

Απαντήσεις
Μαθηματικά
Γ ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α

A1 σχολικό σελ.28

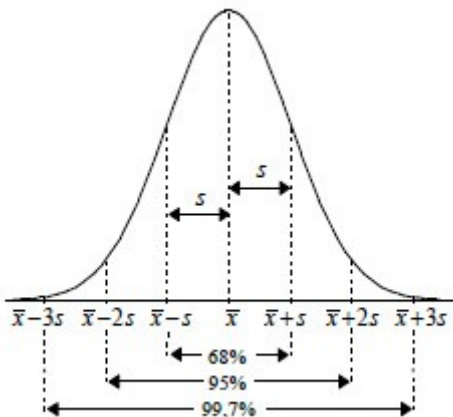
A2 σχολικό σελ.87

A3 i. Σ ii. Σ iii. Λ iv. Σ v. Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. Ξέρουμε ότι στην κανονική κατανομή η διάμεσος και η μέση τιμή συμπίπτουν επομένως $\delta = \bar{x} = 40$

B2. Το 16% με ηλικία μικρότερη των 35 ετών αντιστοιχεί στο $\bar{x} - s$ άρα
 $\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$



B3. Οι φοιτητές είναι 400 και αυτοί με ηλικία μεγαλύτερη των 45 είναι το 16% άρα $0,16 \cdot 400 = 64$ άτομα.

B4. Άνω των 30 ετών και κάτω των 45 είναι σε ποσοστό $\frac{95\%}{2} + \frac{68\%}{2} = 81,5\%$ επομένως σε πλήθος είναι $0,815 \cdot 400 = 326$ άτομα.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $A_f = \mathbb{R}$ Η γραφική παράσταση της f τέμνει τον $\chi' \chi$ στο σημείο με τετμημένη ίση με 1, δηλ στο σημείο $(1,0)$ άρα $f(1) = 0 \Leftrightarrow c = 3$

Γ2. $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ και $x \neq -1$

Γ3. $f(0) = 2$, Η f είναι παρ/μη στο $\mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 3$ και $f'(0) = -3$

Έστω ε : $y = \lambda x + \beta$ με $\lambda, \beta \in \mathbb{R}$ η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $M(0, f(0))$ δηλ στο $M(0, 2)$

$\lambda = f'(0) = -3$ άρα ε : $y = -3x + \beta$

Η ε διέρχεται από το $M(0, 2)$ αν και μόνο αν $2 = -3 \cdot 0 + \beta$ δηλ $\beta = 2$

Η ε είναι $y = -3x + 2$

Γ4. Έστω $A(x_0, f(x_0))$ το σημείο όπου ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης γίνεται μέγιστος.

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(x_0, f(x_0))$ έχει συντελεστή διεύθυνσης ίσο με $f'(x) = 2x - 3$

Θέλουμε να βρούμε τον μέγιστο συντελεστή διεύθυνσης, άρα θέλουμε να βρούμε το μέγιστο της $f'(x)$. Θα μελετήσουμε την f' ως προς την μονοτονία.

Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ $f''(x) = 2$ επομένως η $f''(x) = 0$ αδύνατη άρα δεν υπάρχει σημείο όπου ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης γίνεται μέγιστος.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2025$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 4)'}{2\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

Δ2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$, αφού $\sqrt{x^2 + 4} > 0$

Η f είναι γν. φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$

Η f είναι γν. αύξουσα στο $[0, +\infty)$

Η f παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 = 0$ το $f(0) = 2027$

Δ3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4)f'(x) - 2x}{x^2} =$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{(x^2 + 4)x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 2x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{(\sqrt{x^2 + 4})^2 x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4})x - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\sqrt{x^2 + 4} - 2)}{x^2} = \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4} - 2)(\sqrt{x^2 + 4} + 2)}{x(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \dots = \frac{0}{4} = 0 \end{aligned}$$

ΕΛΕΝΗ ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ (Ακαδημαϊκή Υπεύθυνη)