Τεκμηριωμένες Απαντήσεις των Μαθηματικών Ερωτήσεων στη Δοκιμασία Εισαγωγής στα Πρότυπα Γυμνάσια - 2025

Α΄ ΟΜΑΔΑ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ *Στις ερωτήσεις 21 έως και 30 να επιλέξετε μία (1) μόνο από τις τέσσερις (4) δυνατές απαντήσεις. Για κάθε ερώτηση για την οποία θα επιλέξετε τη σωστή απάντηση και μόνο αυτή, θα βαθμολογηθείτε με δύο (2) μονάδες.*

21. Ποια από τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις έχει μεγαλύτερη τιμή;

Α. $11 + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ Β. $11 + \frac{1}{2} - \frac{1}{5}$ Γ. $11 + \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$ Δ. $11 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

Γ. Όλες οι παραστάσεις περιέχουν το 11. Προφανώς, από τις επιλογές Β. και Γ. που έχουν τον ίδιο αφαιρέτη $\frac{1}{5}$ η μεγαλύτερη είναι η Γ αφού το ¾ είναι μεγαλύτερο από $\frac{2}{3}$ και το $\frac{1}{2}$. Τώρα μεταξύ των επιλογών Γ. και Δ. μεγαλύτερη είναι η επιλογή Γ γιατί έχει τον μικρότερο αφαιρέτη αφού το $\frac{1}{5}$ είναι μικρότερο από το $\frac{1}{3}$.

22. Αν 3 φορές το ⌘ και 2 φορές το ⌗ κάνει 19, ενώ 2 φορές το ⌘ και 3 φορές το ⌗ κάνει 41, τότε το άθροισμα των ⌘ και ⌗ είναι:

Α. 62 Β. $\frac{62}{5}$ Γ. 60 Δ. 12

Δ. Προσθέτοντας το **3** φορές το ⌘ και **2** φορές με το **2** φορές το ⌘ και **3** φορές το ⌗ προκύπτει $19 + 41$. Δηλαδή 5 φορές το ⌘ και 5 φορές με το **2** είναι 60. Επομένως το άθροισμα ⌘ και ⌗ είναι $60/5 = 12$.

23. Τέσσερα καταστήματα πουλάνε την ίδια μπλούζα στις εκπτώσεις. Σύμφωνα με τον πίνακα που ακολουθεί σε ποιο κατάστημα η μπλούζα κοστίζει φτηνότερα στις εκπτώσεις;

Α. Της Αλίνας Β. Του Βασίλη
Γ. Της Γιάννας Δ. Του Δημοσθένη

Κατάστημα	Αρχική τιμή μπλούζας	Έκπτωση ως ποσοστό της αρχικής τιμής
Της Αλίνας	50 ευρώ	20%
Του Βασίλη	45 ευρώ	15%
Της Γιάννας	45 ευρώ	10%
Του Δημοσθένη	40 ευρώ	10%

Δ.

Κατάστημα	Αρχική τιμή μπλούζας	Έκπτωση ως ποσοστό της αρχικής τιμής	Υπολογισμός Τιμής σε ευρώ
Της Αλίνας	50 ευρώ	20%	50−(50×0.20)=50−10=40
Του Βασίλη	45 ευρώ	15%	5−(45×0.15)=45−6.75=38.25
Της Γιάννας	45 ευρώ	10%	45−(45×0.10)=45−4.5=40.5
Του Δημοσθένη	40 ευρώ	10%	40−(40×0.10)=40−4=36

24. Στρίβουμε ένα συνηθισμένο κέρμα και ρίχνουμε ένα συνηθισμένο ζάρι (με 6 έδρες). Ποιο από τα επόμενα είναι πιθανότερο να συμβεί;

Α. Να έρθει «γράμματα» στο κέρμα. Β. Να έρθει 1 στο ζάρι.
Γ. Να έρθει αριθμός μεγαλύτερος του 1 στο ζάρι. Δ. Να μην έρθει «γράμματα» στο κέρμα.

Γ. Ένα συνηθισμένο κέρμα έχει 2 πλευρές: «Γράμματα» και «Κορώνα» (πιθανότητα $1/2 = 50\%$)
Ένα συνηθισμένο ζάρι έχει 6 πλευρές: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (πιθανότητα να έρθει ένα εξ αυτών $= 1/6$).
Άρα η πιθανότητα να έρθει «γράμματα» καθώς και η πιθανότητα να μην έρθει «γράμματα» είναι ½.
Η πιθανότητα να έρθει «1» $= 1/6$ και η πιθανότητα να έρθει αριθμός μεγαλύτερος του 1 (δηλαδή 2, 3, 4, 5 ή 6) $= 5/6$.

25. Σε μια κατασκήνωση κάθε παιδί έχει επιλέξει να κάνει ακριβώς ένα άθλημα. Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνονται τα ποσοστά των παιδιών για διάφορους συνδυασμούς φύλου και αθλήματος. Για παράδειγμα, το 17% των παιδιών είναι αγόρια που έχουν επιλέξει μπάσκετ. Τι ποσοστό των κοριτσιών έχει επιλέξει μπάσκετ;

Άθλημα	**Αγόρια**	**Κορίτσια**
Βόλεϊ	5,5 %	29,5 %
Ποδόσφαιρο	29,5 %	6,5 %
Μπάσκετ	17 %	

Α. 12% Β. 25% Γ. 64% Δ. 48%

Β. Εφόσον τα ποσοστά του πίνακα αναφέρονται στο σύνολο των παιδιών, το άθροισμα τους οφείλει να είναι 100%. Επειδή $5{,}5 + 29{,}5 + 29{,}5 + 6{,}5 + 17 = 88$ το ποσοστό που λείπει είναι 12%. Άρα το 12% των παιδιών είναι κορίτσια που παίζουν μπάσκετ.
Το συνολικό ποσοστό των κοριτσιών είναι $29{,}5 + 6{,}5 + 12 = 48\%$ των παιδιών. Το 12% των κοριτσιών είναι $12*100/48 = 100/4 = 25\%$ του συνόλου των κοριτσιών.

26. Ποιος αριθμός από τους επόμενους είναι πιο κοντά στο $\frac{1}{2}$ από ό,τι είναι στο $\frac{1}{4}$;

Α. $\frac{1}{6}$ Β. $\frac{1}{5}$ Γ. $\frac{1}{8}$ Δ. 1

Δ.

Υπολογισμός των αποστάσεων			
		Από το $\frac{1}{2}$	Από το $\frac{1}{4}$
Α.	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{2}{6}$	$\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$
Β.	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{5}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$
Γ.	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$
Δ.	1	$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$	$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι μόνο η επιλογή Δ. 1 είναι πιο κοντά στο $\frac{1}{2}$ από ό,τι είναι στο $\frac{1}{4}$.

27. Αναμειγνύουμε ίδια ποσότητα από τρία ροφήματα. Τα δύο περιέχουν 22% πορτοκάλι το καθένα, ενώ το τρίτο περιέχει 34% πορτοκάλι. Πόσο % πορτοκάλι περιέχει το ρόφημα που προέκυψε από την ανάμειξη;

Α. 22% Β. 26% Γ.28% Δ. 30 %

Β. Έχουμε τρία ροφήματα με ίσες ποσότητες, επομένως παίρνουμε τον μέσο όρο των ποσοστών τους:

$$\frac{22+22+34}{3}=\frac{78}{3}=26\%.$$

28. Έχουμε 225 αμύγδαλα, 99 καρύδια και 54 κάστανα. Θέλουμε να τα μοιράσουμε σε σακουλάκια ώστε όλα να περιέχουν ίδιο αριθμό από αμύγδαλα, ίδιο αριθμό από καρύδια και ίδιο αριθμό από κάστανα. Πόσα το πολύ τέτοια σακουλάκια μπορούμε να γεμίσουμε;

Α. 1 Β. 3 Γ. 5 Δ. 9

Δ. Για να βρούμε τον μέγιστο αριθμό σακουλιών, υπολογίζουμε τον ΜΚΔ των 225, 99 και 54.

225: $225=3^2\times5^2$, 99: $99=3^2\times11$, 54: $54=3^3\times2$

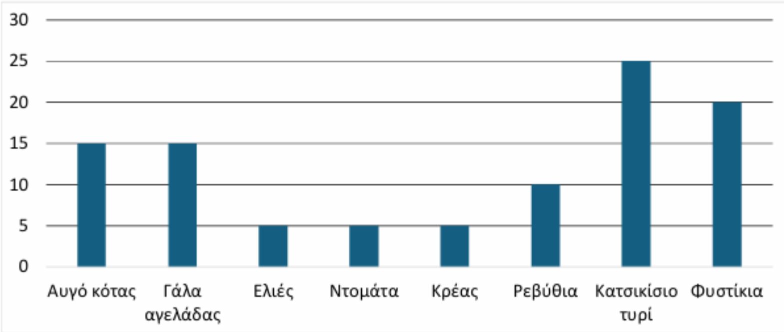
Ο ΜΚΔ είναι το γινόμενο των κοινών παραγόντων με τη μικρότερη δύναμη: ΜΚΔ(225,99,54)$=3^2=9$.

29. Οι πλευρές ενός τετραγώνου και ενός τριγώνου είναι όλες ίσες μεταξύ τους. Αν το άθροισμα των περιμέτρων τους είναι 21 εκατοστά, το εμβαδόν του τετραγώνου σε τ. εκ. (τετραγωνικά εκατοστά) είναι:

Α. 6 Β. 9 Γ. 12 Δ. 49

Β. Έστω ότι το μήκος της πλευράς του τετραγώνου και ομοίως του ισοπλεύρου τριγώνου είναι x. Η περίμετρος του τετραγώνου είναι 4x και η περίμετρος του τριγώνου είναι 3x. Σύμφωνα με το πρόβλημα, το άθροισμα των περιμέτρων είναι 21 εκ. Επομένως 4x+3x=2. Έτσι 7x=21 και x = 27/3 = 3. Αφού η πλευρά του τετραγώνου είναι 3 το εμβαδόν του είναι $3^2 = 9$ τ. εκ.

30. Πριν από μια ημερήσια σχολική εκδρομή οι μαθητές και οι μαθήτριες ενός σχολείου δήλωσαν από μια τροφή την οποία θα ήθελαν να περιέχει το γεύμα τους. Οι απαντήσεις σε ποσοστά (%) φαίνονται στο διάγραμμα που ακολουθεί. Σύμφωνα με τις απαντήσεις, τι ποσοστό των παιδιών δήλωσε τροφή ζωικής προέλευσης;



Α. 5 % Β. 20 % Γ. 45 % Δ. 60 %

Δ. Από το διάγραμμα, οι τροφές ζωικής προέλευσης είναι:

Αυγό κότας → 15% , Γάλα αγελάδας → 15% , Κρέας → 5% , Κατσικίσιο τυρί → 25%

Το συνολικό ποσοστό των παραπάνω είναι 15 + 15 + 5 + 25 = 60%. Επομένως το ποσοστό των παιδιών που δήλωσαν τροφή ζωικής προέλευσης είναι 60%.

Β΄ ΟΜΑΔΑ ΕΡΩΤΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ *Στις ερωτήσεις 31 έως και 40 να επιλέξετε μία (1) μόνο από τις πέντε (5) δυνατές απαντήσεις. Για κάθε ερώτηση για την οποία θα επιλέξετε τη σωστή απάντηση και μόνο αυτή, θα βαθμολογηθείτε με τρεις (3) μονάδες.*

31. Ένας καλαθοσφαιριστής έκανε 20 σουτ, δύο και τριών πόντων, και ευστόχησε κατά 60%, με αποτέλεσμα να πετύχει 29 πόντους. Πόσα εύστοχα τρίποντα είχε;

Α. 7 Β. 3 Γ. 8 Δ. 9 Ε. 5

Ε. Τα εύστοχα σουτ είναι 20*0,6 = 12. Έστω ότι x είναι τα εύστοχα σουτ για τρίποντα . Επομένως 12-x είναι τα εύστοχα σουτ για δίποντα. Άρα επιτυγχάνονται 3x + 2(12-x) πόντοι που δίνεται ότι 29. Έτσι 3x + 2*12 -2x = 29 οπότε x = 29 – 24 = 5.

32. Μια εφαρμογή σε κινητό τηλέφωνο εκτελεί τα εξής βήματα:

- **Βήμα 1:** Ζητάει από τον χρήστη έναν ακέραιο αριθμό.
- **Βήμα 2:** Διπλασιάζει τον αριθμό που έδωσε ο χρήστης στο βήμα 1.
- **Βήμα 3:** Ζητάει από τον χρήστη έναν ακέραιο αριθμό.
- **Βήμα 4:** Προσθέτει τον αριθμό που έδωσε ο χρήστης στο βήμα 3 με το αποτέλεσμα του βήματος 2.
- **Βήμα 5:** Γράφει το αποτέλεσμα του βήματος 4.
- **Βήμα 6:** Γράφει το γινόμενο των αριθμών που έδωσε ο χρήστης στο βήμα 1 και το βήμα 3.

Αν ο αριθμός που γράφει η εφαρμογή στο βήμα 5 είναι 11 και ο αριθμός που γράφει στο βήμα 6 είναι 15, τότε ο αριθμός που έδωσε ο χρήστης στο βήμα 1 είναι:

Α. 1 Β. 2 Γ. 3 Δ. 4 Ε. 5

Γ. Έστω ότι x είναι ο αριθμός που εισάγει ο χρήστης στο Βήμα 1 και y είναι ο αριθμός που εισάγει ο χρήστης στο Βήμα 3. Εφόσον η εφαρμογή γράφει 11 στο Βήμα 4, 2x+y=11. Επίσης x·y=15 αφού η εφαρμογή στο Βήμα 6 γράφει 15. Στο σημείο αυτό χρησιμοποιείται η πληροφορία ότι x και y είναι ακέραιοι. Εφόσον το γινόμενο τους είναι 15 αυτοί είναι το 3 και το 5. Επειδή 2x+y =11, x = 3 και y = 5. Έτσι ο αριθμός 3 είναι αυτός που δόθηκε στο Βήμα 1.

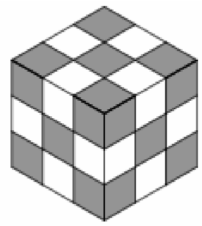
33. Για την παρασκευή ενός φρουτοχυμού χρειάζονται 4 ποτήρια χυμού πορτοκαλιού, 11 ποτήρια χυμού μήλου και 13 ποτήρια χυμού αχλαδιού. Για την παρασκευή μεγαλύτερης ποσότητας φρουτοχυμού με την ίδια αναλογία συστατικών, για ένα πάρτι, τα ποτήρια χυμού αχλαδιού που χρησιμοποιήσαμε ήταν κατά 45 περισσότερα από τα ποτήρια χυμού πορτοκαλιού. Πόσα ποτήρια χυμού μήλου χρησιμοποιήσαμε;

Α. 20 Β. 55 Γ. 45 Δ. 65 Ε. 70

Β. Επειδή η αναλογία των συστατικών του φρουτοχυμού παραμένει ίδια, οι ποσότητες πρέπει να αυξάνονται κατά τον ίδιο συντελεστή.

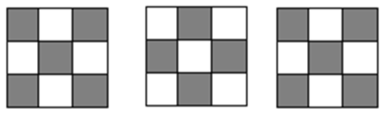
4x ποτήρια χυμού πορτοκαλιού, 11x ποτήρια χυμού μήλου. 13x ποτήρια χυμού αχλαδιού .
Εφόσον χρησιμοποιούνται 13 x ποτήρια αχλαδιού και αυτά είναι 45 περισσότερα από τα ποτήρια χυμού πορτοκαλιού, δηλαδή 4x, προκύπτει ότι 13x = 4x + 45. Έτσι 9x = 45 και επομένως x = 5. Συμπεραίνουμε ότι τα ποτήρια μήλου είναι 11*5 = 55.

34. Ένας κύβος αποτελείται από 27 ίσα κυβάκια, όπως στο σχήμα που ακολουθεί. Κάθε κυβάκι είναι είτε άσπρο είτε μαύρο και τα γειτονικά κυβάκια έχουν διαφορετικό χρώμα. Πόσα είναι τα άσπρα κυβάκια;



Α. 9 Β. 12 Γ. 13 Δ. 14 Ε. 15

Γ. Ο κύβος αποτελείται από 27 ίσα κυβάκια ή τρία στρώματα από 9 κυβάκια το καθένα, όπως δείχνει το σχήμα. Επειδή τα γειτονικά κυβάκια πρέπει να έχουν διαφορετικό χρώμα, ο κανόνας χρωματισμού είναι: «*τα εφαπτόμενα κυβάκια έχουν διαφορετικό χρώμα*». Όπως δείχνει το σχήμα τα δύο πλευρικά στρώματα έχουν την ίδια σύνθεση (5 μαύρα – 4 άσπρα) ενώ το Μεσαίο στρώμα (4 μαύρα- 5 άσπρα). Έτσι υπάρχουν 4+5+4 =13 άσπρα κυβάκια.



Πλευρικό στρώμα Μεσαίο στρώμα Πλευρικό στρώμα

35. Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί έχουν την ιδιότητα το γινόμενο των ψηφίων τους να ισούται με 6;

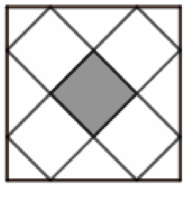
Α. 3 Β. 6 Γ. 9 Δ. 12 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

Ε. Οι τριάδες των μονοψήφιων αριθμών που μπορούν να δώσουν γινόμενο 6 είναι:

$1\times1\times6,\ 1\times2\times3,\ 1\times3\times2,\ 2\times3\times1,\ 3\times2\times1,\ 6\times1\times1$

Οι τριψήφιοι αριθμοί που προκύπτουν είναι: 116, 123, 132, 213, 231, 312, 321, 612, 621, 611.

36. Μέσα σε ένα τετράγωνο με εμβαδόν 4 τ. εκ. σχεδιάσαμε πέντε μικρότερα και ίσα μεταξύ τους τετράγωνα, όπως στο σχήμα που ακολουθεί. Ποιο είναι το εμβαδόν του σκιασμένου τετραγώνου σε τ. εκ.;



Α. 0,5 Β. 0,8 Γ. 0,4 Δ. 0,3 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

Α. Το αρχικό τετράγωνο εμβαδού 4 τ.εκ. χωρίζεται σε

- 5 ίσα τετράγωνα Τ (1 εξ αυτών το γραμμοσκιασμένο).
- 4 μεγάλα ορθογώνια τρίγωνα (με υποτείνουσα στις πλευρές του αρχικού τετραγώνου).
- 4 μικρά ορθογώνια τρίγωνα (στις γωνίες του αρχικού τετραγώνου).

Παρατηρούμε ότι $T = 2$ μεγάλα ορθογώνια τρίγωνα και $T = 4$ μικρά ορθογώνια τρίγωνα.
Άρα 4 τ. εκ. $= 5T + 2T + T = 8\,T$ οπότε $T = 0{,}5$ τ.εκ.

37. Η Άννα άδειασε το μισό ακριβώς νερό από ένα γεμάτο μπουκάλι. Στη συνέχεια, ζύγισε το μπουκάλι με το υπόλοιπο νερό και βρήκε ότι το βάρος του ήταν ίσο με το 60% του βάρους που είχε το μπουκάλι, όταν ήταν γεμάτο. Ποιος είναι ο λόγος του βάρους του άδειου μπουκαλιού προς το βάρος του νερού που χωράει στο μπουκάλι;

Α. $\frac{1}{5}$ Β. $\frac{1}{3}$ Γ. $\frac{6}{10}$ Δ. $\frac{4}{6}$ Ε. $\frac{1}{4}$

Ε. Η Άννα αδειάζει το μισό νερό από ένα γεμάτο μπουκάλι. Στη συνέχεια ζυγίζει το μπουκάλι με το υπόλοιπο νερό και το βάρος που μετρά είναι 60% του αρχικού βάρους.
Ορισμός μεταβλητών: Έστω ότι

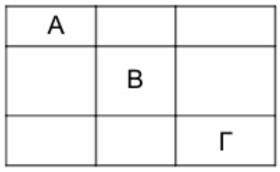
- Το βάρος του άδειου μπουκαλιού είναι B.
- Το βάρος του νερού όταν το μπουκάλι είναι γεμάτο είναι W.
- Το συνολικό βάρος του γεμάτου μπουκαλιού είναι $B + W$.

Όταν η Άννα αδειάζει το μισό νερό, το νέο βάρος του μπουκαλιού γίνεται: $B + \frac{W}{2}$ και σύμφωνα με την εκφώνηση, αυτό ισούται με το 60% του αρχικού βάρους:

$$B + \frac{W}{2} = 0{,}6\,(B + W)$$

Επίλυση εξίσωσης: $B + \frac{W}{2} = 0{,}6\,B + 0{,}6\,W$, μεταφέρουμε το $0{,}6B$ στο αριστερό μέλος:
$B - 0{,}6B + \frac{W}{2} = 0{,}6W$. Πολλαπλασιάζουμε όλα τα μέλη με 2 για να απαλλαγούμε από τον παρονομαστή:
$0.8\,B + W = 1{,}2W$. Οπότε $0{,}8B = 0{,}2W$ κι έτσι $\frac{B}{W} = \frac{0{,}2}{0{,}8} = \frac{1}{4}$.

38. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει υποδιαιρεθεί σε εννιά μικρότερα ορθογώνια παραλληλόγραμμα διαφορετικών διαστάσεων, όπως στο σχήμα που ακολουθεί. Αν οι περίμετροι των Α, Β και Γ είναι 36, 56 και 50 εκ. αντίστοιχα, ποια είναι η περίμετρος του αρχικού ορθογωνίου;



138 εκ. Β. 150 εκ. Γ. 146 εκ. Δ. 142 εκ.
Ε. Δεν μπορούμε να την υπολογίσουμε με βάση τα δεδομένα

Δ. Από το σχήμα προκύπτει ότι η περίμετρος του ορθογωνίου είναι ίση με το άθροισμα των περιμέτρων των ορθογωνίων Α, Β και Γ, δηλαδή $36 + 56 + 50 = 142$ εκ.

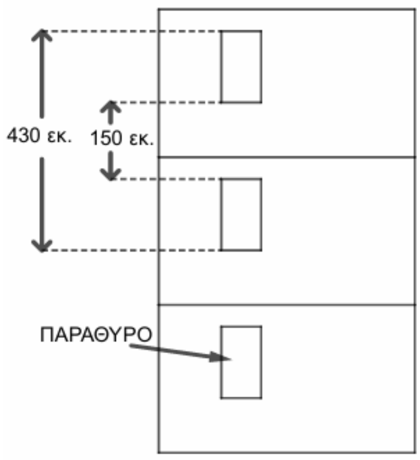
39. Ο Χρήστος ξεκινάει από το σπίτι του μια συγκεκριμένη ώρα κάθε ημέρα και πηγαίνει στην παραλία μέσω μιας ευθείας διαδρομής. Όταν πηγαίνει με το ποδήλατο και με σταθερή ταχύτητα 25 χιλιόμετρα την ώρα, φτάνει στις 3:00 μ.μ. Όταν πηγαίνει με τα πόδια και με σταθερή ταχύτητα 5 χιλιόμετρα την ώρα, φτάνει στις 3:40 μ.μ. Τι ώρα ξεκινάει από το σπίτι του;

2:30 μ.μ. Β. 2:52 μ.μ. Γ. 2:50 μ.μ. Δ. 11:40 π.μ. Ε. 12:40 μ.μ.

Γ. Ο Χρήστος καθυστερεί 40 λεπτά όταν πηγαίνει με τα πόδια αντί με το ποδήλατο. Η ταχύτητα με ποδήλατο είναι 5 φορές μεγαλύτερη από τη ταχύτητα με τα πόδια (25 χλμ/ώρα έναντι 5 χλμ/ώρα). Άρα στις 3:00 μ.μ. ο Χρήστος θα βρίσκεται στην παραλία με το ποδήλατο ενώ θα έχει καλύψει το 1/5 της απόστασης με τα πόδια. Επειδή την υπόλοιπη απόσταση (4/5) καλύπτεται με τα πόδια σε 40 λεπτά, αφού θα φτάσει στις 3:40 μ.μ., ολόκληρη η απόσταση καλύπτεται σε 50 λεπτά. Άρα ξεκίνησε από το σπίτι στις 2:50 μμ.

40. Σε μια πολυκατοικία όλοι οι όροφοι έχουν το ίδιο ύψος και ακριβώς την ίδια όψη, όπως στο σχήμα που ακολουθεί. Με βάση τα δεδομένα του σχήματος ποιο είναι το ύψος του κάθε ορόφου; 430 εκ. 150 εκ.

Α. 290 εκ. Β. 215 εκ. Γ. 300 εκ. Δ. 280 εκ. Ε. 430 εκ.



Α. Έστω p είναι το ύψος ενός παραθύρου. Από το σχήμα βλέπουμε ότι 2p=430−1502p = 430 – 150 οπότε 2p = 280 και p= 140 εκ. Το ύψος ενός ορόφου προκύπτει από την απόσταση μεταξύ δύο παραθύρων, προσθέτοντας το ίδιο το ύψος ενός παραθύρου.

Άρα Ύψος ορόφου=150+140=290 εκ.