

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 6 ΜΑΙΟΥ 2025

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν f είναι μια παραγωγίσιμη συνάρτηση σε ένα σύνολο A , να αποδείξετε ότι $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$, όπου $c \in \mathbb{R}$ και $x \in A$.

Μονάδες 10

- A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου δ ενός συνόλου n παρατηρήσεων, όταν το n είναι άρτιος αριθμός.

Μονάδες 5

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν f, g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα Δ , τότε: $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$.

β. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

γ. Ισχύει $CV = \frac{s}{\bar{x}}$, $\bar{x} > 0$

Μονάδες 6

- A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

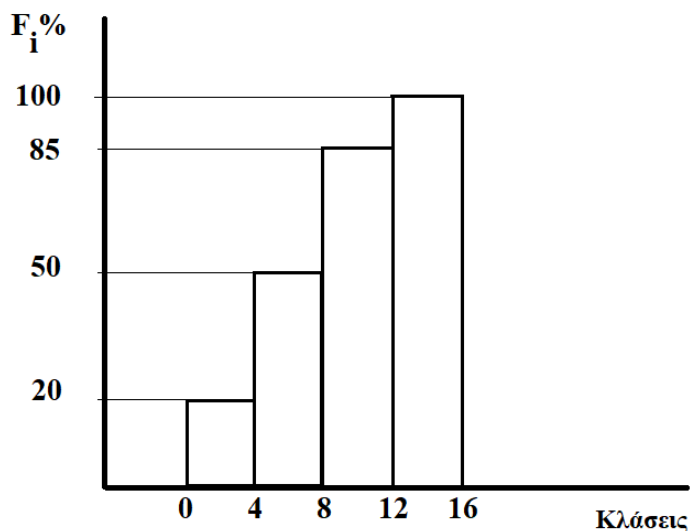
$\alpha) \left(\frac{1}{x}\right)' = \dots \quad x \neq 0$

$\beta) (\sqrt{5})' = \dots$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους n έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους και κατασκευάστηκε όπως φαίνεται παρακάτω το ιστόγραμμα των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων.



Με βάση το ιστόγραμμα αυτό:

B1. Να βρείτε τη σχετική συχνότητα f_1 % (**Μον 2**). Αν η συχνότητα της 1^{ης} κλάσης είναι $n_1 = 8$, να προσδιορίσετε το μέγεθος n του δείγματος. (**Μον 4**)

Μονάδες 6

Για $n = 40$:

B2. Να αντιγράψετε τον πίνακα που ακολουθεί στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

Κλάσεις	κέντρο x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα f_i
[0,4)		8	
[4,8)			
[8,12)			
[12,16)			
Σύνολο		40	

Μονάδες 6

B3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ του δείγματος.

Μονάδες 7

B4. Να κατασκευάσετε το πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων% (**Μον 3**) και να εκτιμήσετε τη διάμεσο δ του δείγματος. (**Μον 3**)

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3}{3} - \alpha x^2 + 3x + 2$, $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$.
Αν η τιμή της 2^{ης} παραγώγου της f στο $x_0 = 2$ είναι ίση με μηδέν τότε:

Γ1. Να βρείτε τις συναρτήσεις $f'(x)$ και $f''(x)$ (**Μον 3+2**) και να υπολογίσετε την τιμή του α . (**Μον 3**)

Μονάδες 8

Για $\alpha=2$:

Γ2. Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h^2 + h}$$

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής της f .
Μονάδες 6

Γ4. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f'(2 - \sqrt{2})$ και $f'(2 - \sqrt{3})$.
Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία γνωρίζουμε ότι:

- είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$,
- η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(2,12)$ και
- η εφαπτομένη της C_f στο σημείο A είναι παράλληλη στην ευθεία $(\eta): y = -13x + 2025$.

Αν $g(x) = f(x^2 + x + 2) + 1$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ τότε:

Δ1. Να αποδείξετε ότι

$$g'(x) = f'(x^2 + x + 2) \cdot (2x + 1), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g στο σημείο $B(-1, g(-1))$.

Μονάδες 8

Οι παρατηρήσεις $x_1, x_2, \dots, x_n$ μιας μεταβλητής X ακολουθούν κατανομή περίπου κανονική με μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s , στην οποία το 16% έχουν τιμή τουλάχιστον ίση με $g(0) - 1$ ενώ το 97,5% έχουν τιμή που δεν ξεπερνά το $g'(-1)$.

Δ3. Να αποδείξετε ότι $\bar{x} = 11$ και $s = 1$

Μονάδες 7

Δ4. Εάν (ε): $y = 13x + 26$ και

$$M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), \dots, M_n(x_n, y_n)$$

σημεία της ευθείας (ε), τότε:

α. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{y}$ των $y_1, y_2, \dots, y_n$

β. Να βρείτε την τυπική απόκλιση s_y των $y_1, y_2, \dots, y_n$

γ. Είναι το δείγμα των $y_1, y_2, \dots, y_n$ ομοιογενές;

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις(3)ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ