

## ΘΕΜΑ Α

### A1.

Από τον ορισμό της σχετικής συχνότητας ισχύει  $f_i = v_i/v$  για κάθε  $i = 1, 2, \dots, k$ .

Επομένως:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = v_1/v + v_2/v + \dots + v_k/v = (v_1 + v_2 + \dots + v_k)/v$$

Όμως το άθροισμα όλων των απόλυτων συχνοτήτων ισούται με το μέγεθος του δείγματος,

$$\text{δηλαδή } v_1 + v_2 + \dots + v_k = v. \text{ Άρα: } f_1 + f_2 + \dots + f_k = v/v = 1$$

### A2.

Διάμεσος ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν το  $n$  είναι περιττός αριθμός, ή ο μέσος όρος (ημιάθροισμα) των δύο μεσαίων παρατηρήσεων όταν το  $n$  είναι άρτιος αριθμός.

### A3.

Η συνάρτηση πρώτης παραγώγου  $f'$  της  $f$  είναι η συνάρτηση με πεδίο ορισμού το σύνολο  $B$  και τύπο:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \{ [f(x+h) - f(x)] / h \} \text{ που αντιστοιχίζει κάθε } x \in B \text{ στην παράγωγο της } f \text{ στο σημείο αυτό.}$$

### A4.

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Σωστό

## ΘΕΜΑ Β

**B1.**  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1, x \in R$

Η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $R$  ως πολυωνυμική με :

$$f'(x) = \left( \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1 \right)' = \frac{1}{3}3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

**B2.**  $f'(x) \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

Η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα  $(-\infty, -1]$  και  $[3, +\infty)$  και γνησίως φθίνουσα στο  $[-1, 3]$

Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στην θέση  $x = -1$  το  $f(-1) = \frac{8}{3}$

Παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση  $x = 3$  το  $f(3) = -8$

**B3.** (ε) η εφαπτομένη της  $Cf$  στο  $A(0, f(0))$

(ε) :  $y = \lambda x + \beta$

$\lambda = f'(0) = -3 \Rightarrow y = -3x + \beta$

$A(0, f(0)) \in (\varepsilon) \Rightarrow f(0) = \beta \Rightarrow \beta = 1 \Rightarrow y = -3x + 1$

**B4.**  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -4$

**Επιμέλεια:**

Πολύδωρος Γιώργος, Πανάγου Γιώργος, Φουρτούνη Μαρία-Ανδριάννα, Καραμπετάκη Δομνίκη, Αντωνιάδης Σωκράτης, Ζήση Ευανθία, Λουλακάς Γιώργος

**και τα κέντρα ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑ:** Πειραιάς, Κερατσίνι, Γκύζη, Καβάλα, Παγκράτι Κέντρο, Ηράκλειο Κρήτης (Άγιος Ιωάννης και 62 Μαρτύρων), Νίκαια, Περιστέρι Νέα Ζωή