x\to 1}(-2x+6)$=4

Άρα f′(1)=4

Έστω (ε) η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο M(1,f(1))

Θα είναι ε : y=f′(1)x+k⇔y=4x+k

Το M(1,6) ανήκει στην (ε) , επομένως θα την επαληθεύει.

Θα ισχύει : 6=4.1+k⇔2=k

Τελικά (ε) : y=4x+2

Δ3. Πρέπει x^2-4x+5≥0 , Δ=16-20=-4<0 , άρα x^2-4x+5 ομόσημο του α=1>0 για κάθε x∈R

Επομένως Dg=R

Η απόσταση του M(x,y) από την αρχή των αξόνων δίνεται από την σχέση

d=(OM)=$\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}$=$\sqrt{x^2+\left(\sqrt{x^2-4x+5}\right)^2}$⇔

d(x)=$\sqrt{x^2+x^2-4x+5}$=$\sqrt{2x^2-4x+5}$

Η d(x) είναι παραγωγίσιμη ως πράξεις παραγωγίσιμων συναρτήσεων , με d′(x)=$\frac{1}{2\sqrt{2x^2-4x+5}}$($2x^2$-4x+5)′⇔

d′(x)= $\frac{2x-2}{\sqrt{2x^2-4x+5}}$

d′(x)=0⇔2x-2=0⇔x=1

d′(x)>0⇔2x-2>0⇔x>1

d′(x)<0⇔2x-2<0⇔x<1

d′(x)>0 για x∈(1,+∞) και d συνεχής για x∈[1,+∞) άρα d γνησίως αύξουσα στο [1,+∞)

d′(x)<0 για x∈(-∞,1) και d συνεχής για x∈(-∞,1] άρα d γνησίως φθίνουσα στο (-∞,1]

Η d εμφανίζει ελάχιστο στο $\chi_0=1$

Επομένως το σημείο Μ το οποίο βρίσκεται πλησιέστερα στην αρχή των αξόνων είναι το (1,g(1)) , δηλαδή είναι το $M(1,\sqrt{2})$

(γιατί $g(1)=\sqrt{2}$)

ΕΛΕΝΗ ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ (Ακαδημαϊκή Υπεύθυνη)

Φροντιστήρια ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ