

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε δύο ενδεχόμενα λέγονται ασυμβίβαστα;

A2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου v παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X ενός πειράματος τύχης.

A3. Αν δύο ενδεχόμενα A και A' είναι συμπληρωματικά να δείξετε ότι $P(A') = 1 - P(A)$

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

A) Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

B) Ένα δείγμα είναι αντιπροσωπευτικό όταν το μέγεθος του είναι μικρό.

Γ) Αν για δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα ισχύει ότι $P(A) = P(B)$ τότε είναι πάντοτε

$N(A) = N(B)$

Δ) Για κάθε $x \neq 0$ ισχύει ότι $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε ένα δείγμα n παρατηρήσεων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής X , τις οποίες τις ομαδοποιούμε σε τέσσερις ισοπλατείς κλάσεις. Δίνεται ότι:

- Η μικρότερη παρατήρηση είναι το 10
- Η κεντρική τιμή της τέταρτης κλάσης είναι $x_4 = 80$
- Η σχετική συχνότητα της τέταρτης κλάσης είναι διπλάσια από την σχετική συχνότητα της τρίτης κλάσης
- Η διάμεσος των παρατηρήσεων είναι $\delta = 60$
- Η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 58$

B1. Να δείξετε ότι το πλάτος των κλάσεων είναι $c = 20$

B2. Να βρείτε τις σχετικές συχνότητες f_i με $i = 1, \dots, 4$ και να συμπληρώσετε τον πίνακα των σχετικών συχνοτήτων

B3. Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες από 70 είναι $\frac{130}{3}$

B4. Επιλέγουμε k παρατηρήσεις του αρχικού δείγματος με $k < n$ οι οποίες ακολουθούν κανονική κατανομή με

- Το 2,5% των παρατηρήσεων να είναι τουλάχιστον 70
- Το 16% των παρατηρήσεων να είναι το πολύ 55

Να βρείτε την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων καθώς και να εξετάσετε αν το δείγμα των παρατηρήσεων αυτών είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x \cdot e^x$ όπου x_1 είναι η θέση του ολικού ελάχιστου

της f και $P(A) = -\left(\frac{2}{3} + x_1\right)$ και $P(B) = \frac{-f(x_1) \cdot e}{2}$

Γ1. Να μελετηθεί η f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

Γ2. Να βρεθούν οι πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$.

Γ3. Αν $P(A - B) = \frac{1}{12}$ να βρεθούν οι πιθανότητες:

A) Να πραγματοποιείται το B και όχι το A ενδεχόμενο.

B) Να πραγματοποιείται το A ή να μην πραγματοποιείται το B ενδεχόμενο

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Θεωρούμε την συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x}{x} + \kappa$, $x > 0$ και $\kappa \in \mathbb{Z}$ με $\kappa > 1$ και η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(1, f(1))$ η οποία σχηματίζει με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν E με $E < 2$. Να δείξετε ότι $\kappa = 2$.

Δ2. Αν $\frac{1}{e} < \alpha < \beta < \gamma < e$ με $\sqrt[\alpha]{\alpha} \cdot \sqrt[\beta]{\beta} \cdot \sqrt[\gamma]{\gamma} = e^8$ να βρείτε το εύρος R και την μέση τιμή των τιμών $f(\alpha), f(\beta), f(\gamma), f(e)$ και $f\left(\frac{1}{e}\right)$, όπου $f(x) = \frac{\ln x}{x} + 2$

Δ3. Έστω η συνάρτηση $g(x) = x \cdot f(x) - 5 \ln x$ με $x > 0$.

Να δείξετε ότι $16e^{2x-4} \geq x^4$ για κάθε $x > 0$.

Δ4. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ξ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 45°

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ
ΚΑΤΣΙΜΠΡΑΣ ΕΥΘΥΜΗΣ