Απαντήσεις

Φυσική

Γ΄ Λυκείου

Θέμα Α

Α1) Στην κάθοδο ενός κυκλώματος φωτοκύτταρου που έχει συχνότητα κατωφλίου f_0, προσπίπτει ακτινοβολία συχνότητας $f \geq f_0$, τότε
δ) η τάση αποκοπής διπλασιάζεται όταν διπλασιάζεται η μέγιστη κινητική ενέργεια με την οποία εξέρχονται τα φωτοηλεκτρόνια από την κάθοδο.

[5 μονάδες]

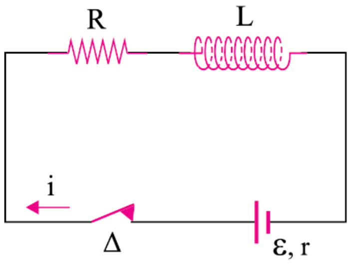
Α2) Σε ένα ελαστικό μέσο στο οποίο έχει δημιουργηθεί ένα στάσιμο κύμα,
γ) η ελάχιστη απόσταση μεταξύ κοιλίας και διαδοχικού δεσμού είναι $d = \frac{\lambda}{4}$, ανεξάρτητα από το εάν στη θέση $x = 0$ έχουμε κοιλία ή δεσμό.

[5 μονάδες]

Α3) Σύμφωνα με τη θεωρία του στερεού σώματος,
δ) ο τροχός του λούνα παρκ κάνει στροφική κίνηση, ενώ ο κάθε θαλαμίσκος του κάνει μεταφορική κίνηση.

[5 μονάδες]

Α4) Ένα ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη αντίστασης R και το κύκλωμα τροφοδοτείται από πηγή με ηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ και εσωτερική αντίσταση r, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος αποκτά την τελική της τιμή,



β) η ισχύς που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα είναι μέγιστη.

[5 μονάδες]

Α5)
α) Κατά τη διάρκεια της πλάγιας πλαστικής κρούσης δύο σωμάτων, τη μικρότερη κατά μέτρο δύναμη δέχεται το σώμα με τη μικρότερη μάζα.
ΛΑΘΟΣ

β) Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση το πλάτος της οποίας δίνεται από τη σχέση $A = A_0 e^{-\Lambda t}$. Όταν αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b, η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης μειώνεται με μεγαλύτερο ρυθμό.

ΣΩΣΤΟ

γ) Ο φασματογράφος μάζας είναι μία συσκευή που διαχωρίζει ιόντα με διαφορετικό πηλίκο μάζας προς φορτίο.

ΣΩΣΤΟ

δ) Η συχνότητα των μικροκυμάτων είναι μεγαλύτερη από αυτήν των ραδιοκυμάτων.

ΣΩΣΤΟ

ε) Οι ακτίνες γ είναι πολύ διεισδυτικές και βλάπτουν τους οργανισμούς που τις απορροφούν.

ΣΩΣΤΟ

[5 μονάδες]

Θέμα Β

Β1) Ένα φωτόνιο μήκους κύματος $\lambda = \frac{h}{2mc}$ προσπίπτει σε μία υλική επιφάνεια και συγκρούεται με ένα πρακτικά ακίνητο ηλεκτρόνιο. Το ποσοστό στα εκατό της μεταβολής της ενέργειας του φωτονίου κατά τη διάρκεια της σκέδασης είναι $\pi\% = -50\%$.

α) Να επιλέξετε τη σωστή γωνία σκέδασης:

i) $\varphi = 90^\circ$ **ii)** $\boldsymbol{\varphi = 60^\circ}$ **iii)** $\varphi = 30^\circ$

[2 μονάδες]

Σωστή είναι η επιλογή ii)

β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

[6 μονάδες]

Από το ποσοστό μεταβολής της ενέργειας προκύπτει:

$$\pi\% = \frac{E' - E}{E}100\% \Longrightarrow -50\% = \frac{E' - E}{E}100\% = \frac{E' - E}{E} \Longrightarrow -0{,}5E = E' - E \Longrightarrow$$

$$E' = 0{,}5E \Longrightarrow hf' = 0{,}5\, hf \Longrightarrow \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{2\lambda} \Longrightarrow \boldsymbol{\lambda' = 2\lambda} \ (1)$$

Είναι γνωστό ότι, για το μήκος κύματος Compton ισχύει:

$$\lambda_C = \frac{h}{mc}$$

Άρα από τα δεδομένα και σύμφωνα με το παραπάνω:

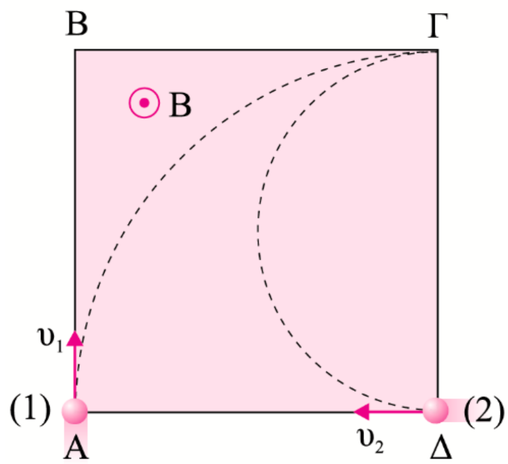
$$\lambda = \frac{h}{2mc} \Longrightarrow \lambda = \frac{1}{2}\lambda_C \Longrightarrow \boldsymbol{\lambda_C = 2\lambda} \ (2)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση της μεταβολής του μήκους κύματος στο φαινόμενο Compton και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Longrightarrow 2\lambda = \lambda + 2\lambda(1 - \sigma\upsilon\nu\varphi) \Longrightarrow \frac{1}{2} = 1 - \sigma\upsilon\nu\varphi \Longrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{1}{2} \quad \textit{οπότε} \quad \boldsymbol{\varphi = 60^\circ}$$

Β2) Η κατακόρυφη τομή ενός οριζόντιου μαγνητικού πεδίου έντασης B είναι τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά α. Ένα πρωτόνιο (1) επιταχύνεται από την ηρεμία σε τάση V_1 και στη συνέχεια εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο από το σημείο Α και εξέρχεται από το σημείο Γ. Ένα δεύτερο πρωτόνιο (2) επιταχύνεται από την ηρεμία σε τάση V_2 και στη συνέχεια εισέρχεται στο μαγνητικό πεδίο από το σημείο Δ και εξέρχεται από το σημείο Γ.



α) Ποια σχέση για τις τάσεις που επιταχύνουν τα πρωτόνια είναι σωστή;

i) $\frac{V_1}{V_2} = 4$ **ii)** $\frac{V_1}{V_2} = 2$ **iii)** $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{2}$

[2 μονάδες]

Σωστή είναι η επιλογή i)

β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

[6 μονάδες]

Για την επιτάχυνση από ηρεμία του πρωτονίου (1) φορτίου $q_p = e$ και εφαρμόζοντας ΑΔΜΕ ισχύει:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F_{ηλ}} \Longrightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = e V_1 \quad (1)$$

Αντίστοιχα για το πρωτόνιο (2) ισχύει:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{F_{ηλ}} \Longrightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = e V_2 \quad (2)$$

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{\frac{1}{2} m v_1^2}{\frac{1}{2} m v_2^2} = \frac{eV_1}{eV_2} \Longrightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{V_1}{V_2} \quad (3)$$

Από το σχήμα της κατακόρυφης τομής του οριζόντιου μαγνητικού πεδίου, παρατηρούμε ότι οι ακτίνες R_1 και R_2, των κυκλικών τροχιών των πρωτονίων (1) και (2) αντίστοιχα, σε σχέση με την πλευρά $α$ του τετραγώνου ΑΒΓΔ, δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$R_1 = α \quad και \quad R_2 = \frac{α}{2}$$

Ωστόσο οι ακτίνες των κυκλικών κινήσεων των φορτίων (1) και (2) που εισέρχονται κάθετα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$R_1 = \frac{m v_1}{qB} \Longrightarrow α = \frac{m v_1}{qB} \quad (4) \quad και \quad R_2 = \frac{m v_2}{qB} \Longrightarrow \frac{α}{2} = \frac{m v_1}{qB} \Longrightarrow α = \frac{2 m v_2}{qB} \quad (5)$$

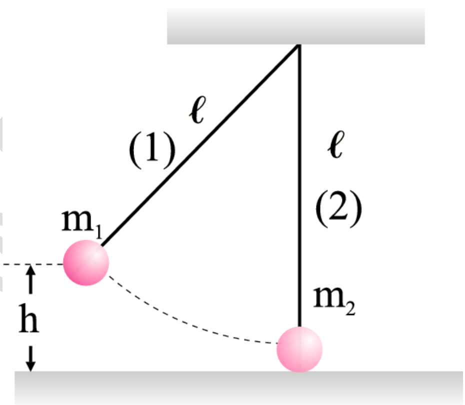
Εξισώνοντας τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει:

$$\frac{mv_1}{qB} = \frac{2mv_2}{qB} \Rightarrow \boldsymbol{v_1 = 2\, v_2} \;\; (6)$$

Από τη σχέση (3) και χρησιμοποιώντας τη σχέση (6) προκύπτει:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{(2v_2)^2}{v_2^2} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{4v_2^2}{v_2^2} \Rightarrow \boldsymbol{\frac{V_1}{V_2} = 4}$$

Β3) Σε σταθερό σημείο είναι στερεωμένα δύο νήματα (1) και (2) ίδιου μήκους l, στα άκρα των οποίων είναι δεμένες δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2, με ίσες μάζες $m_1 = m_2 = m$. Εκτρέπουμε τη σφαίρα Σ_1 από την κατακόρυφη θέση, έτσι ώστε να απέχει από οριζόντιο επίπεδο απόσταση h, και την αφήνουμε ελεύθερη. Μετά την κρούση μεταξύ τους η σφαίρα Σ_2 φτάνει σε ύψος $h_2 = \frac{h}{2}$. Δίνεται ότι $\sqrt{2} = 1{,}4$.



α) Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση:

i) Η κρούση είναι ελαστική.
ii) Η κρούση είναι ανελαστική.
iii) Η Κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων πριν την κρούση είναι μικρότερη από την κινητική ενέργεια του συστήματος μετά την κρούση.

[2 μονάδες]

Σωστή είναι η επιλογή ii)

β) Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

[7 μονάδες]

Κατά την κίνηση του σώματος Σ_1 από την αρχική του θέση όπου το εκτρέψαμε μέχρι και πριν την κρούση του, εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ:

$$K_0 + U_0 = K_1 + U_1 \Rightarrow 0 + mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \Rightarrow \boldsymbol{v_1 = \sqrt{2gh}} \ (1)$$

Κατά την κίνηση του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση μέχρι να ακινητοποιηθεί στιγμιαία, εφαρμόζουμε ΑΔΜΕ:

$$K_2' + U_2' = K_2'' + U_2'' \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_2'}^2 + 0 = 0 + mg\frac{h}{2} \Rightarrow \boldsymbol{v_2' = \sqrt{gh}} \ (2)$$

Εφαρμόζοντας ΑΔΟ κατά την κρούση προκύπτει:

$$\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2} = \overrightarrow{p_1'} + \overrightarrow{p_2'} \Rightarrow mv_1 + 0 = -mv_1' + mv_2' \Rightarrow v_1' = v_2' - v_1$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$v_1' = \sqrt{2gh} - \sqrt{gh} \Rightarrow \boldsymbol{v_1' = (\sqrt{2} - 1)\sqrt{gh}} \ (3)$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων πριν την κρούση είναι:

$$K_{\pi\rho\iota\nu} = K_1 + K_2 \Rightarrow K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K_{\pi\rho\iota\nu} = mgh} \ (4)$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων μετά την κρούση είναι:

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = K_1' + K_2' \Rightarrow \qquad K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m{v_1'}^2 + \frac{1}{2}m{v_2'}^2 \Rightarrow$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}m(\sqrt{2} - 1)^2 gh + \frac{1}{2}mgh \Rightarrow$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}mgh(2 - 2\sqrt{2} + 1 + 1) \Rightarrow K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = (2 - \sqrt{2})mgh \Rightarrow$$

$$K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = (2 - 1{,}4)mgh \Rightarrow \boldsymbol{K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} = 0{,}6\, mgh} \ (5)$$

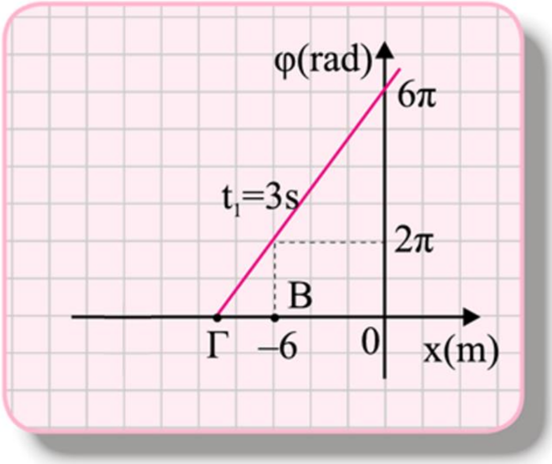
Οπότε από τις σχέσεις (4) και (5) συμπεραίνουμε ότι:

$$\boldsymbol{K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} < K_{\pi\rho\iota\nu}}$$

άρα η κρούση είναι ανελαστική.

Θέμα Γ

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο στη διεύθυνση του άξονα $x'x$. Η εξίσωση της ταλάντωσης του σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ είναι $y = 1\eta\mu\omega t\ (SI)$. Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται πώς μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση τους η φάση της ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου τη χρονική στιγμή $t_1 = 3s$.



Γ1) Να γράψετε την εξίσωση του κύματος.

[7 μονάδες]

Από την εξίσωση της ταλάντωσης του σημείου του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x = 0$ η οποία είναι $y = 1\eta\mu\omega t\ (SI)$ προκύπτει ότι το πλάτος του κύματος είναι $\boldsymbol{A = 1\ m}$

Από τη γραφική παράσταση της της φάσης σε συνάρτηση με τη θέση παρατηρούμε πως $\varphi_0 > \varphi_\Gamma$ άρα το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$.

Οπότε η εξίσωση που περιγράφει την σχέση της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με το χρόνο και τη θέση είναι:

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)$$

για $t = t_1 = 3s$ και $x = x_0 = 0\ m$ προκύπτει:

$$6\pi = 2\pi\left(\frac{3}{T}\right) \Longrightarrow \boldsymbol{T = 1s}$$

για $t = t_1 = 3s$ και $x = -6\ m$ προκύπτει:

$$2\pi = 2\pi\left(\frac{3}{1} + \frac{-6}{\lambda}\right) \Longrightarrow 1 = \frac{3}{1} - \frac{6}{\lambda} \Longrightarrow \frac{6}{\lambda} = 2 \Longrightarrow \boldsymbol{\lambda = 3\ m}$$

Άρα η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A\,\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right) \Longrightarrow \boldsymbol{y = 1\;\eta\mu\;2\pi\left(t+\frac{x}{3}\right)}\;\;(SI)$$

Γ2) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα που δείχνει πώς μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τον χρόνο η φάση της ταλάντωσης των υλικών σημείων Β και Γ του ελαστικού μέσου.

[6 μονάδες]

Η εξίσωση της φάσης είναι

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right) \Longrightarrow \boldsymbol{\varphi = 2\pi\left(t+\frac{x}{3}\right)}\;(SI)$$

Για το σημείο $x = x_B = -6\,m$ προκύπτει:

$$\varphi_B = 2\pi\left(t+\frac{x_B}{3}\right) \Longrightarrow \boldsymbol{\varphi_B = 2\pi t - 4\pi}\;\;(SI)$$

όταν $\boldsymbol{\varphi_B = 0} \Longrightarrow 2\pi t - 4\pi\; = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{t = 2\;s}$

όταν $\boldsymbol{t = 3\;s} \Longrightarrow \varphi_B = 6\pi - 4\pi\; = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{\varphi_B = 2\pi\;rad}$

Το σημείο Γ είναι αυτό όπου την $t = t_1 = 3s$ η φάση $\varphi_\Gamma = 0$.

$$\varphi_\Gamma = 2\pi\left(t_1+\frac{x_\Gamma}{3}\right) \Longrightarrow\;\; 0 = 2\pi\left(3+\frac{x_\Gamma}{3}\right) \Longrightarrow \frac{x_\Gamma}{3} = -3 \Longrightarrow\;\; \boldsymbol{x_\Gamma = -9\;m}$$

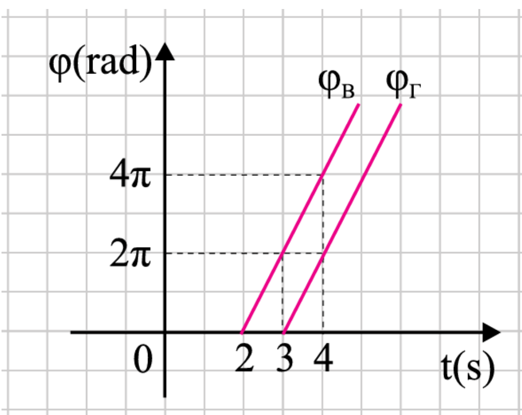
Για το σημείο $x = x_\Gamma = -9\,m$ προκύπτει:

$$\varphi_\Gamma = 2\pi\left(t+\frac{x_\Gamma}{3}\right) \Longrightarrow \boldsymbol{\varphi_\Gamma = 2\pi t - 6\pi}\;\;(SI)$$

όταν $\boldsymbol{\varphi_\Gamma = 0} \Longrightarrow 2\pi t - 6\pi\; = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{t = 3\;s}$

όταν $\boldsymbol{t = 4\;s} \Longrightarrow \varphi_B = 8\pi - 6\pi\; = 0 \Longrightarrow$

$$\boldsymbol{\varphi_\Gamma = 2\pi\;rad}$$



Τοποθετώντας τα σημεία στο παραπάνω διάγραμμα, προκύπτουν οι ευθείες που παριστάνουν τις γραφικές παραστάσεις των φάσεων σε συνάρτηση με το χρόνο για τα δύο σημεία.

Γ3) Να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του κύματος για $x \leq 3m$ τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σημείο Β διέρχεται για πρώτη φορά (μετά την έναρξη της ταλάντωσής του) από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα.

[6 μονάδες]

Το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος είναι:

$$\upsilon_\delta = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \upsilon_\delta = \frac{3}{1} \Rightarrow \upsilon_\delta = 3\ {}^{m}/_{s}$$

Το κύμα διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση, οπότε:

$$\boldsymbol{\vec{\upsilon_\delta} = -3\ {}^{m}/_{s}}$$

Το σημείο Β ξεκινά την ταλάντωσή του τη χρονική στιγμή

$$t_B = \frac{\vec{x_B}}{\vec{\upsilon_\delta}} \Rightarrow t_B = \frac{-6}{-3} \Rightarrow \boldsymbol{t_B = 2\ s}$$

Το σημείο Β διέρχεται για πρώτη φορά (μετά την έναρξη της ταλάντωσής του) από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα μετά από χρονική διάρκεια:

$$\Delta t = T \Rightarrow \boldsymbol{\Delta t = 1\ s}$$

Οπότε η χρονική στιγμή που αναζητούμε είναι:

$$t = t_B + \Delta t \Rightarrow t = 2 + 1 \Rightarrow \boldsymbol{t = t_1 = 3\ s}$$

Η εξίσωση του κύματος είναι

$$y = 1\ \eta\mu\ 2\pi\left(t + \frac{x}{3}\right) \quad \gamma\iota\alpha \quad t = t_1 = 3\ s \quad \boldsymbol{y = 1\ \eta\mu\ 2\pi\left(3 + \frac{x}{3}\right)}\ (SI)$$

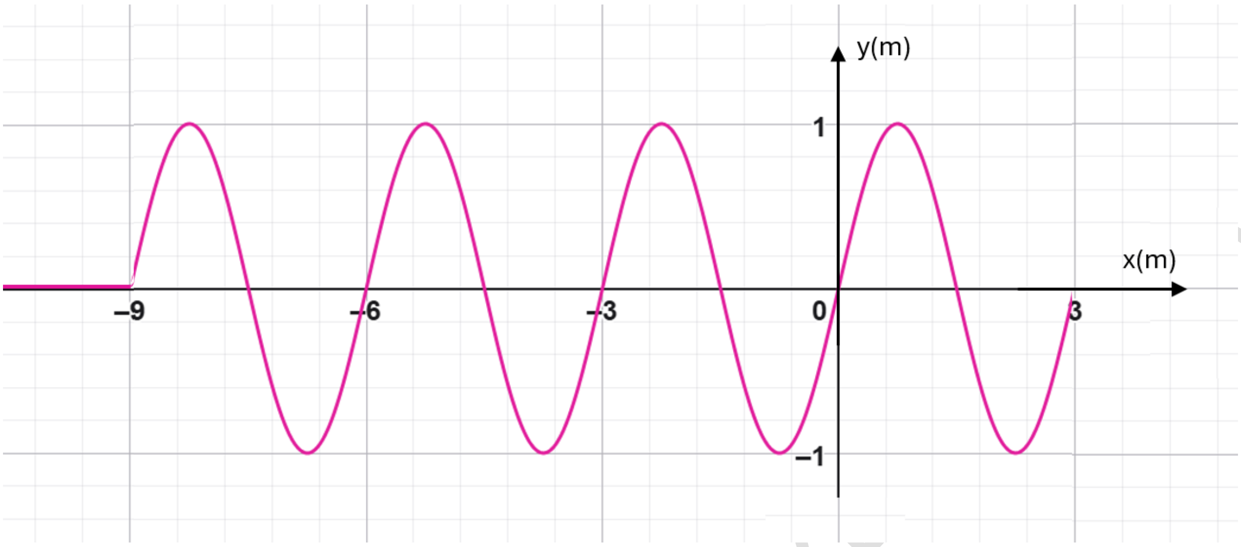
Την $\boldsymbol{t = t_1 = 3\ s}$, $\vec{x_1} = \vec{\upsilon_\delta}\, t_1 \Rightarrow \boldsymbol{\vec{x_1} = -9\ m}$

Διαιρώντας το $|\vec{x_1}|$ με το μήκος κύματος λ θα βρούμε πόσα μήκη κύματος N_1 πρέπει να σχεδιάσουμε από το x_1 μέχρι το $x_0 = 0$.

$$N_1 = \frac{|\vec{x_1}|}{\lambda} \Rightarrow N_1 = \frac{9}{3} \Rightarrow \boldsymbol{N_1 = 3\ \mu\acute{\eta}\kappa\eta\ \kappa\acute{\upsilon}\mu\alpha\tau o\varsigma}$$

Στη γραφική παράσταση που αναπαριστά το στιγμιότυπο του κύματος υπάρχει και ένα μήκος κύματος δεξιά του $x_0 = 0$, σχεδιάζοντας έτσι το κύμα για $x \leq 3m$

Σύμφωνα με όλα τα παραπάνω το στιγμιότυπο του κύματος την δεδομένη χρονική στιγμή, αναπαρίσταται στην παρακάτω γραφική παράσταση



Γ4) Να υπολογίσετε τη μέγιστη απόσταση d_{max} μεταξύ του σημείου Γ και ενός σημείου Δ που άρχισε να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_{\Delta} = 2{,}75s$.

[6 μονάδες]

Το σημείο Γ είναι στη Θέση $\boldsymbol{\vec{x_\Gamma} = -9\ m}$

Το σημείο Δ το οποίο ξεκινά να ταλαντώνεται την $t_{\Delta} = 2{,}75s$ είναι στη Θέση:

$$\vec{x_\Delta} = \vec{\upsilon_\delta}\, t_\Delta \Longrightarrow \boldsymbol{\vec{x_\Delta} = -8{,}25\ m}$$

Η απόσταση των δύο σημείων είναι:

$$\Delta x = |\vec{x_\Gamma} - \vec{x_\Delta}| \Longrightarrow \boldsymbol{\Delta x = 0{,}75\ m}$$

Το οποίο σε σύγκριση με το μήκος κύματος είναι:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4}$$

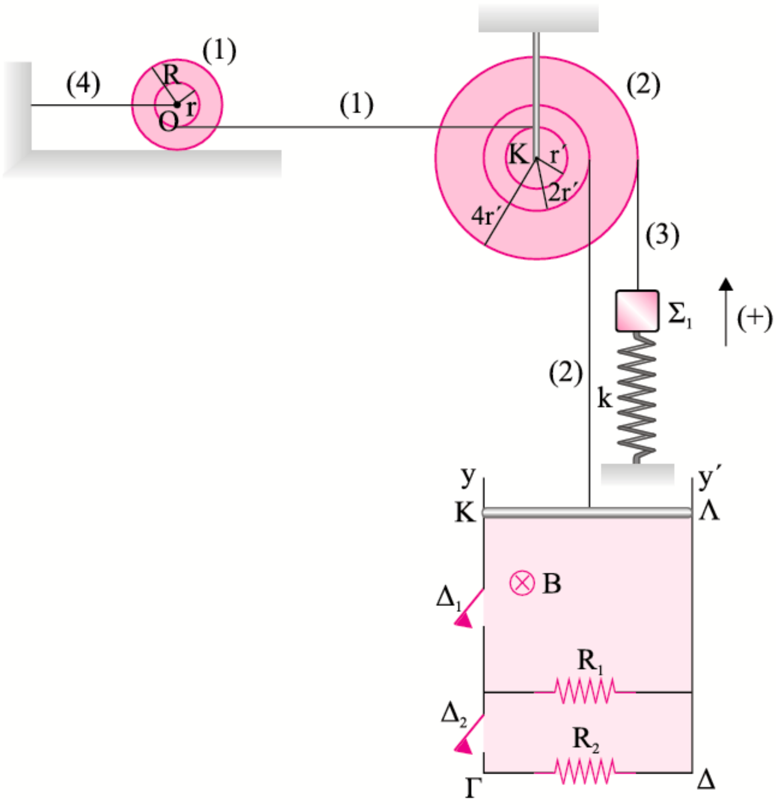
Οπότε όταν το ένα σημείο βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του το άλλο βρίσκεται σε ακραία θέση. Σύμφωνα με αυτό η μέγιστη μεταξύ τους απόσταση d_{max} θα δίνεται από τη σχέση:

$$d_{max} = \sqrt{A^2 + \Delta x^2} \Longrightarrow d_{max} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} \Longrightarrow d_{max} = \sqrt{\frac{16}{16} + \frac{9}{16}} \Longrightarrow d_{max} = \sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$d_{max} = \frac{5}{4} \Longrightarrow \quad \boldsymbol{d_{max} = 1{,}25\ m}$$

Θέμα Δ

Διπλή τροχαλία (1), με μάζα $m = 10Kg$ και ακτίνες r και $R = 2r$ είναι στερεωμένη μέσω νήματος (4) που διέρχεται από το κέντρο της O σε κατακόρυφο τοίχο και ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή οριακής στατικής τριβής $\mu_s = 0,5$. Η τροχαλία (1) συνδέεται με τριπλή τροχαλία (2) μέσω νήματος (1) που είναι τυλιγμένο στους εσωτερικούς δίσκους των δύο τροχαλιών, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η τριπλή τροχαλία έχει ακτίνες $r', 2r'$ και $4r'$. Στον δίσκο ακτίνας $2r'$ είναι τυλιγμένο νήμα (2) που ενώνεται με το μέσον αγωγού $ΚΛ$, μάζας $m_{ΚΛ}$, μήκους $l = 1m$ και αντίστασης $R_{ΚΛ} = 3\Omega$. Ο αγωγός $ΚΛ$ βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 1T$, οι δυναμικές γραμμές του οποίου είναι κάθετες στο επίπεδο του αγωγού, και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές έχοντας τα άκρα του σε επαφή με τους κατακόρυφους αγωγούς $Γy$ και $Δy'$. Οι αγωγοί $Γy$ και $Δy'$ έχουν μεγάλο μήκος, αμελητέα αντίσταση και συνδέονται με αντιστάτες που έχουν αντιστάσεις $R_1 = R_2 = 2\Omega$.

Στον εξωτερικό δίσκο της τριπλής τροχαλίας είναι τυλιγμένο νήμα (3) που συνδέεται με σώμα $Σ_1$ μάζας $m_1 = 1Kg$. Το σώμα $Σ_1$ συνδέεται επίσης στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100\,N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

Τα νήματα (1), (2), (3) και (4) είναι αβαρή και μη εκτατά. Το σύστημα ισορροπεί με τους διακόπτες Δ_1 , Δ_2 ανοικτούς, το ελατήριο να είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta x = 0{,}1m$ και η τροχαλία (1) να είναι έτοιμη να κινηθεί.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\, m/s^2$

Δ1) Να υπολογίσετε τις τάσεις των νημάτων (1), (2), (3) και (4) και τη μάζα του αγωγού ΚΛ.

[7 μονάδες]

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα του συστήματος:

Η στατική τριβή T_σ που ασκείται στην τροχαλία (1) είναι ίση με την οριακή τριβή $T_{o\rho}$ λόγω της οριακής ισορροπίας της:

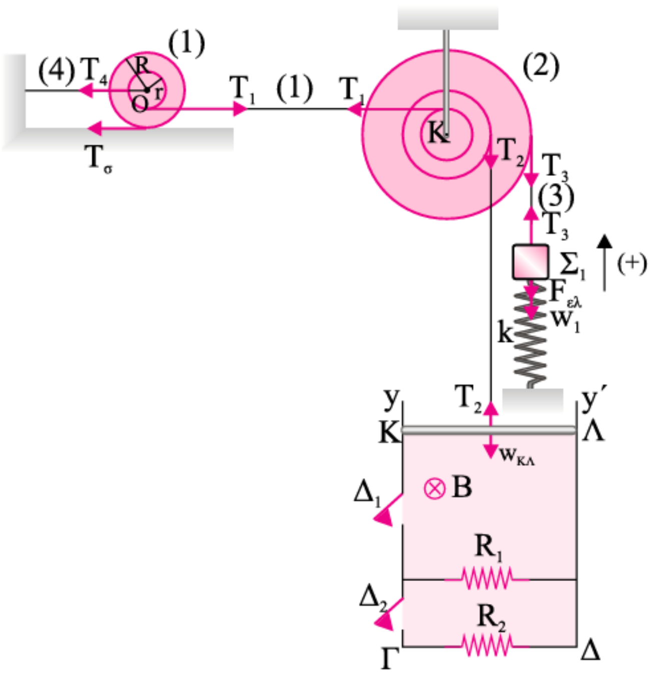
$$T_\sigma = T_{o\rho} \Rightarrow T_\sigma = \mu_s N \Rightarrow T_\sigma = \mu_s mg \Rightarrow \boldsymbol{T_\sigma = 50N}$$

Η τροχαλία (1) ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1 r - T_\sigma R = 0 \Rightarrow T_1 r = T_\sigma 2r \Rightarrow T_1 = 2T_\sigma \Rightarrow \boldsymbol{T_1 = 100\ N}$$

$$\text{και}\ \ \Sigma F = 0 \Rightarrow T_4 + T_\sigma - T_1 = 0 = T_1 - T_\sigma = 100 - 50 \Rightarrow \boldsymbol{T_4 = 50N}$$

Το Σ_1 ισορροπεί, οπότε:



$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_3 - F_{\varepsilon\lambda} - W_1 = 0 \Rightarrow$$

$$T_3 = m_1 g + k\Delta x \Rightarrow$$

$$T_3 = 10 + 10 \Rightarrow \boldsymbol{T_3 = 20N}$$

Η τροχαλία (2) ισορροπεί, οπότε:

$$\Sigma\tau_{(K)} = 0 \Rightarrow T_1 r' - T_2 2r' - T_3 4r' = 0$$

$$\Rightarrow 2T_2 = T_1 - 4T_3 \Rightarrow 2T_2 = 100 - 80$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{T_2 = 10N}$$

Ο Αγωγός ΚΛ ισορροπεί, οπότε:

$$W_{K\Lambda} = T_2 \Rightarrow m_{K\Lambda} g = T_2 \Rightarrow m_{K\Lambda} 10 = 10 \Rightarrow \boldsymbol{m_{K\Lambda} = 1Kg}$$

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε τα νήματα (2) και (3) και ταυτόχρονα κλείνουμε τους διακόπτες $Δ_1$, $Δ_2$. Το σώμα $Σ_1$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Να υπολογίσετε:

Δ2) τη μέγιστη επιτάχυνση του σώματος $Σ_1$

[6 μονάδες]

Μόλις κοπεί το νήμα (3), το σώμα $Σ_1$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με γωνιακή ταχύτητα $ω$ που δίνεται από τη σχέση:

$$ω = \sqrt{\frac{k}{m_1}} \Longrightarrow ω = \sqrt{\frac{100}{1}} \Longrightarrow \boldsymbol{ω = 10\,{}^{rad}/_{s}}$$

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης θα ισχύει ότι:

$$\overrightarrow{ΣF} = 0 \Longrightarrow F'_{ελ} = W_1 \Longrightarrow kΔl = m_1 g \Longrightarrow 100Δl = 10 \Longrightarrow \boldsymbol{Δl = 0,1m}$$

Το ελατήριο την $t_0 = 0$ ξεκινά να ταλαντώνεται με $υ_0 = 0$ από την ακραία θετική θέση της ταλάντωσής του.

Οπότε το πλάτος της ταλάντωσης A θα είναι ίσο με:

$$A = Δx + Δl \Longrightarrow A = 0{,}1 + 0{,}1 \Longrightarrow \boldsymbol{A = 0,2m}$$

Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης $α_{max}$ δίνεται από τη σχέση:

$$α_{max} = ω^2 A \Longrightarrow α_{max} = 10^2 \cdot 0{,}2 \Longrightarrow \boldsymbol{α_{max} = 20\,{}^{m}/_{s^2}}$$

Δ3) την ισχύ του αντιστάτη R_1, όταν ο αγωγός $ΚΛ$ κινείται με ταχύτητα $υ = \frac{υ_{ορ}}{4}$ όπου $υ_{ορ}$ είναι η οριακή του ταχύτητα.

[6 μονάδες]

Με του διακόπτες $Δ_1$, $Δ_2$ του κυκλώματος κλειστούς, οι αντιστάσεις R_1 και R_2 συνδέονται παράλληλα, οπότε η εξωτερική αντίσταση του κυκλώματος $R_{εξ}$ είναι:

$$R_{εξ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Longrightarrow R_{εξ} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} \Longrightarrow \boldsymbol{R_{εξ} = 1Ω}$$

Και η ολική αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ολ} = R_{εξ} + R_{ΚΛ} \Longrightarrow R_{ολ} = 1 + 3 \Longrightarrow \boldsymbol{R_{ολ} = 4Ω}$$

Μετά το κόψιμο του νήματος (2), ο αγωγός ΚΛ θα κινηθεί επιταχυνόμενα προς τα κάτω, με μειούμενη επιτάχυνση και με την επίδραση του βάρους $W_{ΚΛ}$ αλλά και της δύναμης Laplace F_L. Η ταχύτητά του θα αποκτήσει τη μέγιστη τιμή της $\upsilon_{o\rho}$ και μετά από αυτό θα κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η συνθήκη για να κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι:

$$\overrightarrow{\Sigma F} = 0 \Rightarrow F_L = W_{K\Lambda} \Rightarrow BIl = m_{K\Lambda}g \Rightarrow B\frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}}l = m_{K\Lambda}g \Rightarrow B\frac{B\upsilon_{o\rho}l}{R_{o\lambda}}l = m_{K\Lambda}g$$

$$\Rightarrow B^2\frac{\upsilon_{o\rho}}{R_{o\lambda}}l^2 = m_{K\Lambda}g \Rightarrow \upsilon_{o\rho} = \frac{m_{K\Lambda}gR_{o\lambda}}{B^2l^2} \quad (1)$$

Άρα

$$\upsilon_{o\rho} = \frac{1\cdot 10\cdot 4}{1\cdot 1} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_{o\rho} = 40\, {}^{m}/_{s}}$$

Όταν ο αγωγός ΚΛ κινείται με ταχύτητα $\upsilon_1 = \frac{\upsilon_{o\rho}}{4} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 10\, {}^{m}/_{s}}$, τότε:

Η επαγωγική τάση του αγωγού $E_{\varepsilon\pi,1}$ είναι:

$$E_{\varepsilon\pi,1} = B\upsilon_1 l \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,1} = 1\cdot 10\cdot 1 \Rightarrow \boldsymbol{E_{\varepsilon\pi,1}10V}$$

Η ένταση του ρεύματος I_1 που διαρρέει τη στιγμή αυτή το κύκλωμα είναι:

$$I_1 = \frac{E_{\varepsilon\pi,1}}{R_{o\lambda}} \Rightarrow I_1 = \frac{10}{4} \Rightarrow \boldsymbol{I_1 = 2,5A}$$

Η πολική τάση της πηγής $V_{\pi,1}$ τη στιγμή αυτή είναι:

$$V_{\pi,1} = E_{\varepsilon\pi,1} - I_1R_{K\Lambda} \Rightarrow V_{\pi,1} = 10 - 2{,}5\cdot 3 \Rightarrow \boldsymbol{V_{\pi,1} = 2,5V}$$

Η ισχύς $p_{R_1,1}$ του αντιστάτη R_1 τη στιγμή αυτή θα είναι:

$$p_{R_1,1} = \frac{{V_{\pi,1}}^2}{R_1} \Rightarrow p_{R_1,1} = \frac{2{,}5^2}{2} \Rightarrow \boldsymbol{p_{R_1,1} = 3,125W}$$

Κάποια χρονική στιγμή, και ενώ ο αγωγός $K\Lambda$ κινείται με την οριακή του ταχύτητα $\upsilon_{o\rho}$, ανοίγουμε τον διακόπτη Δ_2.

Δ4) Να υπολογίσετε τη νέα οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει ο αγωγός $K\Lambda$.

[6 μονάδες]

Όταν θα ανοίξουμε τον διακόπτη Δ_2, η ολική αντίσταση $R'_{o\lambda}$ του κυκλώματος θα γίνει:

$$R'_{o\lambda} = R_1 + R_{K\Lambda} \Rightarrow R'_{o\lambda} = 2 + 3 \Rightarrow \boldsymbol{R'_{o\lambda} = 5\Omega}$$

Σύμφωνα με τη σχέση (1) η νέα οριακή ταχύτητα $\upsilon'_{o\rho}$ του αγωγού ΚΛ θα είναι:

$$\upsilon'_{o\rho} = \frac{m_{K\Lambda}gR'_{o\lambda}}{B^2l^2} = \frac{1\cdot 10\cdot 5}{1\cdot 1} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon'_{o\rho} = 50\, {}^{m}/_{s}}$$

ΜΠΑΚΑΛΑΚΗΣ ΚΩΣΤΑΣ, Φυσικός

(ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ Αλεξανδρούπολης)